岡山大学算数・数学教育学会誌
『パピルス』第29号（2022年）8頁～13頁

創造的数学力を育成する算数の学びの実践事例研究

—第６学年の比の授業実践研究についての考察－

山　崎　湧　太　＊

研　究　の　要　約

○本研究の目的は，小学校算数科における創造的数学力を育成する授業づくりを第６学年の比の授業実践に焦点を当てて追究することである。一般的な比の指導における解明すべき実践的な探究課題は，決まりきった一方向の数学的な見方・考え方で問題解決に終始している点である。本事例研究では，比の利用の問題について，児童自らが創造的に多面的な見方・考え方を積極的に働きかけて問題に取り組むアプローチを重視することにより，本当の割合の考えを活かした創造的な数学力を育成する算数の在り方を，授業実践を通して探究する。

Key　Words：多角的な見方，考え方，アプローチ，比の利用，割合の考え

1　なぜ，創造的数学力なのか

OECD 教育研究革新センター（2015，「メタ認知の教育学　生きる力を育む創造的数学力」）は，以下のように示している。

> **数学とはまさに，問題解決を扱うものであり，問題解決は多くの場合，数学の「テクニカルなスキル」，すなわち「ノウハウ」と結び付いている。だが，革新的な社会では，<u>「自由な発想で」考えることができるかどうか，すなわち，オリジナルなアイデアを創り上げたり，様々な対象物やアプローチ，学問同士を結び付けたりすることが</u>，根本的に重要になる。**　（下線は筆者）

算数・数学で学ぶということは，単に算数・数学の知識が深まるだけでなく，算数・数学と事象の結び付きが生まれる考え方やアイデアの創り上げが重要であるということを示唆する。

予測が困難な時代には，一つの問題に対してただ一つの方法を目指すことも勿論必要ではあるが，それ以上に，他の学びと結び付けたり，別の方法はないかと多面的な見方，考え方から数学的に考えたりして，創造的アイデアを不断に創り上げることが重要となる。決まりきった数学的なアイデアだけで，複雑化，多様化する課題が次々生まれる社会を切り拓いてマネジメントすることはできないと考える。

2　アイデアを創造する算数の学び

山住（2019）は，ユーリア・エンゲストローム（1987）の提唱する「拡張的学習」について以下のように示している。

> **学習が教育者の手を離れて，学習それ自身によって方向づけられるものとなり，「いまだここにないもの」，すなわち集団生活の新しい物質的な形態を生成していくような学習を概念化する新しい学習理論である。**

算数の学びが教師によって教え込まれる学習では，子ども自身が学習を方向づけるのではなく，

＊岡山市立福田小学校

教師が学習を方向づけてしまっている。子ども自身が本当は戸惑いながらも何とかカリキュラムマネジメントを自己制御しつつ，数学的なアイデアを創造していく学びが重要である。知識が固定化されず，次々と変化し，その変化に対応するのではなく，変化を生み出す必要のある現代においてはなおさらである。

さらに，ユーリア・エンゲストローム（1987）は，「拡張による学習」の中で以下のように示している。

水平的と垂直的という二つの側面，より一般的には空間的・社会的次元と時間的・歴史的次元，これらをともに強調することは，実践的にもきわめて重要である。

数学的なアイデアを創造する学習は，水平的な思考だけでも，垂直的な思考だけでも成立しない。水平的な思考と垂直的な思考をともに強調して，意識して実践的に行う必要がある。子ども自身にそのように意識させるには，もちろん教師自身が教材や単元を分析する際に何が水平的な思考で，何が垂直的な思考なのかという視点で捉える必要がある。さらに，水平的な思考と垂直的な思考がどう関係づいているのかも同時に捉えておく必要がある。このことは，教師だけでなく，二つの側面を子ども自身に算数の学びを通して，活動のアプローチの中で強く意識させることで，初めて子ども自身が算数の学びをつくっていくという創造性が生まれると考える。

3　問題の所在

本研究では，小学校算数科第６学年「比」の指導について取り上げる。比の指導では，比の意味・比の表し方や比の求め方，比を活用した問題等を学ぶ。一般的な比の学習の問題は，固定的に１つの見方・考え方を中心に学習が進んでいくことが少なくないことである。比は，２つの数量の相対的な関係を割合として整数，小数，分数を用いて１つの数で表していた学びから，そのまま２つの数を用いて相対的な割合を表す新しい表現に移行する学びである。それにも関わらず，既習の割合と関連づけもせずに別の新しい概念として「比」を教え込んでいるという問題点がある。等しい比を調べる学習，比を活用する問題解決においても教科書通りの決まりきった手法で表層的に問題に取り組ませ，両者を関連づけさせていないという現状がある。

そこで本研究では，比を活用する問題で，児童自らが創造的多面的な考えを見いだし，振り返り，思考の過程やアイデアを協働的に話し合って検討し，比の考えを深めるようにする。統合の観点から比と比の値を結びつけ，本質的に同じ割合についての数学的概念として創造的に体系化するようにしたいと考える。

4　算数の学びと創造性の関係

トーランス（1967）は数学の創造性を識別する特徴として「流暢さ」「柔軟性」「独自性」「精緻さ」の４つの構成要素を示している。

流暢さとは，ある刺激への反応として生み出される意味のある妥当なアイデアの合計。
柔軟性とは，ある刺激への反応が生み出される際に用いられるアプローチの変更。
独自性とは，その反応の統計的希少性。
精緻さとは，その反応において用いられる細やかさの総量。

これら４つの構成要素を用いて，本研究で生まれた子どもの考えを識別し，識別した児童の考えが質的に創造的数学力につながるものかどうかを，児童自身が強く自覚できるようにしたい。

５　授業実践：「比の利用」

１）教材と位置付け

教材は第６学年「比とその利用」である。比の意味，等しい比，比を簡単にする等の既習の複数の基本的な数学スキルを総合的に生かす「比の利用」に実践研究の焦点をあて，多角的な見方・考え方を働かせるアプローチによって創造的な数学力の育成を目指したい。

２）単元始めからの流れ

単元始めは，比の意味について学習を行った。まず，問題として「マヨネーズ３０mL とトマトケチャップ２５mL でソースを作ります。どのような割合でマヨネーズとトマトケチャップを混ぜたといえばよいですか。」を提示した。

児童は，既習の割合を活用して「マヨネーズはトマトケチャップの１．２倍」と問題解決した。この割合の表し方の場合，比べる量がマヨネーズの３０mL, もとにする量がトマトケチャップの２５mL となる。「比べる量」と「もとにする量」をおさえたところで，割合の意味と比の表し方と比の意味の関連づけを図り，両者の関係性を捉えさせるようにした。児童の反応としては，「今までの割合だったら，１つの数で表すことができるけど，今度の割合は２つの数を使っている。」「今までの割合と意味は同じだけど，表し方が違う。」というものがあった。どちらも既習の割合と結びつけて，比を捉えていることが分かる。

前述したが，一般的な多くの比の授業では，既習の割合とは結びつけることなく，新しい概念として比を教え込んでいる。そうした授業では，「比は２つの数で表すことが分かった。」や「比はなんとなくわかりやすい気がする。」といった，既習の割合を意識した統合・発展の視点を全くもたない児童の思考となってしまう。これでは，水平的な思考でも垂直的な思考でもなく，本当の算数の目指す数学的な知識を形成できない。

比は，既習の割合の表し方が違う割合で，同じ割合で系統づけられるという垂直的な思考を促すことで児童自身が既習の割合と結びつけて統合的・発展的に比を捉えさせることが大切と考える。

３）振り返りの重視

比の意味の場合と同様に既習の割合や前時の学習と結びつけることを意識して，「比の値」「等しい比」等を順次学んでいった。創造的に数学的なアイデアを生み出す素地の思考を重ねることで，子ども自ら「比を使った問題」に直面したとき，多面的に比の見方・考え方を働かせ，数学的に考えて，いろいろな数学的アイデアを創出する。そこで，これらのアイデアを振り返って，数学的な思考の過程やアイデアを協働的に検討し，比と比の値を統合の観点から結びつけて同じ割合の概念として深めるように試みた。

６　授業の実践的展開

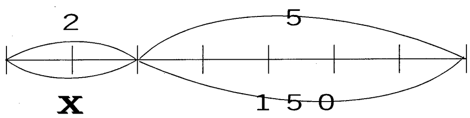
１）課題設定

「砂糖と小麦粉の重さの比を２：５にしてケーキをつくります。小麦粉を１５０ｇにすると，砂糖は何ｇいりますか」という多様なアプローチを誘発する問題を板書しながら提示する。板書に書くスピードで児童は問題理解をしていく。すると，今までの学習の流れを生かして，多面的なアプローチが可能だと口々に発言し，「砂糖の重さを比の考えを使って色々考えよう」というオープンな課題を設定し，共有化していった。

２）自力解決とその分析

①自力解決でのオープンアプローチの様相

考え１　線分図の考え



式：150÷5＝30

30×2＝60

考え２　等しい比の考え（比例配分）

３０倍

２：５＝**X**：１５０

３０倍

式：150÷5＝30

2×30＝60

考え３　比の値の考え①

$\frac{2}{5}$倍　　$\frac{2}{5}$倍

２：５＝**X**：１５０

２：５の比の値は，$\frac{2}{5}$

式：$150\times\frac{2}{5}=60$

考え４　比の値の考え②

式：$\frac{2}{5}=\frac{X}{150}$

$2\times150=X\times5$

$X=300\div5=60$

②創造的数学力の観点から分析する。

流暢さ，柔軟性，独自性の観点から分析する。

流暢さ…１つの考えだけでなく，１～４の内の２つ以上色々と考えを見いだせば流暢さがある。

柔軟性…アイデアの異なる考えを複数見いだすことができれば柔軟性がある。

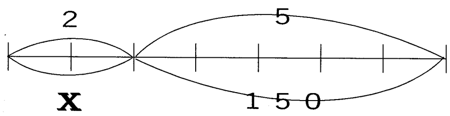
独自性…誰もが発想できないようなユニークな考えは独自性があるが，みられなかった。

３）協働的省察による創造的数学力の進化

①外的活動より内的活動

自力解決終了後，考え１～４を順に取り上げ省察させた。どの考えもよいが，重視したい考えはどれかを再考させた。

C：考え１がいいと思います。図を使えば，説明がしやすいです。（何人かが賛同する。）



C：確かに図は分かりやすいけど，せっかく等しい比や比の値の表し方を習ったのに使わないの？

C：確かに。比って今までの割合と表し方が違ってせっかくその表し方習ったんだから。

C:考え２～４の方でやった方が，比を学んだ意味があるよ。

C:苦手だった比や割合がだんだん分かってきた。

今までの算数科授業の中で「習ったことを積極的に使おう」「色々な考えで考えられるようになろう」「図と数や式，言葉だったら数や式，言葉の方が難しいけど，言葉で説明しよう」という視点をもって子どもたちと内面化を図ることを促進してきた。そうした日々の積み重ねで子どもたちは外的なアイデアと内的なアイデアを対比し，内的アイデアのよさを協働的に気づくことができた。

②深い学びの創生

水平的な思考，垂直的な思考という視点にたって分析を行う。「砂糖は何ｇいるか」という問題に対して，解決方法を４つ取り上げた。この段階では，問題に対して様々な方法を使って考えているので水平的な思考で問題解決しようとしていることが分かる。（図１）

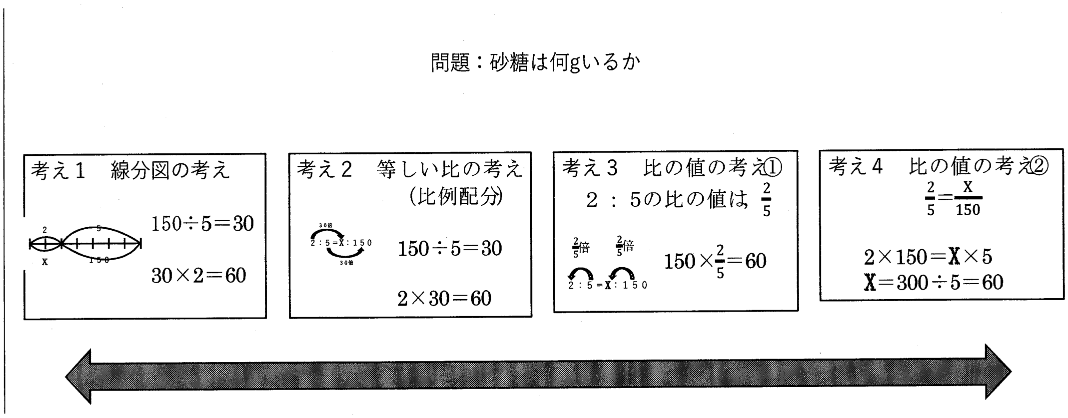


図 1

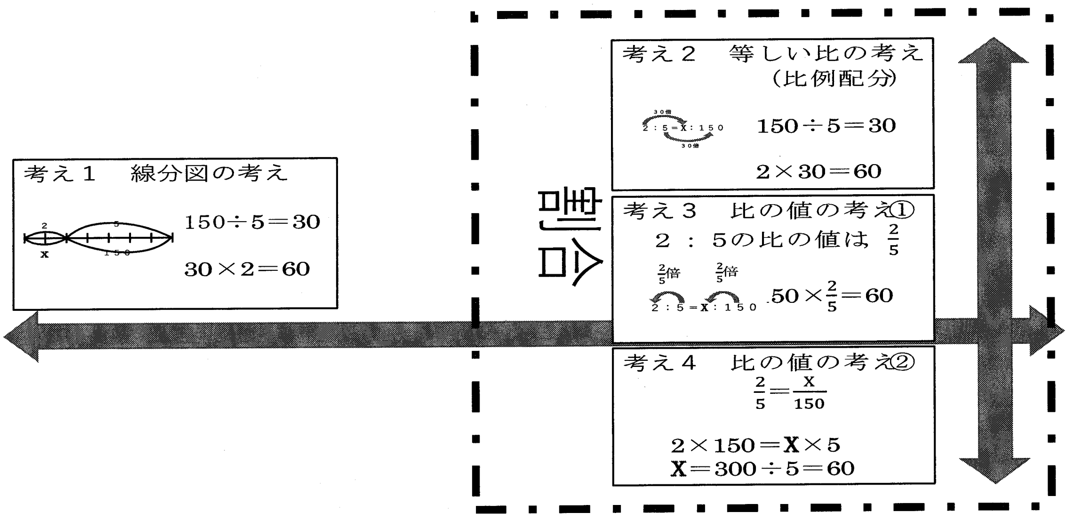


図 2

さらに，どの考えもよいが，重視したい考えはどれか再考させた場面では，「せっかく等しい比や比の表し方を習ったのに」や「比って今までの割合と表し方が違って」，「考え２～４の方でやった方が，比を学んだ意味があるよ。」という発言から，考え１～４を水平的な思考で捉えていた児童が，考え１と考え２～４を区別し，考え２～４については垂直的な思考を使って統合的に捉えていることが分かる。（図２）

この場面では，水平的な思考を促すために一つの方法だけではなく，様々な方法で問題解決をし，垂直的な思考を促すために，重視したい考えはどれかと協働的に再考した。水平的な思考を用いて導いた考え１～４を垂直的な思考を用いて考え１と考え２～４を区別する児童の姿から，どちらか一方の思考をすればいいのではなく，二つの側面で物事を省察していく必要があることが分かる。

③表層的形式化は共感がうまれない

前時までの振り返りで「等しい比の考えは書くことが少ないから簡単。」という児童がいた。図よりも等しい比や比の値の考えで考えていきたいとなった段階を見計らって話合いを行った。

T：前回までの振り返りで「等しい比は書くことが少ないから簡単。」って書いていた人が結構いたんだけど，簡単だからこれから使うっていう理由でいいかな。

C：まあ簡単っていうのもあるけど，やっぱり２：５も「割合」を使っている気がする。

T：割合を使っている気がするってどういう意味？

C：等しい比も比の値も，どちらも何倍かを考えていて，割合とつながっているという意味です。

比の意味や比の値，等しい比を丁寧に既習の割合と結びつけながら指導したつもりでも表層的形式化を行っているにすぎず，理解も表層的になってしまい易い。学んだ等しい比，比の値の知識を関連づけて使うことで比と割合を結びつけて概念を深く捉えさせることができた。

７　結語

課題が複雑化する変化の激しい社会にあって，算数の問題を決まりきった見方・考え方で解決しても，役に立たない。多面的な見方・考え方から創造的に数学的なアイデアを創り上げていくことが大切なことである。ただ，子どもが複数の考えを見いだせば，それだけで創造的数学力が育成できたと考えるのは，折角のアイデアを発達させていない。なぜなら考えを見いだしても，操作的で内面化が不十分な考え，意味も分からず形式的に処理して表層的理解に留まっている場合があるからである。そうした面から水平的な思考を省察・検討し，より本質的な考えにアプローチさせるために垂直的な思考に移行を促すことが重要である。どちらか一つだけを行うのではなく，二つの側面で児童に思考させるためには，教師の教材の捉え方が鍵を握っている。

本実践研究では，比を活用する問題について，多様な数学的な考えを，他者と協働的に省察する中で自分の考えは勿論，集団の考えを進化させる過程も見取ることができた。中学校「数学」では，「内項，外項同士をかけたものが等しい」と指導する。表層的理解ではなく，割合や比の値の学びと関連づけ，小中一貫性のある数理の探究を目指す子どもにしたい。

参考文献

１）OECD 教育研究革新センター（2015）『メタ認知の教育学　生きる力を育む創造的数学力』，明石書店.

２）山住　勝広（2019）『学校における子どもたちの拡張的学習の生成―学習活動を創り出すエージェンシーの発達に向けて―』

３）ユーリア・エンゲストローム（2020）『拡張による学習　完訳増補版　発達研究への活動理論からのアプローチ』，新曜社.

４）清水静海ほか（2019）『わくわく算数６』，啓林館.

（課題令和５年３月１２日　受理）