岡山大学算数・数学教育学会誌
『パピルス』第30号（2023年）１頁～７頁

創造的数学力を育成する授業づくり

―算数の協働的な学び合いに焦点をあてて－

山　崎　湧　太　＊

研　究　の　要　約

○本研究の目的は，小学校算数科における創造的数学力を育成する授業づくりを第２学年の答えが３位数になる（２位数）＋（２位数）とその逆のひき算の筆算において協働的な学び合いに焦点をあてて探究することである。一般的な筆算の指導は，教科書通りの決まりきったアリゴリズムの指導に終始しているという問題がある。そこで本事例では，児童自らが十進位取り記数法の見方・考え方を働かせ，協働的な学び合いを行うことで，十進数の仕組みや位取り記数法の考えを個人的，集団的に発達させる創造的数学力を育成するアプローチを実践的に探究する。

Key　Words：創造的数学力，協働的な学び合い，十進位取り記数法の考え

１　なぜ，創造的数学力が必要なのか

OECD教育研究革新センター（2015,「メタ認知の教育学　生きる力を育む創造的数学力」）は，以下のように示している。

> **数学とはまさに，問題解決を扱うものであり，問題解決は多くの場合，数学の「テクニカルなスキル」，すなわち「ノウハウ」と結び付いている。だが，<u>革新的な社会では，「自由な発想で」考えることができるかどうか，すなわち，オリジナルなアイデアを創り上げたり，様々な対象物やアプローチ，学問同士を結び付けたりすることが</u>，根本的に重要になる。**　（下線は筆者）

算数・数学で学ぶということは，単に算数・数学の知識・技能を習得するだけでなく，算数・数学と事象の結び付きが生まれる考え方やアイデアの創り上げが重要であるということを示唆する。

予測が困難な時代には，ある事象や問題に対してただ一つの方法を目指すことも勿論必要であるが，ただ一つの方法で問題事象に対して解決を図る場合のものの見方・考え方は単調で脆弱なものになってしまう。Rogers（1967）は

> **変化の無い時代では，決まりきった指導方法で知識技能を教えることは何も問題視されることがなかったが，変革の時代（AI の進展）では，いつまでも通用する知識技能はないので，学び方を学び，変化することが大切である。**

と，示唆している。決まりきった一つの方法だけでなく，他の学びと結び付けたり，別の方法はないかと多面的な見方，考え方から数学的に考えたり，他者と協働的に学び合ったりして，創造的・本質的な数学力を不断に創り上げ，体系化することが重要となる。決まりきった数学的なアイデアだけで，複雑化，多様化する課題が次々生まれる社会を，自分の力で主体的に切り拓いてマネジメント

＊岡山市立福田小学校

することはできないと考える。

２　決まりきった指導の問題の所在

本研究では，小学校算数科第２学年「たし算とひき算のひっ算（２）」の指導について取り上げる。第２学年の筆算指導では，まず，十進数の性質や位取り記数法の考えに基づき，（２位数）＋（２位数），（２位数）－（２位数）の筆算の仕方を数学的に考え，基礎・基本を創造的に計算の仕方をつくる。続いて，（２位数）＋（２位数）で答えが３位数になる場合，その逆の（３位数）－（２位数）へと学びを拡張させていく。更に，第３学年では，（３位数）＋（３位数），その逆の（３位数）―（３位数），（４位数）―（３位数）の筆算の仕方へと統合・発展させて筆算の仕方を体系化していく。整数の筆算の加減の仕方が完成したら終わりではなく，第４学年の小数の場合の加減の筆算に発展的につなげていく。

ところが，筆算の学習指導では，形式的に十進数の仕組みや位取り記数法の考えを捉えて，「位どうしをたせばよい」といった教育技法によるアルゴリズムの指導に終始してしまって，数学的見方・考え方や数学的に考えることが軽視されている現状が多々見受けられる。

これでは，整数の十進数の仕組みを十分に捉えられず，数感覚が育成されず，十進位取り記数法の考えの数学的なよさにも気付かないので，創造的数学力として発達しないという問題点が生じると考える。

３　研究の目的と意義

アルゴリズムは重要であるが，数学的な見方・考え方や数学的に伴っているということが大切である。単に筆算のアルゴリズムの指導に終始していて，創造的数学力が発達していないという現状を打開する必要がある。そのために協働的な学び合いに焦点をあてて行う。本研究の目的と意義は，初発の十進数の見方・考え方や十進位取り記数法の考えを，算数・数学における協働的な学び合いを通して，個人的，集団的に進化・発達させる創造的数学力を育成するアプローチを実践的に探究することである。

４　研究の内容

（１）創造的数学力

トーランス（1967）は数学の創造性を識別する特徴として「流暢さ」「柔軟性」「独自性」「精緻さ」の４つの構成要素を示している。

流暢さとは，ある刺激への反応として生み出される意味のある妥当なアイデアの合計。
柔軟性とは，ある刺激への反応が生み出される際に用いられるアプローチの変更。
独自性とは，その反応の統計的希少性。
精緻さとは，その反応において用いられる細やかさの総量。

図１　数学の創造性の構成要素（トーランス）

これら４つの構成要素を用いて，本研究で生まれた子どもの考えと照らし合わせ，児童の考えが本当に質的に創造的数学力につながるものかどうかを見取り，子どもたちが相互に学び合って自覚できるように手助けをしたいと考えた。

（２）協働的な学び合い

創造的数学力が十分に育成できた状態とは，前述した４つの構成要素をすべて満たした状態とは捉えていない。一単位時間の授業だけでその４つの構成要素を全て満たすのは難しく，単元を通しても容易ではない。１つ１つの構成要素は，アイデンティティーがあり，独立要素である。自力解決時に１つでもあれば，概ね創造的数学力が育成されていると考える。個人の学びの分析，協働的な学び合いの中での「数学的に考える力」が多角

的な分析，考察を通して，変容し，複合的な構成要素となって発達していくことを期待している。

中央教育審議会（2021）は，「『令和の日本型学校教育』の構築を目指して～全ての子供たちの可能性を引き出す，個別最適な学びと，協働的な学びの実現～（答申）」の中で，協働的な学びについて以下のように示している。

探究的な学習や体験活動などを通じ，子供同士で，あるいは地域の方々をはじめ多様な<u>他者と協働しながら</u>，あらゆる他者を価値のある存在として尊重し，様々な社会的な変化を乗り越え，持続可能な社会の創り手となることができるよう，必要な資質・能力を育成する「協働的な学び」 （下線は筆者）

図２　協働的な学びの役割（中央教育審議会）

「協働し」とは，「同じ目的のために二人以上が協力して働くこと」という意味であるが，「協力して働く」目的・意義は多岐にわたる。例えば，「①リーダーが指示を出してみんなが働く」ことも「協力して働く」ことであるし，「②それぞれの役割をしっかり守って，お互いの役割に干渉せずに働く」ことも「協力して働く」ことである。

本研究で目指したい「協力して働く（学ぶ）」とは前述した①②のような姿ではない。本研究で目指したいのは，「意見・反論を相互に行って，的を射た数理的な解決にアプローチする」ことや「最適な考えを生成し，ともに数学的な考えを共有できる力を創発する」という機能を有する対話的な学びを「協力して働く」と考える。

Vygotsky（1978）は，「子どもの最近接発達領域とは，ひとりで行う問題解決によって決定される原価の発達水準と，大人の案内のもとで，あるいはより有能な仲間との協働にとって行う問題解決を通して決定される潜在的な発達水準との間の距離である。」と最近接発達領域について定義しており，この最近接発達領域をもちえる人間の子どもは「集団的な活動において，さらに多くのことをやっていくことができる」と主張している。これは，筆算の決まりきったアルゴリズムを教え込むことをしないようにという警鐘を鳴らしている。

また，Engeström（1987）は最近接発達領域を「個々人の日常的活動と，日常的活動に潜在的に埋め込まれているダブルバインドの解決として集合的に生成され得る，歴史的に新しい形態の社会レベルの活動との距離である」と定義している。

これから分かることは，筆算の仕方の学びを深めるためには，様々な数学的なアイデアを生かして，一人よりも二人以上で多面的なアイデアをしかして学ぶと学びは拡がり，深まりやすいということである。

さらに，J.Lave・E.Wenger（1993）は，「徒弟性から状況的学習へ」「状況的学習から正統的周辺参加へ」と示す。一方的に教えてもらうだけではなく，相互に意見や反論を繰り返すことでさらに学びは深まっていくことを示している。したがって，筆算は一の位から計算するのか，なぜ繰り上げたり，繰り下げたりしないといけないのかをつまずきや誤答を取り上げて検討し，つまずきや誤答をしても，柔軟に考えを変容して深く考えさせることが大事である。

上記のことから本研究では「協働的な学び」ではなく，「協働的な学び合い」と「合い」を付加した。「協働的な学び合い」とは，協働的な学びの中でも学習のグループの中に入って，ただ傍観するだけでなく，意見・反論等を相互に行うことで自他ともに「納得する実感」が生まれる学びを目指すものとする。子どもの学習の分析として，自力解決を通してどのような数学的な考えを生成しているのか，協働的な学び合いの中で初発の考えを他者の考えと検討していく中で，何を感じ取り，自分の考えをどのように変容（付加，転換）させていくのか，どのように共有化していくのかを分析，検討する。

５　授業実践

（１）　目標と指導計画

① 目標

（２位数）＋（２位数）で答えが（３位数）になる筆算，その逆の（３位数）－（２位数）の筆算の仕方と数の仕組み，十進位取り記数法の考えを基に，統合的・発展的に考えて，筆算の仕方を構成することができる。

② 指導計画　８時間

第一次（２位数）＋（２位数）答えが３位数の筆算

　第１時　十の位に繰り上がある場合

　第２時　２回繰り上がる場合

第二次（３位数）―（２位数）の筆算

　第１時　十の位に繰り下がりがある場合

　第２時　２回繰り下がりがある場合

　第３時　とび繰り下がりがある場合･･･(本時)

第三次　練習と評価

（２）　教材の位置づけ

本研究教材は，第２学年「たし算とひき算のひっ算（2）」である。筆算については，この学年で既に（２位数）＋（２位数）で（一の位に繰り上がりあり）とその逆の（２位数）－（２位数）を既に学習している。

本教材は，その発展で（２位数）＋（２位数）で十の位に繰り上がりが生まれ，百の位に繰り上がる場合と，その逆の（３位数）－（２位数）の場合を取りあげる。本授業研究では，特に，（３位数）－（２位数）で，引かれる数の十の位が空位の筆算「１０３－６７」を取り上げる。なぜそこを取りあげるかというと，単に繰り下げればよいという表層的なアルゴリズムでは通用しない場面だからである。３位数の数の数構成を再検討し，十進位取り記数法の仕組みを数学的によく考えていかないと，本当のとび繰り下がりのある筆算の仕組みを構成し，創発できないと考えたからである。

（３）シチュエーションの工夫

すでに，（２位数）＋（２位数），（２位数）－（２位数）の２位数同士の加減計算を学んでいる。そこで，単元導入から既習の筆算の仕方とのつながりを意識させるとともに具体物（数え棒），半具体物（数え棒の図），数のすべての表現様式で説明できるようにしておく。

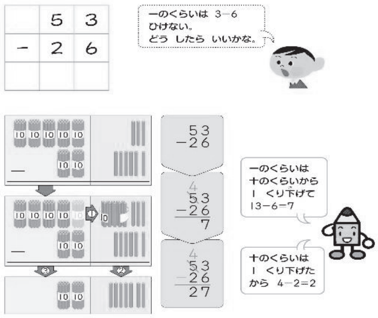

図３　既習の操作，イメージ，数表現への内面化のプロセス

新規の（３位数）―（２位数）の筆算の仕方を統合・発展の観点から既習の５３―２６の筆算の仕方と結びつけて考えるとともに難解な計算問題に直面しても，協働的に基礎・基本である３位数の十進数の仕組みや既習の筆算の仕方と関連づけて多角的な視点から建設的に筆算の仕方について意見を出し合って，解決の糸口を見つけ，創造的に「とび繰り下がりの筆算の原理」を数学的に考える力を培うことができるシュチュエーションを構成した。

（４）授業の実践的展開

①課題設定

授業導入においては，第二次の第１時，第２時で（３位数）－（２位数）の繰り下がりのある筆算を学んできている。

こうした算数の文脈を構築してきているので，「１０３－６７をひっ算でしてみましょう。」とい

う抽象化された問題を意図的に提示する。

すると，今までの筆算の学習の流れを生かして，いきなり数式を使った筆算することに抵抗がある子どもたちは，「えっと？」という行き詰まり感を想定通りもつ。要因は，十の位から繰り下げるという形式的な決まりきったアルゴリズムを適応して働かせることができないからである。このため，困った感が教室のあちこちで生まれる。それでも，数え棒の操作を通して数学的に考えてきた子どもたちはわかりやすく，「数え棒や図や数を使って考えよう」という操作的活動を通して数学的に考え，課題を解決するアプローチを協働的に設定していった。

②自力解決でのオープンアプローチの様相

様々な子どもの様相を見取ることができた。

ア　位取り板に数え棒を置いたものの，「う～ん」と考え込み，解決に達しない子ども。

百	十	一
1	0	3
−	6	7

イ　位取り板に数え棒を置き，一の位の３の数え棒を下段の７のところに置いたものの，「あと４をどうする？」と考え込み，解決に達しない子ども。

百	十	一
1	0	
−	6	7

ウ　位取り板の「百の束」をばらし初め，「一の位で，３―７はできないから」と言いながら，いきなり「一の位を１３」とする子ども。

百	十	一
		ひく
	6	7
		下ろす

やがて，「どうして一の位が１３になるの」と言われ，再考して「１００の束をばらすと，十の位に１０の束が１０個，そのうちの１つをばらすと一の位が１３になる」ことに辿り着く。

エ　位取り板は扱わずに，数として筆算を行うことはできたものの，具体物操作である数え棒の操作が上手くできない。

百	十 9	一
~~1~~	~~0~~	3
	6	7
	3	6

こうした，子どもの思考の様相の見取りから，本時の問題が子どもにとって非常に難解であることが分かる。子どもの筆算の仕方の思考のレベル差は大きいことが判明する。具体物操作がそもそもできない子，できるが説明ができないなど違いが大きいことが分かる。様々な様相の子どもがいる状態で解決に至るためには，協働的な学び合いを数え棒の操作的活動を適切に活用し，繰り下がりの原理をイメージできるようにしなければ，創

造的数学力は向上しないと考えた。

③創造的数学力の分析

流暢さ，柔軟性，精緻さの観点から分析する。

流暢さ（ある刺激への反応として生み出される意味のあるアイデアの合計）

→十進位取り記数法の考えで解決した。

柔軟性（ある刺激への反応が生み出される際に用いられるアプローチの変更）

→十進位取り記数法の考えでアプローチした。

独自性（その反応の統計的希少性）

→とび繰り下がりの考えを創造した。

精緻さ（その反応において用いられる細やかさの総量）

→とび繰り下がりについて正確に説明ができれば精緻さがある。

自力解決時に問題解決ができた児童は，十進位取り記数法というアイデアを使い，十進位取り記数法を用いてアプローチし，とび繰り下がりという独自性のあるアイデアを創造できたと分析する。しかしながら，多くの児童は解決に至っていなかった。また，精緻さについては自力解決時にもった考えや集団解決の中で導いた考えについての説明を聞いてみないとわからない。

④協働的な学び合いの場における考えの拡がり

自力解決後，自然発生的に協働的な学び合いが始まったので，数え棒を使って，繰り下がりの原理をイメージしやすい話合いをするように促した。以下に一つのグループのプロトコルを示す。

C1：まず，一の位の計算をしたいけどね。３―７はひけないでしょ。だから昨日習った十の位からひきたいんだけどない(空位)んよ。(C2 賛同)

C2：困るよね。もう百の位からひくしかないじゃろ。

C4：百の位の数は１だから，百の位の１から一の位の１というか，１－７ってこと？ひけないよ。

C3：ちがうよ。百の位の１は，ほんとは１００でしょ。だから十の位に一回あずけるんよ。

C1：え？どういうこと？

C3：えっと…百の束を１０の束１０個にばらす。

C2：あ，わかった！百の位の１を繰り下げて，十の位に１０ってことでしょ。

C1：うん。１０の束１０個にする。そこまで分かった。

C2：十の位に１０の束が１０あるから，その１つの束をばらして，一の位に繰りさげると計算できる。

C1：そうか。そしたら１０の束の１つを一の位に１０移して…１３かな？（実際に動かす)。

C2：そうそう

C4：一の位が１３－７になった。

C1 と C2 と C4 は，自力解決時に数え棒を用いて問題に取り組んだが未解決であった児童に対して，C3 は自力解決時に問題解決をした児童である。

C3 の「ちがうよ。百の位の１はほんとは１００でしょ。だから十の位に一回あずけるんよ。」という発言を聞いた C2 が「あ，わかった！百の位の１を繰り下げて，十の位に１０ってことでしょ。」と空位の位の処理に気づく様子が見てとれた。さらに C2 の発言から，C1「そうか。そしたら１０の束の１つを一の位に移して…（実際に動かす)。」，C4「一の位が１３－７になった。」と拡がっていく様子も見てとれた。

C3 のいう「十の位に一回あずける」という説明から C3 は精緻さが不十分であることが分かる。一方，C2 の「百の位の１を繰り下げて，十の位が１０」「十の位に１０の束が１０あるから１つの束をまた一の位に繰り下げる」という説明には精緻さがある。

自力解決時には，C1・C2・C4 ともに問題解決に至らなかったため流暢さも柔軟性も独自性も精緻さも不十分であった。一方，問題解決に至った C3 は，流暢さ，柔軟性，独自性は十分であり，精緻さ

は説明を聞いてみないとわからないという状況であった。

この４者は協働的な学び合いを通して様相が変化する。まずC3については，考えの説明に精緻さは不十分であった。一方，C3の発言から問題解決に至ったC1・C2については，流暢さも柔軟性も独自性も精緻さも十分なものとなった。C4についても精緻さは不十分なものの，流暢さ，柔軟性，独自性については十分なものとなった。

これらの結果から，流暢さ，柔軟性，独自性があったが精緻さが足りなかったC3の発言から，自力解決時に流暢さも柔軟性も独自性も精緻さもなかったC2がとび繰り下がりのアイデアを創造し，さらに精緻さもあったことで C2 の創造的数学力が向上したことは非常に興味深い。さらにC2の説明を聞いた C1 が数え棒で正確に操作を行い，C4 にも拡がっていることから，個人の創造的数学力の向上が見られるだけでなく，協働的な学び合いを通して集団としてとび繰り下がりのアイデアを創造している点から，創造的数学力培われたことが分かる。

６　結語

中央教育審議会(2021)には「個別最適な学び，協働的な学び」が強調されている。算数教育では「協働的な学び」の重要性は共通認識があるものの，「振り返って，習った新しい算数の知識や技能を確認すればよい」と表面的に捉える傾向がある。算数の課題（事象）に自分の力で操作的活動や習った知識技能を活用して自分では創造的に数学力を発揮して解決したつもりになりやすい。

本事例研究は，本当に創造的な数学力を発揮したものになっているか，協働的な学び合いの中で４つの創造的な数学力を発揮したものになっているかどうかを，クラスに属する自分自身はもとより，クラスで学ぶ同じ仲間も新しい数理を創造し補い合うことで，個人としても集団としても創造的数学力が育成できるという授業実践研究の一事例にすぎないと考えている。

今後は，他単元等で協働的な学び合いを通して授業実践研究を行い，どのような学び合いが行われるのが最適なのか，協働的な学びが成り立つ要素を探究し続けて明らかにしていきたい。

参考文献

１）OECD 教育研究革新センター(2015)『メタ認知の教育学　生きる力を育む創造的数学力』, 明石書店.
２）中央教育審議会(2021)『「令和の日本型学校教育」の構築を目指して～全ての子供たちの可能性を引き出す，個別最適な学びと，協働的な学びの実現～（答申)』
３）山住　勝広（2019)『学校における子どもたちの拡張的学習の生成―学習活動を創り出すエージェンシーの発達に向けてー』
４）ユーリア・エンゲストローム（2020)『拡張による学習　完訳増補版　発達研究への活動理論からのアプローチ』，新曜社.
５）ジーン・レイヴ，エティエンヌ・ウェンガー（1993)『状況に埋め込まれた学習―正統的周辺参加―』，産業図書.
６）清水静海ほか(2019)『わくわく算数２上』, 啓林館.

（令和５年１２月２５日　受理）