統合的・発展的に考え新しい小数の意味を創り出す算数の授業 ～第4学年「小数」の学習を通して～

杉能道明*

研究の要約

新学習指導要領では子どもたちの「数学的な見方・考え方」を豊かで確かに行うことが求められている。「数学的な見方・考え方」の本質は「統合的・発展的に考えること」であると考えられる。

子どもが統合的・発展的に考える教材として、第4学年「小数」の学習を取り上げる。小数は十進位取り記数法の仕組みをもっており、 $1/10$ の位の小数と $1/100$ の位、 $1/1000$ の位の小数をつなげて統合的・発展的に考えやすい教材だと考えたからである。子どもたちは第3学年「小数」の学習で1Lを10等分して0.1Lを創り出すことを学んでいる。第4学年では $1/100$ の位や $1/1000$ の位の小数を学習する。子どもが「10等分する」という見方・考え方を働かせ、新しい小数の意味を創り出すことを重視したい。

子どもの「数学的な見方・考え方」を引き出し、子どもが統合的・発展的に考え新しい小数の意味を創り出しやすくする教師の支援の在り方を提案する。

key-words : 数学的な見方・考え方, 統合的・発展的に考える, 10等分する

I. 問題の所在と改善の方向性

子どもたちは第3学年「小数」の学習で1Lを10等分して0.1Lを創り出すことを学んでいる。小数は整数と同様、十進位取り記数法の仕組みをもっており、10等分することで新たな単位を創り出すことができる。0.01という小数の表記の仕方は教師が教えるが、その仕組みまでも教師が教えてしまう指導が見られる。子どもが統合的・発展的に考える好機と捉え、子どもが0.1を10等分して新しい小数の意味を創り出す活動を重視したい。

また、整数と小数の仕組みを考察する際、あらかじめ整数と小数の関係をかき込んだ図を使って教師が説明する指導があるが、整数と小数の関係を子どもと一緒に図に表していき、図を使って子どもが数の関係を説明する活動を重視

したい。1を10等分して0.1を創り出したことや0.1を10等分して0.01を創り出したことを振り返るだけでなく、統合的・発展的に考え、更に0.01を10等分して新しい単位0.001を創り出すことを考える活動を取り入れることで、整数と関連付けて小数も十進位取り記数法の仕組みをもっていることをより深く理解できるのではないか。

II. 研究の方法

子どもが統合的・発展的に考え新しい小数の意味を創り出す支援の在り方について、第4学年「小数」の授業実践を通して考察する。

III. 研究の内容

1. 「統合的・発展的に考える」とは

(1) 「数学的な見方・考え方」と「統合的・発展的に考える」こと

*ノートルダム清心女子大学

中央教育審議会答申（2017）では、算数科・数学科における「数学的な見方・考え方」について次のように示している。

事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統合的・発展的に考えること（下線：筆者）

これを踏まえ、小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編（以下、「解説算数編」）では、算数科の学習における「数学的な見方・考え方」を次のように定義している。

事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、統合的・発展的に考えること（下線：筆者）

いずれの説明にも出てくる下線部分の「統合的・発展的に考える」とはどのような意味なのだろうか。

（2）「統合的・発展的に考える」とは

「統合的・発展的に考える」には「統合的に考える」「発展的に考える」の2つの内容が入っている。

解説算数編には「統合的に考察する」「発展的に考察する」について次のように説明している。

「統合的に考察する」の説明

異なる複数の事柄のある観点から捉え、それらに共通点を見だして一つのものとして捉え直すこと

「発展的に考察する」の説明

物事を固定的なもの、確定的なものと考えず、絶えず考察の範囲を広げていくことで新しい知識や理解を得ようとする

そして、「統合的に考察する」の例として、「一つのものにまとめる」「拡張して捉える」「補完して捉える」などが示されている。「発展的に考察する」については、次のような記述もある。

数量や図形の性質を見だして考察する際、既習の事項を適用すればすむ場合もあれば、新しい算数を創ることが必要な場合もある。特に、後者の場合は、新しい概念を構成したり、新しい原理や法則を見いだしたり、また、それらを適用しながら目的に合った解決が求められたりする。場合によっては、新たな知識及び技能を生み出す場合も考えられる（下線：筆者）。

これらのことから、「統合的・発展的に考える」ことは、子どもが「新しい算数を創り出す」ことであると考えられる。中島（1982）も、『統合的発展的な考察』は、（中略）数学的な創造に関わる重要な観点」と述べている。また中島（1982）は、「統合的、発展的な考察」について『統合的』と『発展的』とを並列的によみとらないで、『統合といった観点による発展的な考察』というようによみとることが望ましい。」と述べている。つまり、「統合的・発展的に考える」ことは、「1つのものにまとめようと考えながら、拡張したり補完したりして捉えていき、新しい概念を構成したり、新たな知識及び技能を生み出したりしながら、新しい算数を創り出す」ことであると解釈することができる。

2. 「小数」の学習内容

（1）「小数」を学習するねらい

解説算数編によると、「A数と計算」領域のねらいは次の通りである。

○整数、小数及び分数の概念を形成し、その性質について理解するとともに、数についての感覚を豊かにし、それらの数の計算の意味について理解し、計算に習熟すること

○数の表し方の仕組みや数量の関係に着目し、計算の仕方を既習の内容を基に考えたり、統合的・発展的に考えたりすることや、数量の関係を言葉、数、式、図などを用いて簡潔に、明瞭に、又は、一般的に表現したり、それらの表現を関連付けて意味を捉えたり、式の意味を読み取ったりすること

○数や式を用いた数理的な処理のよさに気付き、数や計算を生活や学習に活用しようとする態度を身に付けること（下線：筆者）

下線部分が小数の概念に関わる内容である。中でも、「小数の概念について理解し、その表し方や数の性質について考察すること」を重視し、小数についての感覚を豊かにすることをねらいたい。

(2) 「小数」の学習の系統

小学校学習指導要領（平成 29 年告示）によると、算数科の第 3 学年、第 4 学年の「小数」の主な学習内容は次の通りである。

【第 3 学年】

- ・端数部分の大きさを表すのに小数を用いることを知る。
- ・小数の表し方及び $1/10$ の位について知る。
- ・ $1/10$ の位までの小数の加法及び減法の意味について理解し、それらの計算ができることを知る。
- ・数のまとまりに着目し、小数でも数の大きさを比べたり計算したりできるかどうかを考える。
- ・小数を日常生活に生かす。

【第 4 学年】

- ・小数が整数と同じ仕組みで表されていることを知る。
- ・数の相対的な大きさについての理解を深める。
- ・小数の加法及び減法の計算ができる。($1/100$ の位まで)
- ・数の表し方の仕組みや数を構成する単位に着目する。
- ・ $1/100$ や $1/1000$ などを単位とした小数を用いることにより、 $1/10$ の単位に満たない大きさを表すことができることを知る。（下線：筆者追記）

(3) 「小数」の仕組み

小数は整数と同様、十進位取り記数法の仕組みをもっている。10 等分すると位が一つ右に進

み、10 倍すると位が一つ左に進む。

図 1 十進位取り記数法に基づく
小数の仕組み

図 1 のように、小数は、整数と同じ十進位取り記数法の仕組みをもっており、第 4 学年の「小数」は、0.1 を 10 等分 ($1/10$) して $1/100$ の位、0.01 を 10 等分 ($1/10$) して $1/1000$ の位を創り出す学習をしていく。このように、小数の意味を拡張しながら、統合的・発展的に考える過程を重視したい。

(4) 統合的・発展的に考え新しい小数の意味を創り出しやすくする教師の支援

○図の工夫

目盛りのない 1 L マスの図を提示することにより、目盛りを付ければよいことに目を向けやすくする。

○数値の吟味

読み取る液量は、まず、 $1/10$ の位までの小数である 1.6 L、次に、 $1/100$ の位までの小数である 1.36 の順に提示する。これにより、1 L を 10 等分したのと同じように 0.1 L を 10 等分すればよいことに気付きやすくする。

○10 等分する数学的活動を生成しやすくする工夫

0.1 L の目盛りではきちんと測れないあまりの大きさを調べる際には、液量図をかいたワークシートを使って考える活動にする。これにより、

自分で目盛りをかいいて調べやすくする。

○活動の工夫

整数と小数の仕組みをつないで考察する活動を取り入れることにより、小数が整数と同じ(十進位取り記数法の)仕組みであることに気付きやすくする。

○発問の工夫

0.1 L を 10 等分して新たな単位 0.01 を創り出したことを振り返り、「0.01 の目盛りでも余りが出たらどうするの?」と問いかけることにより、統合的・発展的に考え更に 10 等分すればよいことに気付きやすくする。

(5) 授業の実際

①単元名 第4学年「小数」

②目標

○ 小数が整数と同じ十進位取り記数法の仕組みで表されていることを知るとともに、小数の相対的な見方や構成的な見方について理解している。また、小数の加減の計算が正確にできる。 【知識・技能】

○ あまりの大きさを小数で表すとき 0.1 の単位をつかった考え方(もとの単位を 10 等分する考え方)をもとに、0.01 の単位をつくり出すことができる。1/100 の位までの小数の加減の計算の仕方を、整数の計算の仕方などと関連付けて考え説明することができる。

【思考力・判断力・表現力】

○ 小数も十進位取り記数法の仕組みで表されることから、さらに小さい小数の単位や位についても考えようとしている。小数も、整数と同じように計算できるというよさに気づいている。 【主体的に学習に取り組む態度】

③指導計画(全9時間)

第一次 小数の表し方

第1時 端数部分の表し方と学習の動機づけ、
1/100 の位の小数の表し方(本時)

第2時 1/1000 の位の小数の表し方

第二次 小数のしくみ

第1時 1, 0.1, 0.01, 0.001 の相互の関係

第2時 小数の構成的な大きさと相対的な大きさ

第3時 「10 倍する」「10 でわる」ことと位の関係

第4時 小数の大小比較

第三次 小数のたし算・ひき算

第1時 1/100 の位までの小数の加法や減法の筆算

第2時 0 の処理など特別な場合

第四次 基本の確かめと自己評価(1時間)

④本時目標(第一次 第1時)

やかんとポットにはいる水のかさを調べる活動を通して、「0.1 L より小さいかさの表し方について調べていこう。」という課題をつかむことができる。図を使って 0.1 L に満たない水のかさの表し方を考える活動を通して、1 L を 10 等分して 0.1 L の単位をつかったのと同じように 10 等分すればよいことに気付き、0.01 L という単位の意味やよみ方を知る。更に、0.01 L に満たないあまりが出たときも 10 等分すればよいと考えることができる。

⑤本時の展開

挿絵を提示し、だれが何をしているところか問いかけることにより、子どもがやかんとポットの水のかさを調べている場面であることに気付くことができたところで、問題「やかんとポットにはいる水のかさはそれぞれ何Lでしょう。」を知らせた。

教師の支援① 図の工夫

やかんの水のかさを表した図(下図のように 1 L マスに目盛りを入れていないもの)を提示することで、1 L に満たない部分を調べるために目盛りを入れればよいことに気付きやすくする。

やかん

図2 やかんの液量図

- C 1 Lと…。
- C 目盛りをつければよいと思います。
- T どんな目盛りをつければいいのか？
- C 10こに分ければよいと思います。
- C 10等分すればよいと思います。
- C 賛成。3年生のときも、10等分して測りました。

このように子どもが発言してきたので、子どもの求めに応じて、提示したやかんの水のかさを表した図のあまりのある方の1 Lマスに10等分の目盛りをかき込んだ。

やかん

図3 10等分の目盛りを入れた液量図

- C 1 Lと0.6 Lです。
- T 0.6 Lのわけを説明できますか。
- C 1 Lを10等分すると、1目盛りは0.1 Lだから、その6つ分で0.6 Lです。
- C (賛成多数)
- C あわせて1.6 Lです。

教師の支援② 数値の吟味

読み取る液量は、まず、1/10の位までの

小数である1.6 L、次に、1/100の位までの小数である1.36の順に提示する。これにより、1 Lを10等分したのと同じように0.1 Lを10等分すればよいことに気付きやすくする。

続いて、次のようなポットの水のかさの図を提示した。

ポット

図4 ポットの液量図

子どもはやかんのときと同じように10等分の目盛りを付ければよいと発言してきたので、子どもの求めに応じて、右のあまりのある方の1 Lマスに10等分の目盛りを付けた。

ポット

図5 10等分の目盛りを入れた液量図

- C 1 Lと、0.3 Lと0.4 Lの間です。
- C 目盛りがぴったりではありません。
- C 0.1の目盛りではきちんと測れません。
- T これは何Lと言ったらいいのでしょうか？
- C うーん。
- C また、目盛りを付けたらいいのでは。

子どもが課題をつかみ、目盛りを付けたらよいという見通しがもてたところで、本時のめあ

てを次のように決めた。

めあて
0.1 Lより小さいかさの表し方について調べよう。

教師の支援③ 10等分する数学的活動を生成しやすくする工夫
ポットの水のかさを調べる際には、ポットの水のかさを表した図をかいたワークシートを使って考える活動にする。これにより、自分で目盛りをかいいて調べやすくする。

次のような図をかいたワークシートを配付し、図を使って考える活動にした。

図5 余りの部分を拡大したワークシートの図

このワークシートの0.3と0.4の目盛りは丁度10 cmにしており、ものさしを使って目盛りをつけやすくしていた。20名中17名が10等分の目盛りを付けており、20等分が2名、等分の目盛りを付けられていない子どもが1名であった。

まず、ペアでどんな目盛りをつけたのか言葉だけでなく図を指差しながら話し合わせるようにした。その際、二人の目盛りの付け方が同じかどうか確かめること、どうしてその目盛りをつけたのかお互いに尋ね合うことを助言した。

続いて、学級全体でどんな目盛りをつけたのか、どうしてその目盛りを付けたのか話し合うようにした。

- C 10等分の目盛りをつけました。
- C (賛成多数)
- T どうして10等分の目盛りをつけたのです

か？

- C 0.3と0.4の間が10 cmだったので10等分しました。
- C 1 Lのときもあまりを測るとき10等分したからです。
- C 1 d Lの勉強をしたときも1 Lを10等分しました。

図6 0.3と0.4の目盛りの間を10等分した液量図

子どもは2年生でかさの学習をしたことを関連付けて発言してきた。ここで、子どもの発言をもとに、「1 Lを10等分したのと同じように0.1 Lも10等分した」ことを板書にまとめた。

教師の支援④ 活動の工夫
整数と小数の仕組みをつないで考察する活動を取り入れることにより、小数は整数と同じ(十進位取り記数法)の仕組みであることに気付きやすくする。

教師の支援⑤ 発問の工夫
0.1 Lを10等分して新たな単位0.01を創り出したことを振り返り、「0.01の目盛りでもあまりが出たらどうするの？」と問いかけることにより、統合的・発展的に考え更に10等分すればよいことに気付きやすくする。

ここで、今日のこれまでの授業を振り返り、1 Lを10等分(1/10)して0.1 Lの目盛りをつくったこと、更に、0.1 Lを10等分(1/10)して目盛りを付けたことを確認し図に整理していた。新しい目盛りの単位を「0.01」Lと書き、「れい点れいー」Lとよむことを知らせた。更に、図中の1 Lから0.01 Lに矢印をつけ、「こ

こはどれだけになっているのかな。」と問いかけると「1/100」になっていると発言してきた。このやりとりを次のような図7に整理し、図を見ながら0.01の大きさを説明する活動を取り入れた。子どもは「0.01 Lは1 Lの1/100です。」「0.1の1/10が0.01です。」などと図を指差しながら説明してきた。

図7 1 L・0.1 L・0.01 Lの関係を表した図

続いて、「もし、0.01の目盛りで測ってもあまりが出たらどうしますか?」と問いかけ、0.01の右側を指差すと、「更に10等分すればよいと思います。」と発言してきた。

これらの活動を通して、子どもは0.1を10等分(1/10)して0.01を創り出したことをもとに、統合的・発展的に考え、更に、0.01を10等分(1/10)すればよいと考え、新しい小数の意味を創り出すことができたと考え。

こうして0.01の意味が分かってきたところで、やかんの水のかさは「1 Lの1こ分で1 L, 0.1 Lの3こ分で0.3 L, 0.01 Lの6こ分で0.06 L, あわせて1.36 L」であることを確かめるようにした。

図8 授業後の板書

IV. まとめ

第4学年「小数」単元の授業実践を通して、子どもが統合的・発展的に考え新しい小数の意味を創り出しやすくする教師の支援の在り方について考察した。

5つの教師の支援により、子どもは、0.1 Lの目盛りで計れないあまりが出た時も「1 Lを10等分したのと同じように0.1 Lも10等分した」ことに気づき、「0.01の目盛りで計ってもあまりが出たらどうしますか?」と問いかけても「更に10等分すればよいと思います。」と答えてきた。このように、子どもは統合的・発展的に考え、あまりが出たら10等分して新しい単位を創り出せばよいことに気付くことができた。1 Lを10等分して0.1 Lを創り出したことを振り返り、0.1 Lを10等分して0.01 Lを創り出すという1段階だけでなく、続けて、もう1段階進めて0.01 Lを10等分することまで考える活動を取り入れたことがよかったのではないかと考える。

今後も、子どもが統合的・発展的に考え新しい算数を創り出す授業づくりを考えていきたい。

参考・引用文献

- 1) 清水静海ほか(2020), わくわく算数 4上, 啓林館
- 2) 中島健三(2015), 算数・数学教育と数学的な考え方
- 3) 中央教育審議会(2016), 幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)
- 4) 文部科学省(2017), 小学校学習指導要領, 東洋館出版社
- 5) 文部科学省(2017), 小学校学習指導要領解説算数編, 日本文教出版

(令和3年12月13日 受理)