

体系化を目指して割合の考えを深める比の授業

山 崎 湧 太

研 究 の 要 約

○本研究の目的は、小学校算数科における比の授業実践を通して、児童自らが割合の考えを発展的・統合的に考察して深めることにある。第6学年「比とその利用」の学習までに学んだ既習の割合の考えと新規の比の考えを統合的・発展的に考察することで割合の考えは深まり、体系化する。しかし、割合と比を別々の概念として捉えてしまい、体系化が図られていない状況にある。比は $A:B$ 、割合は A/B と表現方法は違うものの、両者は2つの数量の関係を表す場合、「一方を基準にして、もう一方はどんな大きさになるかを捉える」ことは本質に同じである。本実践を通して、児童自らが創造的数学力を発揮し、個の自立的な考えを集団での協働的な振り返り活動を通して割合と比に関連付け、統合的・発展的に考察することで、割合と比の概念は融合され、体系化が図られるという示唆を得た。

Key Words : 割合の意味 比の意味・性質 統合・発展 体系化

1 問題の所在

本研究では、小学校算数科第6学年「比」の指導について取り上げる。第5学年までに「割合」「単位量あたり(異種の割合)」「百分率」を学習してきている。この学習を基礎として、比の指導では「比の意味や比の表し方」「等しい比」「比を簡単にすること」「比の利用」を学ぶ。比は、2つの数量の割合を、そのまま $A:B$ と二つの数を用いて表す。比も割合の概念なので、既習の割合と統合的・発展的に関連付ける必要があるが、一般的な算数指導では十分でない。その要因として挙げられるのは、既習の割合と新規の比の表現方法が違うことだ。表現方法が違うことで、既習の割合とは全く別の新しい概念として捉えられ、比を教え込んでいる現状がある。

中央教育審議会は「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について」の答申の中で、算

岡山市立福田小学校

数・数学の問題発見・解決の過程は、「数学の事象について統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し、数学的に処理し、問題を解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする、という問題解決の過程」と新しい方向性が示されている。しかしながら、一般的な算数指導では、既習の割合の概念と新規の比の概念を統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定するというような関連付けが意識されない。統合的・発展的に考察することがないがしろにされることで、一般化、体系化はなされず、割合の考えは一向に深まっていないという問題を指摘できる。

2 研究の目的

本研究の目的は、児童自らが既習の割合と新規の比を統合的・発展的に関連付けて、本質的に何が共通していて、何が違うのかを分析し、割合と比を相互に往還しながら、体系化を図ることで割合の考えを深める授業実践を目指す。

この目的を達成するために次の手立てを行う。

1) 割合と比を関連付ける新たな課題設定

どの問題に対しても既習の割合、比のどちらでも解決しようと考えられる課題を設定する。

2) 割合と比を関連付ける場の設定

どの場面で既習の割合と新規の比を統一的・発展的に強く関連付けて指導できるのか、相応しい場面を多角的に分析してリサーチする。

3) 割合と比を関連付ける省察活動にする

関連付けを行った結果、既習の割合と比を統一的・発展的に考察する様相を実証的に検証する。

3 既習の割合と比の類似点、相違点

既習の割合と比の類似点と相違点をそれぞれの定義に基づいて整理する。

<定義>

割合…二つの数または同種の量A、Bについて、

AがBの何倍であるかを表した数Pを、AのBに対する割合という。

比…二つの簡単な整数の組で2量の割合を表すもの。

類似点は、2つの数量の関係を考察し、その関係について、基準量を基にして、比較量を数学的に捉えていることである。

相違点の数学的な表現について整理する。

<数学的な表現>

割合…一方の数量を基準量1とみて、比較量がその何倍であるかを一つの数で表す。

$A \div B = P$ (AのBに対する割合を一つの数によりPと表す)

比… 基準量を任意の大きさとみて、そのまま比較量がどれだけの大きさにあたるかと相対的に捉え、その割合を二つの数の組にして表す。

A : B (AのBに対する相対的な割合をA : Bと組にして表す)

4 なぜ比の概念が捉えづらいのか

(1) 捉えづらい2つの要因

既習の割合と新規の比を統一的・発展的に関連付けしないで、別々の概念として捉えてしまう問題が起こる原因はいくつかある。一つは、「割合」と「比」という用語の違いである。用語が違うことで別々の概念として認識されてしまう。既習の割合と比を区別することは重要であるが、無関係な別の概念ではない。第5学年「百分率」の学習でも、「割合」と「百分率」の用語の違いから同様のことがみられる。

もう一つは、数学的な表現の違いである。2つの数量の関係を表す方法は、「差」と「割合」の二通りがあり、割合の表現は、前述したように「割合」と「比」の二通りがある。割合では、 $2/3$ のように一つの数で表すが、比では $2:3$ と二つの数を組にして表す。このような割合の数学的な表現の大きな違いにより、割合と比は別々の概念として認識されてしまいやすい。

(2) 基準量と比較量の理解

比の学習を通して育成すべき新たな見方となるのが、比の相対的な見方である。比は「A : Bと表すとき、AのBに対する相対的な割合」であるから、Bが基準量でAが比較量となる(比較量:基準量)。「2つの数量の関係を表す際に、一方を基準にすると、もう一方はどんな大きさになるかを捉える」ことが既習の割合と比における共通する本質であるから、どちらの学習においても基準量と比較量の指導は十分に行う必要がある。

しかし、比においては、基準量と比較量を意識せずに学習を進めているという現状がある。教科書紙面上にも基準量、比較量に値する言葉の表記はなく、そもそも比に基準量と比較量があること自体が認識されていない場合もある。たとえ、認識されていたとしても漠然と並列的に比較量と基準量を浅く捉えている。

前述したように、既習の割合は一方を必ず基準量1としてみるのに対して、比は基準量1でもよいし、他の数でもよい（2：1の場合は基準量1で、2：3の場合は基準量3となる）。これは大きな相違点であるが、比における基準量、比較量と割合における基準量、比較量を統合的・発展的に関連させないと気づきにくい。これに気付けば、比の相対的な表現が二つの数の組みに並べて示すだけではないことを容易に理解することができる。既習の割合ではできなかった、「基準量を任意の大きさでみる」という新たな見方を創出するのが比なのである。

この相対的な新たな見方を創出するためには、既習の割合における基準量を1とする絶対的な見方が十分に備わっておく必要がある。第2学年から割合の考えの素地となる倍の考えをインフォーマルに学習し、フォーマルには第4学年から学習するように、時間をかけて丁寧に割合の概念形成を図ってからでないと、相対的な見方を必要とする比を捉えることは難しいのである。第5学年までで、基準量を必ず1と見る絶対的な見方を十分に学習した上で、ようやく基準量を必ずしも1とみない相対的な割合の見方を学習する。比の指導時期が第6学年というは、割合の理解の発達段階の指導の系統性を十分に考慮した指導時期なのだ。この見方の育成こそが比の学習の本質である。長い時間をかけた割合の学習を足場に、ようやく第6学年で比の学習にたどり着くからこそ、既習の割合と比を関連付けて、統合的・発展的に考える価値が生まれる。

2つの数量の関係を割合の見方・考え方で捉える着眼点は、大局的に既習の割合の見方と比の見方を関連付けて、統合的・発展的に考察することである。算数・数学は、大量の知識を教え込む教科ではなく、少なく知識を教えて、それを有効活用する力を育成することが重要である。「割合」「比」の概念が別々に捉えられやすいことを念頭に置き

ながらも、割合の見方を活用して比の見方を理解し、二つの概念を融合して、体系的に割合の考えを形成する必要がある。

5 既習の割合と「比」を関連付ける場

既習の割合と比を統合的・発展的に関連付ける活動は、単元全体のプロセスを通して行う必要がある。どこか一つの授業展開を通して体系化できるわけではなく、単元を通して、子ども自身が既習の割合と比を徐々に体系化していくプロセスなので、導入段階から関連付けを図る活動が必要である。

（1）比の導入場面—新たな課題発見

単元の導入は、2つの数量の関係を自由に考えさせ、既習の割合で表した後、見方を変えて統合的・発展的に新たな割合の表し方に向かう課題発見をする場面を設定する。教科書では、突然、2つの数量の関係を比で表す学習展開が示されている。児童は問題の2つの数量を自立的に割合で捉えて1つの数で表すことはできる。そこで、他にも表し方がないかと学びを拡張させるようにし、割合を1つの数で表す見方を転換して、新たな別の割合の見方を探究する課題発見をさせる。関連付けを行うには、既習の割合の見方に触れながら別の見方の存在を意識させ、比の学習の動機付けをすることが大切である。

（2）比の値、等しい比を考える場面

①比の値の学習

比の値を学ぶ場面は、 $A : B$ のとき、比の値は前項をA、後項をBとして $A \div B$ と表すことができることを知る場面である。まさに「 $A \div B$ 」こそが既習の割合である。このことをおさえた上で、新しい割合の表し方として比「 $A : B$ 」を導入することが大切である。比の値は、「既習の割合」そのものであり、続けて学ぶ「等しい比」を統合的・発展

的に関連付けて考察する場面にも有効に働く基礎となる。このとき、比較量Aと基準量Bをそれぞれの表現に対応させて丁寧におさえる必要がある。

②等しい比の学習

等しい比を学習する場面は、2つの比で表されている $A:B$ と $C:D$ があるとき、これらの比の値が等しい場合、等しい比であると考察する場面である。「比の値」は、新しい用語・概念であるが、全く新しいわけではなく、既習の割合そのものである。「 $A:B$ と $C:D$ の2つの比を、比の値という割合で表し、その割合が等しいとき、『等しい比』である」と考える。このように思考して解決する根拠は比の値である。比が等しいかどうかの根拠を、比の値に着想すること自体が比と割合を相互に関連付けて統一的・発展的に結びつけて融合しようとする体系化のきっかけを切り拓くものである。

（3）比を活用・応用する場面

今までの学習を振り返りながら、既習の割合と比を統一的・発展的に関連付けて、割合の考えを深化・発展させる場面である。本稿では、この場面について授業実践を行い、研究を深めたので詳しく後述する。

（4）統一的・発展的に関連付ける重要性

既習の割合と新規の比を統一的・発展的に関連付ける場面を3つ示した。この関連付けを全ての場面を通して行う必要がある。OECD教育研究革新センターは「メタ認知の教育学 生きる力を育む創造的数学力」の中で「革新型社会では、数学的創造性というテーマは『不可欠なもの』であり、OECDやその他の機関もそれを強調している」と明記している。これを本研究に照らして考えると、算数の学びで「既習の割合」と「比」を統一的・発展的に関連付けて体系化することが重要である。そのためには、児童自らが主体的に「比の導

入場面」「比の値を形成し、等しい比で活用する場面」「比を総合的に活用する場面」の各場面で、不断に割合と次々と変わる比の意味や性質を結び付けて相互に往還して考察することが不可欠である。

6 授業構想

（1）「比とその利用」の位置付け

教材は第6学年「比とその利用」である。「比の意味」「等しい比」「比を簡単にする」等の基本的な学びを生かす「比とその利用」に実践研究の焦点をあて、創造的数学力を発揮し、児童自らが割合の考えを深めることを目指す。

（2）シチュエーションの工夫

すでに、「比の値」「等しい比」等を学んでいるため、自分の力で「比を使った問題」に多面的に比の見方・考え方を働かせ、割合や比の意味や性質を活用して考え、互いの考えを協働的に検討する。協働的に検討する場合は、結果だけでなく、思考過程や数学的なアイデアを「疑問があれば質問し、考えに異論があれば意見する」などして、協働的に検討し、既習の割合と新規の比を統一的・発展的に融合できるような協議の場を構成する。

（3）創造的数学力について

①なぜ、創造的数学力なのか

児童自らが既習の割合と新規の比を統一的・発展的に関連付けを行うためには、既習の割合と比で解決する2つの方法を想起する必要がある。2つの方法で解決することができて初めて統一的・発展的に関連付けを行う出発点に立つことができるからである。この2つの方法を児童自らが想起するためには、創造的数学力を発揮した課題解決を行う必要があると考える。

②創造的数学力

創造的数学力とは、トールンス（1967）が示す4

つの創造性を識別する特徴「流暢さ」「柔軟性」「独自性」「精緻さ」を構成要素とする数学力である。流暢さとは、ある刺激への反応として生み出される意味のある妥当なアイデアの合計。柔軟性とは、ある刺激への反応が生み出される際に用いられるアプローチの変更。独自性とは、その反応の統計的希少性。精緻さとは、その反応において用いられる根拠、思考の文脈的筋の細やかさの総量。これら4つの構成要素をもとにすると、教師が、子どもの考えを識別し、識別した児童の考えが質的に創造的数学力につながるものかどうか分析することができる。

本研究では教師が児童の考えを識別して分析するより、児童自身が自分の考えに創造的数学力はあるかどうかと検討できるようにしている。そうでなければ、一つの考えで満足して新たな考えを創造しようとせず、自分の考えは何を根拠にする考えなのかを分析しない。このような学びでは、既習の割合と新規の比を統合的・発展的に関連付けを行うことなど到底できないからである。

③創造的数学力を働かせるために

児童自らが自分の考えはどうかと強く自覚することができるようにするために、年間を通じて課題解決時の手がかりとなる4つの指導を行う。その指導とは、トーランスが示す構成要素をもとにした。以下の4つである。

- ①考えはたくさんある方がいい
- ②前の学びとつながっている方がいい
- ③だれも思いつかない考えはいい
- ④根拠がはっきりしていること

これらの指導で意識したことは、トーランスが示す構成要素を子どもの言葉に置き換えるということと、トーランスが強調していない「②前の学びとつながっている方がいい」という統合的・発展的な視点を強く意識させるようにしたことである。

このような指導を続けることで、既習の割合と新規の比を児童自らが統合的・発展的に関連付けようとする学び方を学ぶ経験(Fink, 2003)を豊かにすることができる考えた。

（４）個の考えから協働的な学び合いに

①なぜ、協働的な学び合いなのか

創造的数学力を発揮することで、複数の考えをもとうとすることができたとしても、複数の考えの共通点や相違点を見出し、既習の割合と新規の比を統合的・発展的に関連付けようすることは容易ではない。また個人の学びだけで、6（3）③に示す4つの構成要素を全て満たした考えを創出することも難しい。一つ一つの構成要素は、アイデンティティーのある独立要素であるから、個人の学びで一つでも考えがあれば、創造的数学力が育成されつつあるが創造的数学力が十分に育成できた状態にはない。児童が割合の考えと新規の比の考えの関係性に気づいても、根拠をもって言語や数を使って説明しきれないと、統合的・発展的に関連付けを図って割合の考えを深めているとは考えられない。このアプローチは一人学びでは限界がある実態がある。

しかし、一人でも気づきがあれば、協働的な学び合いを通して、他者の考えを手助けに、問題解決の過程や根拠を反省的、批判的に思考を進展させることができる。複数の児童で、各自の考えをもちよって協議する中で、既習の割合の考えと比の考えが関連付けられていく。最初は、2つの考えが個々別々であっても、話し合う中で、表現は違ってもどちらの考えも同じ基準量を基にしていると意識し、統合的・発展的に関連付けられていくと考える。

②協働的な学び合い

中央教育審議会(2021)は、『令和の日本型学校教育』の構築を目指して～全ての子供たちの可能

性を引き出す、個別最適な学びと、協働的な学びの実現～（答申）」の中で、協働的な学びの役割として「探究的な学習や体験活動などを通じ、子供同士で、あるいは地域の方々をはじめ多様な他者と協働しながら、あらゆる他者を価値のある存在として尊重し、様々な社会的な変化を乗り越え、持続可能な社会の創り手となることができるよう、必要な資質・能力を育成する『協働的な学び』」と示している。

「協働し」とは、「同じ目的のために二人以上が協力して働くこと」という意味であるが、「協力して働く」目的・意義は多岐にわたる。例えば、「リーダーが指示を出してみんなが働く」ことも「協力して働く」ことであるし、「それぞれの役割をしっかりと守って、お互いの役割に干渉せずに働く」ことも「協力して働く」ことである。しかし、本研究で目指したい「協力して働く」とは前述したような型にはまった姿ではない。

本研究で創発したい「協働」は、「意見・反論を相互に行って、的を射た数理的な解決にアプローチすることや「最適な考えを生成し、ともに数学的な考えを共有できる力を創発する」という機能を有する対話的な学びである。小グループを形成している児童がそれぞれ自分の考えで終わるような話し合いではない。複数の考えをもっている児童が、一方的に自分の考えを述べるのに対し、複数の考えをもたない児童がただそれらを聞くだけの話し合いでもない。複数の考えのない児童こそが「どういうこと？」「ここはこうじゃない？」と、他者の考えに参加し、結果や過程、考えの根拠などについて質問や意見し、代案を示していかねばならない。そういったことが行われなければ、せっかく複数の考えをもちよったグループであってもそれぞれの考えの違いに気付かずに洗い流されたり、それぞれの考えの違いに気付いたとしても、共通点や相違点を深く分析しなければ、統合的・発展的に考えを捉えることはできなかつたり

する。目指すべき協働的な学び合いを行うことで、考えは深化・発展し、文脈は明らかになっていく。個人で複数の考えをもっていた児童は自分の考えを振り返り、分析を始めることもできる。個人では考えを十分にもちえなかったとしても、話し合いを聞いていた別の児童が、本質的な問いや考えを思考し、伝えることもできる。このような協働的な学び合いを通して、割合と比は統合的・発展的に関連付けられ、体系化されることで、割合の考えを深められるようにしたい。

Vygotsky (1978) は、「子どもの最近接発達領域とは、ひとりで行う問題解決によって決定される原価の発達水準と、…（中略）…より有能な仲間との協働によって行う問題解決を通して決定される潜在的な発達水準との間の距離である。」と最近接発達領域について定義している。この最近接発達領域をもちえる子どもは「集団的な活動において、さらに多くのことをやっていくことができる」と主張している。これは、話し合いに能動的に参加する全ての児童に重要な役割があり、全ての児童を含めて協働的な学び合いを行う必要があることを指摘している。

また、Engeström (1987) は最近接発達領域を「個々人の日常的活動と、日常的活動に潜在的に埋め込まれているダブルバインドの解決として集合的に生成され得る、歴史的に新しい形態の社会レベルの活動との距離である」と定義している。これは、既習の割合と新規の比を統合的・発展的に関連付けをし、割合の考えを深めるためには、様々な数学的なアイデアを生かして、一人よりも二人以上で多面的なアイデアを生かして学ぶことで学びは広がり、深まりやすいということを指摘している。

さらに、J. Lave・E. Wenger (1993) は、「徒弟性から状況的学習へ」「状況的学習から正統的周辺参加へ」と転換すべき方向性示す。一方的に教えてもらうだけではなく、相互に意見や反論を繰り返

すことでさらに学びは深まっていくことを示している。したがって、どの考えとどの考えがつながっているのかと時にはつまずいたり、誤答にたどり着いたりしたとしても、検討し、柔軟に考えを変容して深く考えることが重要である。

これらの先行研究から本研究では単なる「協働的な学び」ではなく、参画型の「協働的な学び合い」を構想した。参画型の「協働的な学び合い」とは、自分の考えをもって、能動的に議論に参画し、傍観することなく、意見・反論等を相互に行うことで、自他ともに共感して納得するような数学的な考えを深めることを目指すものとする。たとえ個人の考えが不十分であっても参画型の協働的な学び合いを通して、既習の割合と新規の比を統合的・発展的に関連付け、割合の考えを深めることは期待できるし、可能であると考えた。

③協働的な学び合いを創発させるために

以上のような協働的な学び合いを創発させるために、6(3)③で行った手立てを協働的な学び合いの場面でも年間を通じて繰り返し積み上げ指導を行うこととした。つまり、児童一人一人が考えをもったところで話し合いを行う際に

- ①考えはたくさんある方がいい
- ②前の学びとつながっている方がいい
- ③だれも思いつかない考えはいい
- ④根拠がはっきりしていること

の4つの構成要素について吟味するように指導を行った。このような指導を続けることで、グループ内での考えについて深く分析できるようになり、既習の割合と新規の比を児童自らが統合的・発展的に関連付けようとしていくことができると考えた。

7 授業実践：「比とその利用」を中心に

6で述べたように、既習の割合と新規の比を統合的・発展的に関連付けて、その融合を目指す場面で授業実践を行う。まず、児童自らが比の意味

や性質を既習の割合と統合的・発展的に関連付けて、自分の考えを構成しているかどうか、また、これまでの比と既習の割合の学びを統合的・発展的に考察して、新たな割合の概念を深化・発展させて体系化しているかどうかの2点に注目して授業実践を行う。

(1) 実践の展開

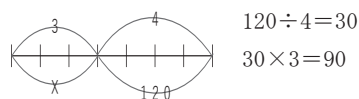
①課題設定

「砂糖と小麦粉の重さの比を3：4にしてケーキをつくります。小麦粉を120gにすると、砂糖は何gありますか」という多様なアプローチを誘発する問題を提示した。児童は、今までの学習の流れを生かして、「砂糖の重さを習った割合や比の考えを使って色々考えよう」という多様なオープンなアプローチを推奨する課題を設定することができた。

②自力解決

問題に直面する児童には、安易に助言を行わず、自分の力で自立的に、数学的な見方・考え方を自己決定して創造的数学力を発揮させる必要がある。そこで問題解決の際には、既習の割合や比を選択・活用できる自由度の高い数学的活動にした。児童の自力解決の個別的な反応は以下の通りである。

考え1 線分図の考えを活用した、単位量あたりの考え（異種の割合を活用）



線分図1目盛りは、単位量あたりの大きさを表す。

考え2 等しい比の考え（比例配分：一方の値が□倍になると、もう一方の値も□倍になるという比例の考えをもとにして等しい比を捉えている。）

$$\begin{array}{c}
 \text{30倍} \nearrow \\
 3:4 = X:120 \\
 \nwarrow \text{30倍}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 120 \div 4 = 30 \\
 3 \times 30 = 90
 \end{array}$$

4を120するには、30倍している。
だから、3を30倍すると90になる。

考え3 等しい比、比の値を活用した考え

$$\begin{array}{c}
 \text{3/4倍} \quad \text{3/4倍} \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 3:4 = X:120
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 3:4 \text{ の比の値は, } \frac{3}{4} \\
 120 \times \frac{3}{4} = 90
 \end{array}$$

比の値（既習の割合）を基礎にして考える。

自力解決では、以上の3つの考えがあった。全ての児童が1つ以上の考えをもつことができ、考えをもった後は、ほとんどの児童が別の考えはないかと考えていた。児童の考えを質的に分析すると、既習の割合の考えを生かしたもの（考え1）と、比の考えを生かしたもの（考え2、考え3）が見られた。

トランスの構成要素をもとに識別すると、3つの考え全てをもつ児童（本実践では数名いた）は、独自性はないものの、「流暢さ」と「柔軟性」は十分満たしていると捉える（「精緻さ」は一人一人の児童の説明を口頭で聞き取っていないため不明）。ただ、前述したようにただ1つの考えであってもある程度創造的数学力は発揮されたと捉えられるので、全ての児童が1つ以上考えをもつことができたということは、創造的数学力を発揮し、既習の割合と新規の比を統合的・発展的に関連付けて割合の概念を深める一歩手前まで来ることができたということである。児童の反応は、6（3）で述べたトランスが示す構成要素をヒントに年間を通じて課題解決時の手がかりとなる指導「①考えはたくさんある方がいい」「②前の学びとつながっている方がいい」「③だれも思いつかない考えはいい」「④①も②も③も根拠がはっきりしている

こと」を行った成果と考える。この指導が生かされ、考えを1つもったほとんどの児童が、「たくさんある方がいいから」と新たな考えを創造しようとしていた。さらに複数の考えをもった児童の中の数名が「だれも思いつかない考えはないか」と独自性の高い考えを創造しようとしていた。

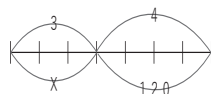
ここで注目したいのは、「①考えはたくさんある方がいい」「③だれも思いつかない考えはいい」「④①も②も③も根拠がはっきりしていること」の3つの要素について意識している児童を見取ることができた一方で、「②前の学びとつながっている方がいい」という要素について意識している児童を見取ることが困難であった点である。実際、思考していた児童もいたかもしれないが、ノートの記述やつぶやきなどから見取することはできなかった。

③小グループの協働的な学び合い

子どもの学習の分析として、自力解決を通して生成した数学的な考えが協働的な学び合いの中でどう検討されていくのか、どう変容（付加、転換）させていくのか、どのように共有化していくのかを分析、検討する。

自力解決終了後に考え1～3を順に取り上げた後、今後どの考えを中心に問題解決するかという話し合いを行った。以下にプロトコルを示す。分析の視点は、どの考えを中心に問題解決をしたのか、問題解決の過程やその過程の中でどのように数学的に考えたのかである。自力解決時にC1は考え1のみ、C2は考え1と2、C3は考え3のみ、それぞれ考えをもつことができていた。

考え1



考え2

$$\begin{array}{c}
 \text{30倍} \nearrow \\
 3:4 = X:120 \\
 \nwarrow \text{30倍}
 \end{array}$$

C2: 考え1と2は、同じような気がする。

つながってる考えの方がいんだよね.

考え 1 と 2 はつながってるでしょ.

C1: いや線分図は, 倍とかなないよ.

C3: 倍はあるよ. 目盛り 1 つ分は 30 g でしょ.

30 × 3 は, 30 g の 3 倍とつながっているんじゃないかな. だから倍は 30 × 3 にもあるんじゃない? 30 倍.

C2: そうそう, だからどちらも倍で考えてるってこと. そこがつながってるんだよ.

このグループの考えでは, 児童同士が考えの類似性だけでなく, 差異性をも探究しようとしている. まさに既習の割合と比を統合的・発展的に関連付けようとしている場面である. 興味深いのは, このグループの中で唯一複数の考えをもっていた C2 が問題提起をしているものの本質的な理解への糸口となったのは, C3 の「倍はあるよ」という発言であったことだ. それだけでなく, C3 の「倍はあるよ」の発言に C2 や C1 も共感し, 根拠となる倍の概念を焦点化して議論を進めている. さらに随所に創出した「つながっている」というキーワードは「②前の学びとつながっている方がいい」を意識した結果である. 個人の学びだけでなく, グループの学びの際にも 4 つの要素を粘り強く指導してきた結果, 協働的な学び合いが創発され, 児童自ら自然と統合的・発展的に捉えようとしている姿といえる. C1, C2, C3 それぞれが個人の考えだけでは既習の割合と新規の比を統合的・発展的に関連付けることは難しかったが, 協働的な学び合いを行うことで関連付けが可能となった. ただ人数が増えて, 考えが複数になったから関連付けを可能としたのではなく, 話合いに能動的に参加する全ての児童がそれぞれの重要な役割を担ったからこそその成果である.

④割合・比の統合・発展概念の深まり

小グループでの話合い終了後に, 以下のような

話合いをクラス全体で行った. 小グループでの話合い同様に協働的な学び合いを通して統合的・発展的に既習の割合と比を関連付けているかに注目して分析を行う.

考え 2

$$\begin{array}{c} \text{30倍} \nearrow \\ 3:4 = X:120 \\ \nwarrow \text{30倍} \end{array}$$

考え 3

$$\begin{array}{c} \text{3/4倍} \nearrow \quad \text{3/4倍} \nearrow \\ 3:4 = X:120 \\ \nwarrow \quad \nwarrow \end{array}$$

C4: 考え 2 と考え 3 はつながっていると思う.

T: 話合いの中で「比の考えと何倍(割合)の考えはつながっている」って言っていた人もいたんだけど, C4 さんの「考え 2 と考え 3 がつながっている」という意見は, どうですか.

C5: 考え 2 と 3 はどちらも倍を使っているのにつながっていると思います.

C5 の発言は, つながっている理由が言語化できなかったり, 「倍」という言葉だけで判断してしまったりしている表層的な理解に基づいた発言と考えられる. ただ, 「つながっている」ことは意識しているので, 統合的・発展的に捉えようとはしていると評価できる.

C6: 比の値が等しい時に比も等しいのだから, 比の値と等しい比を使った考え 2 と 3 はつながっていると思うんだけど.

C6 の発言は, つながっている理由を比の値の定義から行っている. 先ほどの考えより少し理解が深まっている発言であり, 他の児童からも支持される発言であった. その後, 何名かの発言の後に以下のような発言があった.

C7: だけど, 割合ってことを考えると考え 2 よりも 3 の方がよりつながっている気がする.

C7より前の児童らは、「考え1と考え2」や「考え2と考え3」のように自分たちで想起した考え同士のつながりについて考えているが、C7は自分たちで想起した考えと割合のつながりについて考えようとしていることが分かる。既習の割合と比がつながっている理由を言語化できていないものの、既習の割合と比を融合しようとする意識的な問題提起となる発言であった。C7の発言を受けて、C7の発言について少しグループ討議を行った。

T: 考え2と考え3では、どちらが今までみんなが学んできた割合とつながっているんだろうね。

C8: 割合とつながっているのは、比の値の方だと思う。だって、等しい比の方の倍は、比べる量とともにする量の関係じゃなくて、比べる量同士、もとにする量同士だから。

(右図を示しながら説明する。)

C5: 比の値で説明してみてくださいない。

C8: 比の値の方の $3/4$ 倍は、比べる量のもとにする量の $3/4$ 倍の関係でしょ。

(右図を指しながら)

割合の時もそうだったから、比の値は、まさに今までの割合と一緒にじゃん。

C9: 等しい比の30倍の方っていつでも30倍じゃないもんね。 $3:4=90:120$ になるから30倍なだけで、例えば $3:4=9:12$ になると3倍になるね。

C8: そうだね。等しい比の場合の倍は、「=」の右側に何がくるかで何倍かが確かに変わるね。

C10: でも、比の値の方は変わらないってことか。

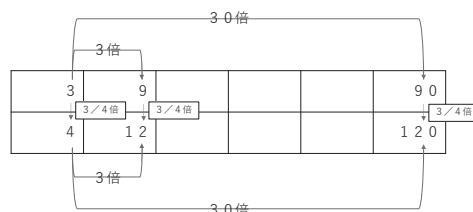
$3:4$ でも $9:12$ でも $90:120$ でもいつでも $3/4$ だね。

T: なんでいつでも変わらないの。

C11: だって、比の値はいつでも比べる量のもとにする量の関係だもん。そりゃ変わらないよ。

C12: こんな風には書くと比例に近いような…

(図を示しながら説明する。)



C8: 確かに！

T: この表でいくと、どこが等しい比の倍で、どこが比の値の倍になるのかな。

C13: 表の横の見方が30倍で、縦の見方の $3/4$ が比の値になります。

⑤授業を終えて

最後の児童の発言のように割合と比はつながっているという素地のような発言は単元始めにもあった。しかしながら、ここまで比と比の値、割合を統合的・発展的に深く結び付けた発言は初めてだった。また、「比べる量」「もとにする量」という言葉を出して説明する児童の姿があったが、比において基準量、比較量を意識していた発言であった。単元を通して基準量と比較量という視点で、既習の割合と比を統合的・発展的に関連付けながら分析していたからこそその成果だった。

比の意味や比の値、等しい比を丁寧に既習の割合と結び付けながら指導したつもりでも、現実的には表層的形式化を行っているにすぎず、理解も表層的になってしまっていた。この度の授業でこうした姿が見られたのは、個人の学びで自分の考えに創造的数学力はあるかと強く自覚して考えることで、児童が自ら創造的数学力を発揮できたこと。創造的数学力を発揮した児童が集団となって複数の考えを分析、検討する際にも創造的数学力を発揮しようとして協働的な学び合いを行うことができたこと。さらに、既習の割合と比を統合的・

発展的に関連付けて考えられるような授業を構想し、実践したからである。個人の学びと集団時の創造的数学力を総動員して、なおかつ小グループでの話し合いと同じように全体での話し合いに能動的に参加する全ての児童がそれぞれ割合と比の概念を関連付ける重要な発言を行い、役割を担ったからこそその成果である。創造的数学力を発揮しようとした個人の学びも創造的数学力をさらに発揮しようとした協働的な学び合いもどちらも必要不可欠で、そうした学びを生かして児童自らが統合・発展の観点から相互に評価し、学んだ知識を使う学習を続けることが、より確かな知識を見いだし、確かな学び方を確立することにつながるという示唆を得た。

8 結語

数年に渡り、創造的数学力について研究を行ってきたが、「児童の考えを教師が評価しないと創造的数学力について見いだすことができない」ということに違和感を覚えていた。しかしながら本実践で分かったことは、教師が評価しなくても児童自身が「前に経験した学びとつながった方がいい」と考えることができるということである。また、授業者の自身の反省として、「個人の学びで創造的数学力を発揮すれば、協働的にもある程度学べるだろう」と安易に個人と集団の学びをつなげていた部分があった。しかし、そうした授業認識では授業分析は不十分であるということもよく自覚できた。個人の学びと集団の学び、どちらにも創造的数学力をそれぞれの児童が自ら発揮しようとするのが重要であり、既習の割合と比は本質的に何が同じで何が違うのかという分析を教師自身がおこなないと、児童自らが割合の考えを深めることはできない。統合・発展の観点から学習に取り組み、協働的な学び合いを通して、比の学習を既習の割合の学習と統合的・発展的に関連付けて考察することこそに意味があった。勿論、教師自

身が児童の発言を適切なタイミングで取り上げたり、助言したりすることも忘れてはいけないが、それに加えて児童自身が常に統合的・発展的に体系化や関連付けをしようとしなければ、学習の関連付け、概念と概念の統合発展などできないのだということがはっきりした。自分自身で個人でも集団でも前の学習とつなげようとしているからこそ、類似性や差異性を探求しようとし、割合と比を個々別々な概念と捉えないで統合的・発展的に考えを進めることができた。割合の考えの体系化の素地が本実践でできたと感じる。今後は、その他の概念、他の領域についても本研究のような実践は可能であるのかということを、本研究を生かして研究を深め続けることが重要であると考え。

参考文献

- 1) 中央教育審議会 (2016)『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』
- 2) 文部科学省 (2019)『小学校学習指導要領』，日本文教出版．
- 3) 日本数学教育学会 (2018)『算数教育指導用語辞典』，教育出版
- 4) 清水静海ほか (2019)『わくわく算数6』，啓林館．
- 5) OECD 教育研究革新センター (2015)『メタ認知の教育学 生きる力を育む創造的数学力』，明石書店．
- 6) Fink, L. D. (2003) Creating Significant Learning Experiences: An Integrated Approach to Designing College Courses, Jossey-Bass.
(L. D. フィンク〔土持ゲリー法一監訳〕(2011)『学習経験をつくる大学授業法』，玉川大学出版部)．
- 7) 中央教育審議会 (2021)『「令和の日本型学校教育」の構築を目指して～全ての子供たちの可能性を引き出す，個別最適な学びと，協働的な学びの実現～（答申）』
- 8) 山住 勝広 (2019)『学校における子どもたちの拡張的学習の生成—学習活動を創り出すエージェンシーの発達に向けて—』
- 9) ユーリア・エンゲストローム (2020)『拡張による学習 完訳増補版 発達研究への活動理論からのアプローチ』，新曜社．
- 10) ジーン・レイヴ，エティエンヌ・ウェンガー (1993)『状況に埋め込まれた学習—正統的周辺参加—』，産業図書．

(令和7年3月1日 受理)