

「割合を使って」(6年)の授業実践研究

山野 定寿*

要 約

児童が「割合ができない。」といわれて久しい。全国学力・学習状況調査の結果を見ても、改善の兆しはまだ見えない。割合ができないまま進級した6年生が全体を自分で1とみなし、問題解決していく「割合を使って」は、非常に困難な課題の1つである。

筆者はこの困難な「割合を使って」を指導するに当たり、事前調査を行い児童の実態をつかみ、指導計画の見直しを行った。また、全体を1と見ることについては、部分の割合を先に求めてから、全体を1と見ていることに気づかせるようにした。

その結果、同時に水を入れたり、2人が向かい合って歩いたりする場合の割合問題は、多くの児童が解けるようになるとともに、全体を1と見ることのよさに気づくことができた。

キーワード: 割合 全国学力学習状況調査 基準量(1とみる量)

1 はじめに

児童が「割合ができない。」といわれて久しい。全国学力・学習状況調査の結果を見ても、改善の兆しはまだ見えない。本論文では、この割合について、実践への提言を試みることにする。

啓林館教科書(2015)には「考えを広げよう、深めよう」というコラムがいくつもある。例えば、6年生では、速さの単元が終わった後に、ある道のりを両側から2人が向かい合って歩く場合、出会うまでに要する時間を求める問題、先に歩いて出発した人を自転車で追いかける場合、追いつくのに要する時間を求める問題などがある。2人をペープサートなど用い動かし、1分ごとの2人の距離の和や差を表で整理し、その表からきまりを見つけ問題を動的に解くのである。

そして、3学期には「割合を使って」というコラムが出てくる。そのコラムの最初の例題は以下の通りである。

たくやさんは、家から駅まで行くのに、歩けば20分、走れば8分かかります。

ア 1分間に歩く道のりは、家から駅までのどれだけにあたりますか。また、走るときはどうですか。

イ たくやさんははじめ15分間歩き、その後走って駅まで行きました。走った時間は何分でしたか。

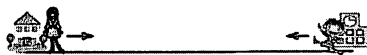
この問題には先の例のように速さもなければ道のりも出てこない。多くの児童は、イはこのままでは解けないと判断する。時間が分かるから、速さか道のりが必要と考えてしまうのである。既習の異種の量の割合である「速さ×時間＝道のり」の知識がこの割合を用いる問題解決に逆方向の干渉を起こしてしまうのである。

その上、先の例題では、歩いていたたくやさんが途中から走り出すのである。ほとんど経験がない問題に多くの児童が困ってしまうのである。

2 授業の構想とその工夫点について

(1)児童の実態をつかむ事前調査

A君は学校から家まで帰るのに15分かかります。お母さんが家から学校まで歩くと10分かかります。2人は約束して、3時にそれぞれ学校と家を出発しました。何分後に2人は出会うことができますか？



この問題はそのまま解けると思いませんか？

解けそう

解けそうでない

- 「解けそう」と思った人は、どうやったら解けそうか思いつくことを書きましょう。
- 「解けそうでない」と思った人は、他にどんなことが分かればよいか書きましょう。

*真庭市立北房小学校

図1 調査問題(速度)

単元が始まる前に児童の実態を知るために調査を行った(図1)。事前調査の結果は、19人の児童の内、解けそうと答えた児童は1人で、解けないと答えた児童は18人、その理由は「速さが分からない」10人「道のりが分からない」12人「遅さが分からない」1人(重複回答可)であった。

お風呂に水を急いでためます。お湯の蛇口だけで湯を入れると15分かかります。水の蛇口だけで水を入れると10分かかります。できるだけ早く風呂をいっぱいにするには何分あればいいでしょう？

この問題は今のままで解けると思えますか？

解けそう 解けそうでない

●「解けそう」と思った人は、どうやったら解けそうか思いつくことを書きましょう。
○「解けそうでない」と思った人は、他にどんなことが分かればよいか書きましょう。

図2 調査問題(流量)

また、同じ条件の速度と流量の割合(図2)を比較すると、速さの割合は解けないけど流量の割合は解けそうと答えた児童が2名いた。

(2) 導入は同時に水を入れる流量の問題

教科書では、移動の速さと液の溜まる速さ(流量)の割合が扱われる。先にも述べたように「速さ×時間=道のり」の知識が全部の道のりを1と見て問題を解決する邪魔をしてしまう負の干渉が起これと考えられる。

また、現実に近い図表現を考えると、速さの場合、時間も道のりも線分で2量の区別がつけにくい。流量なら時間は線分、液量は面積で表現でき2量の区別が付き、液量全部を1と見ることの抵抗が少ないと考えられる。

そこで、流量の割合問題で導入し、まず1分間の水量の割合をおさえ、全部を1と見る。次に移動の速さの割合でこの考えを使い、道のり全体を1と見て自力で解決できるようにすることを考えた。

教科書には、例題のように割合が途中で変わる問題と下記のように割合のたし算の問題がある。

先の例でいえば、前者は、残った道のりや残った道のりを時間で割ることを求められない児童が非常に多く、児童にとって困難な問題である。

$$1/20 \times 15 = 15/20 \quad (3/4)$$

$$1 - 15/20(3/4) = 5/20(1/4) \quad (\text{困難})$$

$$5/20(1/4) \div 1/8 = 2 \quad (\text{非常に困難})$$

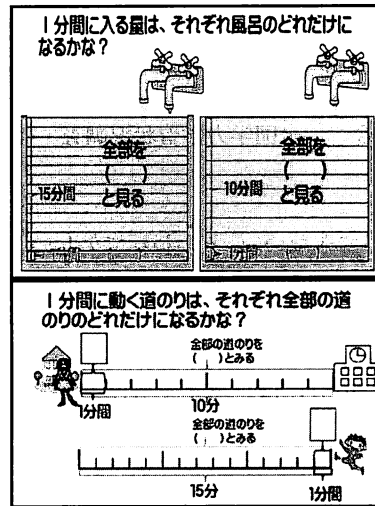
したがって、既習との関係から、児童にとって分かりやすいのは後者と判断し、流量で以下の問題を設定した(表1)。

表1 流量を用いた導入課題

お風呂に水を急いでためます。お湯の蛇口だけで湯を入れると15分かかります。水の蛇口だけで水を入れると10分かかります。できるだけ早く風呂をいっぱいにするには何分あればいいでしょう？

(3) 図で全部を1と見ることを丁寧に押さえる

「1分間に溜まる湯や水は、お風呂のどれだけにあたりますか。」という問いで児童は1/15や1/10になることを比較的容易に見つけることができる。



しかし、この場合、風呂全部を1と見ているという前提に気づいている児童は意外に少ない。

そこで、図3のように1分間あたりの割合を問い、水槽図(面積図)や線分図に時間で等分

割したという証拠の線を目測で入れさせる。1分間あたりの割合を求めた後振り返りをさせ、全部が1であることをまず意識させる。

次に、移動の速さで先に道のりを1と見ることをおさえ、1分間に動く道のりが全体を1と見た時の割合であることを考えさせていく。全体を1と見たときの部分の割合であることを大切にする。

また水槽図(面積図)や線分図などの図表現が、この問題の解決を容易にするので、大切にしたい。

以上の授業の流れを整理する(表2)。

表2 指導計画

流量で用いた単位の考え方を拡張的に速度の問題に発展させる計画な

指導の順番	
①流量	部分の割合
→	→全体を1と見た
②速さ	全体を1と見る
	→部分の割合

のである。

(4)アニメーションで映像化を図る

広岡(1975)「ブルーナー研究」の文を引用する。

教材を構造的に提供した後に指導上重視すべきことは、豊かな映像の形成をはかり、早急な言語化を差し控えることである。というのは、直感的思考の本性は映像的であり、その過程は非言語的だからである。映像は、その諸要素をひとときにおもいうかべることを特色とする。諸要素の同時的=共時的な把握力を強化することは、学習者の映像を活発にし、ひいては直感的な思考力を旺盛にするのに役立つであろう。(下線引用者)

と述べ、直感的な思考力の形成における映像化の重要性を主張する。

また、杉岡(2002)も数学教育の立場から、直感的に理解における図形化の重要性を訴えている。図形化とは思考手段としての事象を図に表現することである。図形的表現が全体と部分の関係が一目で分かる点において強力な思考手段になり、特に式での操作が駆使できない小学校段階においてその指導の重要性を指摘し、特に数量の内容は常に図に表して考えるよう促すことを主張する。

映像化に当たって、具体物が用意できればそれに越したことはない。しかし、できない場合は、図4のような具体物の代わりになる映像化の助けになるものが児童の理解を助ける。

筆者は power point のアニメーションを用い、児童にイメージを持たせるように工夫している。例えば、ここで扱う流量の場合は、水槽図(面積図)が現実近く、児童は容易に理解できる。

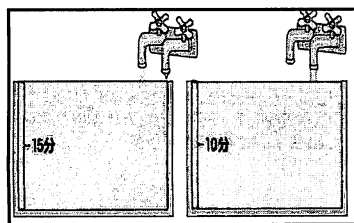


図4 水槽図

読みながら、できない児童に見せるなら自力解決の途中に、確認のためなら自力解決の後にといった具合に使うタイミングが重要である。

また、スクリーンショットの機能を用いて、ヒントカードを作り、必要な児童には与えるようにしている。

ただこのスライドについては使い方に工夫がいる。問題をできるだけ捉えやすくするために

使うなら問題文を

3 授業の実際

この授業は、2019年1月にH小学校6年2組、児童数19名と筆者が行った授業である。

(1)授業のめあてづくり

お風呂に水を急いでためます。お湯の蛇口だけで湯を入れると15分かかります。水の蛇口だけで水を入れると10分かかります。できるだけ早く風呂をいっぱいにするには何分あればいいでしょう？

この問題はここまで解けると思いませんか？

解けそう 3人 解けそうでない 16人

- ・ふろの全部の体積が分かればよい(13人)
- ・1分間でどれだけ水が入るか分かればよい(5人)
- ・ふろの深さが分かればよい(1人)

図5 調査問題の結果(流量)

左の事前調査の結果のスライドを示しながら(図5)、以下の導入を行った。

T 多くの人がふろの体積や1分間に入る水が分からないから解けないと考えました。でも、実は、この問題、解けます。

Cn ええ、どうやって解くん？

T じゃあ、それを今日のめあてにしよう。

めあて 解く方法を考えよう

(2)解決の見通しを持たせる

T この問題で1分間でどれだけ水が入るかは？

Cn わからない。

T でも、1分間でこのお風呂のどれだけ入るか分からないかな？

Cn わかる。

右スライド(図6)を見せながら尋ね、ワークに線を入れ考えるように指示した。

T どれだけ？

C 湯は1/15だと思います。湯は15分で一杯になるんだから、1分は15個に分けた1つだから。水は1/10……

賛成意見を数人言わ

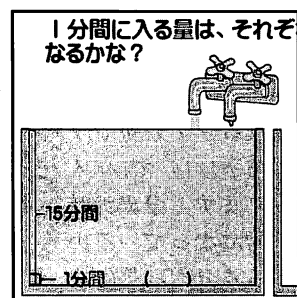


図6 1分間に入る量1

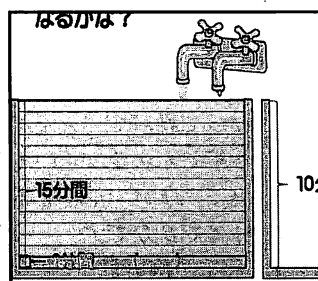


図7 1分間に入る量2

せ、上のスライドを見せ(図7)、ペアで分かっ

ているかどうか確認させた。

T 湯は1/15、水は1/10だけど、これって満タンをいくつとみて1/15と1/10なの？満タンはいくつかなあ？

C 1です。15個と10個に分

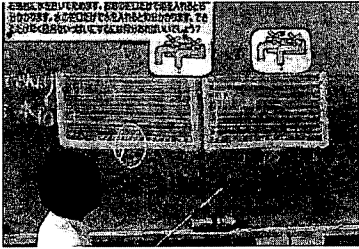


図8 黒板で説明する児童

けたから1/15が

15個で1、1/10が10個で1です。(図8)

C これ(スライド)を数えると15個で、15/15で1で、こっちは10/10で1です。

満タンの全部を1と見ていることを確認した。

(3)自分で解いて、説明しよう

T できるだけ早く風呂をいっぱいにするには？

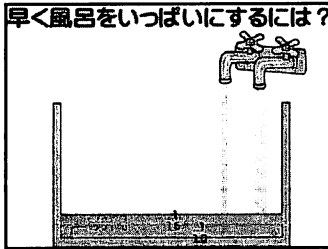


図9 課題の提示1

C 湯と水を一緒に入れる(図9)。

児童に自力で解かせ、個別に机間指導をした。

そして、全員場で解き方を説明させた(図10)。

C 早く入れるには湯と水を同時に入れると1分間で1/15+1/10で1/6入ります。分母が時間になっているから6分だと思いま

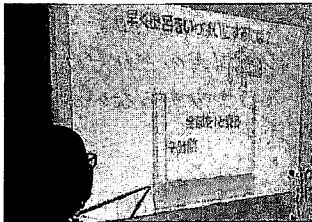


図10スライドで説明する児童

す。

C 湯と水をいっしょにれるとたし算で、1分で1/6、2分で2/6、3分で3/6...6分で6/6で1になるから、6分です。

T これって計算でできんかな？

C 割り算でできると思えます。満タンの全部が1だから、1/6がいくつあるかだから、割り算で1÷1/6で6分です。

板書の下(図11)のように、児童からは3通りの方法が出てきたが、話合い、板書中の数える方法は面倒くさい。右の分母が時間というのは分子

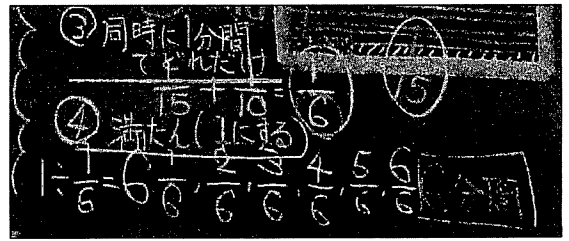


図11 板書

が1でなければ使えない、ということで、左の割り算が一番良いということになった。

(4)解く方法を振り返りまとめる

めあてに戻り、解く手順を整理した(図12)。

T じゃあ方法を一旦整理してみよう。まず？

Cn 1分間でどれだけ入るか。

T でも、1/15というのは、全部をいくつと見たときだったっけ？

C 全部を1と見たとき。

C 1/10も全部を1と見たとき 1/10です。

T 全部を1と見ると1/15や1/10なんだね。だから、これが1番で良い？(Cn いい。)そして、1分間でどれだけ入るかが2番。次に？

C 同時に1分間でどれだけ入るか。(T 3番)

C 最後に割り算で、満タンの1にする。

(5)解く方法を使う

調査では流量より、児童がもっと解けないと思っていた速度の割合問題を提示した(図13)。

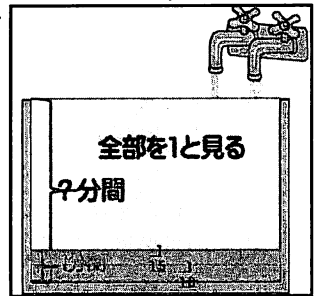


図12 解き方の整理

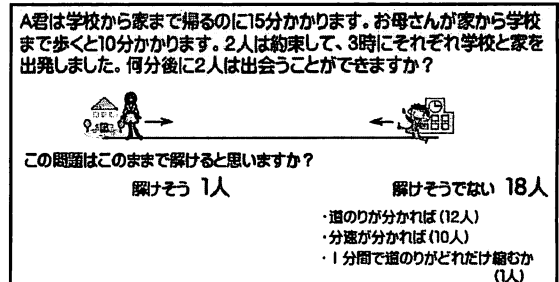


図13 課題の提示2

Cn おんなじじゃがあ。解けるわあ。

T 道のりも速さも分からんのんで？(Cn できる)

じゃあ解いてみて。

$1 \div 10 = \frac{1}{10}$ $1 \div 15 = \frac{1}{15}$
 お母さん A君
 $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$
 $1 \div \frac{1}{6} = 6$ A. 6分

説明

①まず、全部を1とみる。
お母さんとA君のきょり

②次に、それぞれが1分間でどれだけ進むのか求める。

お母さん → $1 \div 10 = \frac{1}{10}$ 全体 → かかる時間
 A君 → $1 \div 15 = \frac{1}{15}$

③それから1分間でちぢむきょりを求める。
 $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$ → お母さんがちぢむきょり + A君がちぢむきょり
 これで1分間にちぢむことがわかる。1分で↓

④何分後に会えるか求める
 $1 \div \frac{1}{6} = 6$ → 全体を1分間でちぢむきょり

これで何分後に会えるかわかる。

図14 児童がまとめた解き方の手順

全部の道のりを1と見ること、1分間で進む道のりを割合で表すことなど、すぐに流量と同じであることに児童は気づき、問題を手順にそって解きはじめた。

図14は児童のノートである。普段から問題が解けたら、他の解き方はないか、解き方の説明を書くか、周りの友達を教えるよう言っている。

問題の解き方をペアーで発表し合い、解けているかどうかを確かめ合わせ、さらにスライドショー(図15)を見せながら全員で確認した。

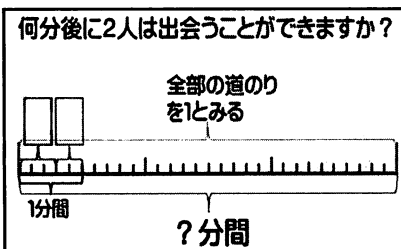


図15 確認のスライドショー

T まず？

C 全部の道のりを1とします。(T 次に？)

C 1分間でお母さんは $1/10$ 、A君は $1/15$ 進みます。(T 次に同時に進むんだから)

C $1/10$ と $1/15$ を合わせて、1分で $1/6$ 進みます。(T 最後に？)

C $1 \div 1/6$ をして、6分です。

(6)授業のふり返りを書く

最後にふり返りとして、この時間で分かったことを書かせた(図16)。児童が書いたものを3つ紹介する。

まとめ

お風呂の全体のかさや道のりが問題文に出ていなくて分からなくても、かさや道のりを1とみると計算して求めることができる。

まとめ

私は前まで、道のりや、お風呂のいっぱいになった時の水の量などが分からないとけなれなかったが、今日みんなに全体を1と見れば解けることが思った。

まとめ

道のりや、お風呂・水の量が分からなくても、全体を1とみるという事が、大切だと分かった。また、2つの1分間のあたりをたすという事も重要なポイントだと知った。すると、2問とも解くことができた。

図16 児童のまとめ

★「思った」は「分かった」と思われる。

3人の児童はお風呂の容積や道のりが問題解決に必要で、このままでは問題は解けないと考えていた児童である。

しかし、この授業で、風呂の容積や道のり全体を1と見ること、1分間あたりの容積や道のりが割合で表現でき、問題が解けることを理解したのである。

(7)本時の板書

図17が、本時の授業の板書である。めあての横の矢印の先に書いてあるのが、本時のまとめにあたるポイントである。2点を特に強調した。

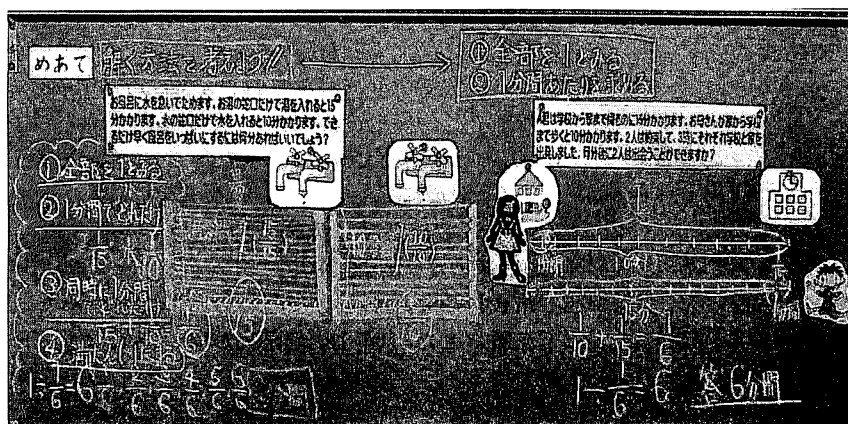


図17 本時の板書

解く方法の手順は、板書の左側にまとめているが、中央の方がわかりやすかったと反省している。

4 授業の省察

(1) 同時に水を入れる流量問題で導入したこと

この授業では、特に風呂の体積や道のりなど①全体を1と見ること、1分間あたりいくら溜まったか、動いたかが②全体を1と見るといくらになるか、という割合を用いて問題を解くことを同じ1時間に水を入れる流量問題から指導した。

第2時に1の例題で紹介した歩きから走りになる問題を解かせた。道のり全体を1と見て、1分間で歩くのが1/20、走るのが1/8であることは全員が抵抗はなくなってきた。しかし、それでも自力解決に至らなかった児童が4名いた。

① 15分歩く道のりの割合の $1/20 \times 15$ の立式できなかった児童2名

② 走る道のりの割合 $1 - 15/20$ ができなかった児童1名、

③ 走る道のりの時間 $1/4 \div 1/8$ の立式できなかった児童4名であった(重複あり)。

改めて問題の困難さが分かった。

この結果からも、同時に水を入れる流量問題からの指導は、まだよかったのではないと思われる。もしこれに

④ 道のり全体を1と見ること

⑤ 1分間で歩くのが1/20、走るのが1/8であることが加わると、ほとんどできなかったと思われる。

(2) 指導計画や内容を実態に合わせ見直すこと

めからも読み取れる。

これらの実態や結果からも、「速さ×時間＝道のり」の知識がこの割合を用いて問題解決することの抵抗になると思われる。新しい見方や考え方を見つけさせる授業では、既習事項が抵抗になることもあるので、児童の実態に合わせ、どんな題材から導入していくか指導計画や指導内容を考える必要があると思われる。

(3) どのようにして1と見させるか

授業では表2指導計画で示したとおり、部分の割合を求めてから、全体を1と見ていることに気づかせるようにした。

新しい学習指導要領では、4年生から簡単な場合の割合が出てくるが、変化させる前を1と見て、その変化後がいくつになるかを考えさせる内容になっている。山野(2016)は1と見のことを体験的に理解させるために割合望遠鏡を用いる実践を行ってきた。6年生の割合を見ても、1と見ることは大切である。どのように基準量を1と見させるか、様々な方法を探っていききたい。

(引用及び参考文献)

- 広岡亮蔵「ブルーナー研究」明治図書 p.p.127-128 1975
- 杉岡司馬「「学び方・考え方」をめざす算数指導」東洋館出版社 p.135 2002
- 山野定寿「30%引きの、さらに10%引きは、40%引き？」数学教室 12月号 国土社 p.p.20-25 2016 (令和元年9月30日受理)

事前調査の結果、全部の水の体積や道のりが分からないので問題は解けないと答えた児童は、隣のクラスの児童を含めると、39名中体積23名(13)、道のり20名(12)もいた。(括弧が筆者のクラス)

分からない全部の水の体積や道のりを1と見て解く割合の考え方は、児童にとって新鮮なものであったことが、児童のまと