

博士論文

超放射過程を用いた
バリウム原子準安定状態の生成

2014年 3月

大饗 千彰

岡山大学大学院
自然科学研究科

概要

原子を用いたニュートリノ質量分光は標準理論を構成する素粒子の一つであるニュートリノの質量様式（マヨラナ型かディラック型か）、質量絶対値等の基本的なパラメータを決定する手段として、近年注目されている。原子を用いたニュートリノ質量分光では、原子準位 $|e\rangle - |g\rangle$ 間の遷移に伴う光随伴ニュートリノ対生成（Radiative Emission of Neutrino Pair, RENP） $|e\rangle \rightarrow |g\rangle + \gamma\nu\nu$ を用いるが、1 原子からの RENP 放出レートは 10^{-40} [Hz] 程度と非常に小さく、実質的に観測不能である。

超放射は位相のそろった原子集団が協同して 1 光子放射を起こすというコヒーラント現象の一つで、その特徴は放出レートが原子数の 2 乗に比例して増幅されることである。しかしながら、超放射においては原子同士が遷移レートの増大にコヒーラントに寄与できる原子集団の体積（コヒーラント体積）は放出光子の波長程度に制限され、大きなレートの増幅が得られない。近年、位相のそろった原子集団から複数の粒子が放出される過程において、大きなコヒーラント体積を達成でき、莫大な放射レートの増幅が得られるマクロコヒーラント増幅機構が提唱された。マクロコヒーラント増幅機構を用いることによって、RENP のような非常に長い寿命を持った過程を観測する道を切り開くことが可能となる。

原子を用いたニュートリノ質量分光の実行には、それに先立ちマクロコヒーラント増幅機構を検証し、その詳細を究明することが不可欠である。これを達成するために、2 光子放出過程に増幅機構を適用した対超放射（Paired Super-Radiance, PSR）を観測することによって増幅機構の検証及び究明が可能となる。本研究では、PSR 観測に向けた基礎開発研究として、以下に示すことを行った。

まず、PSR 観測の標的準位であるバリウム原子の準安定状態 $6s5d\ ^1D_2$ を短時間で大量に生成した。標的生成には基底状態 $6s^2\ ^1S_0$ に占有しているバリウム原子をポンプレーザーによって $6s6p\ ^1P_1$ 準位に励起し、そこから超放射による準安定状態 $6s5d\ ^1D_2$ への脱励起を用いた。超放射観測の結果、 $6s^2\ ^1S_0 \rightarrow 6s5d\ ^1D_2$ 準位間の励起効率については約 30[%] を達成し、励起時間については数ナノ秒と短時間での励起に成功した。また、PSR 観測の条件である高密度で長い標的の生成については、標的密度が 2×10^{22} [m^{-3}] で標的長が 15[cm] を達成した。また、観測された超放射の遅延時間（ポンプレーザーと超放射がピークパワーを取る時間差）、ピークパワー、パルスエネルギーの標的密度依存性を調べ、これらの量に超放射で予想される特徴が確認された。さらに、超放射モデルを構築して超放射シミュレーションを行い、実験結果と比較し、両者が一致することを確かめた。この結果から PSR と類似の現象である超放射機構を究明できた。この結果は、PSR 機構究明の足がかりとなる。

続いて、PSR 観測には PSR と同じ波長のレーザー（トリガーレーザー）の照射による PSR の誘起が不可欠である。そこで、トリガーレーザーと同様の役割を持つストークスレーザー（超放射と同じ波長）を照射した場合の超放射を観測した。超放射初期の成長においてコヒーランスは自然放出によって成長し、それを種にして超放射が成長する。十分な強度のストークスレーザー照射はコヒーランス成長を促進し、自然放出によるコヒーランス成長を上回った場合に、遅延時間の短縮が予想される。遅延時間短縮の観測に成功し、短縮の起こるストークスレーザー強度が理論で予想される結果と一致した。また、ストークスレーザーによって複数の超放射モードの内、1 モードが選ばれ、角分布の先鋭化が起こると予想される。照射した場合としない場合で放射角が 1/27 倍となる角分布先鋭化が観測され、さらにこの実験結果は理論予想と一致し、単一モードが選択的に成長促進されることが究明された。以上のようにストークスレーザーによるコヒーランス成長促進機構を究明できた。

PSR 観測には原子集団に $6s^2\ ^1S_0 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間の大きなコヒーランスが存在することも必要である。コヒーラント反ストークスラマン散乱 (CARS) という手法を用いてコヒーランスを測定した結果、超放射で生成されるコヒーランスは 5×10^{-5} と小さな値であると決定された。3 準位系の超放射はこれまで研究されてこなかったため、本研究では新たに 3 準位系の超放射模型を構築し、これを用いてシミュレーションからコヒーランスの評価した。その結果、計算結果から原子ごとにポンプレーザーラビ振動数が変化していることがコヒーランスの小さな原因であることが明らかとなった。このシミュレーションの結果から誘導ラマン散乱を用いて標的生成することで、コヒーランスが改善されることが示唆された。そこで、誘導ラマン散乱による標的生成を行い、生成コヒーランス 0.01 を達成し、超放射の 200 倍改善された。以上のように PSR 観測に必要な標的密度及び長さは達成することに成功したが、PSR 観測にはコヒーランスをさらに大きくすることが必要である。

目次

1	イントロダクション	1
1.1	マクロコヒーラント増幅機構	2
1.2	ニュートリノ質量分光	3
1.3	対超放射	6
1.4	本研究の概要	10
2	超放射	13
2.1	ディッケ模型	13
2.2	マクスウェルブロッホ方程式	17
2.3	超放射の特徴	20
2.4	超放射シミュレーション	23
2.5	本研究と過去の研究の比較	31
3	超放射観測実験のセットアップ	33
3.1	概要	33
3.2	実験装置	38
3.3	実験の手順と測定量	56
4	超放射観測実験の結果及び考察	61
4.1	標的密度及び形状の決定	61
4.2	超放射の観測結果	66
5	コヒーランス測定実験	76
5.1	コヒーランス測定の原理	77
5.2	超放射で生成されたコヒーランスの測定	78
5.3	誘導ラマン散乱によるコヒーランスの生成と測定	84
6	結論	90
6.1	まとめ	90
6.2	今後の展望	92
付録 A	超放射	93
A.1	2 準位系に対する量子論的マクスウェルブロッホ方程式の導出	93
A.2	超放射の特徴	101
付録 B	超放射シミュレーションの詳細	110
B.1	2 準位系を用いたシミュレーション	111

B.2	3準位系を用いたシミュレーション	114
B.3	計算結果の各パラメーター依存性	122
付録 C	コヒーラント反ストークスラマン散乱	127
C.1	マクスウェルブロッホ方程式の導出	128
C.2	コヒーランスの決定方法	133
付録 D	レーザー吸収による密度測定	134
D.1	レーザー吸収	134
D.2	ドップラー拡がりの影響	136
付録 E	ヒートパイプの熱伝導シミュレーション	136
E.1	ヒートパイプの熱伝導シミュレーション	136
E.2	シミュレーションの検証	137
E.3	シミュレーション結果	139
付録 F	検出器の応答	139
F.1	応答関数	140
F.2	検出信号	141
付録 G	ガウスビーム	141
G.1	ヘルムホルツ方程式	141
G.2	ガウスビーム	144
付録 H	2光子自然放出	145

図目次

1	輻射的ニュートリノ対生成過程	4
2	マクロコヒーラント増幅機構における RENP の運動量配位	5
3	RENP で放出される光子のエネルギースペクトル	5
4	対超放射 (Paired Super-Radiance, PSR) の模式図	6
5	PSR の光子エネルギースペクトル	7
6	自然放出の模式図	8
7	PSR の模式図	8
8	PSR パルスのトリガーレーザー強度依存性	9
9	始状態におけるコヒーランスの大きさの変化が PSR パルスに与える影響	10
10	バリウム原子の準位構造	11
11	バリウム原子での超放射スキーム	12
12	ディッケ模型の模式図	13
13	3 原子系における超放射レート	15
14	ディッケ模型での超放射放出レート及び自然放出レートの時間発展	17
15	マクスウェルブロッホ方程式を用いた場合の超放射発展	21
16	超放射パルスの標的密度依存性	21
17	超放射角分布	23
18	シミュレーションに用いた 2 準位系に対する超放射模型の模式図	25
19	シミュレーションに用いた 3 準位系に対する超放射模型の模式図	27
20	2 準位模型を用いた超放射シミュレーションの結果	29
21	3 準位模型を用いた超放射シミュレーションの結果	30
22	PSR 標的である準安定状態生成の模式図	33
23	超放射実験装置図の模式図	35
24	超放射実験装置図の写真	36
25	超放射遅延時間とデコヒーランス時間の標的密度依存	37
26	超放射遅延時間のストークスレーザー強度依存	38
27	飽和蒸気圧から計算したバリウム密度	39
28	レーザー吸収による標的コラム密度測定スキーム	40
29	密度測定の用いるレーザー透過率スペクトルの模式図	40
30	レーザー吸収測定に用いた実験装置の模式図	41
31	ヒートパイプの構造	43
32	色素パルスレーザーの内部構造	45
33	色素パルスレーザーのビームプロファイル	45
34	色素パルスレーザーの時間プロファイル	46
35	DFB レーザーの内部構造	47

36	OPO パルスレーザーの内部構造	48
37	OPO パルスレーザーのビームプロファイル	48
38	OPO パルスレーザーの時間プロファイル	49
39	ストークスレーザーに用いた ECDL の内部構造	49
40	ストークスレーザーに用いた ECDL のビームプロファイル	50
41	超放射検出器 HCA-S-200M-IN の帯域	52
42	ファブリペロー共振器による相対周波数の決定	55
43	超放射実験の手順	57
44	超放射の各種パラメータの定義	58
45	超放射遅延時間の決定方法	59
46	超放射角分布の測定手順	60
47	ヒートパイプ内の温度分布測定結果	62
48	ヒートパイプ内温度分布測定結果から決定した標的密度分布	62
49	温度分布から決定した標的密度とレーザー吸収によって決定した標的密度の 比較	63
50	測定したレーザー吸収スペクトル	64
51	色素レーザーを用いた場合の標的径	65
52	標的径の標的密度依存の測定結果	65
53	OPO レーザーを用いた場合の標的径	65
54	測定した超放射波形	66
55	超放射ピークパワーの標的密度依存	67
56	超放射遅延時間の標的密度依存	68
57	超放射パルスエネルギーの標的密度依存	69
58	ストークスレーザーによる遅延時間短縮の測定結果	70
59	超放射誘起による遅延時間短縮の実験結果とシミュレーション結果の比較	71
60	ストークスレーザーによる超放射角分布先鋭化の測定結果	72
61	3 準位模型を用いたシミュレーションによって得られた遅延時間	73
62	3 準位模型を用いたシミュレーションによって得られたパルスエネルギー	73
63	3 準位模型を用いたシミュレーションによって得られたピークパワー	74
64	超放射誘起による遅延時間短縮の 3 準位模型を用いたシミュレーション	75
65	コヒーラント反ストークスラマン散乱 (Coherent Anti-Raman Scattering、 CARS) の模式図	76
66	超放射によって生成されたコヒーランス測定方法の模式図	79
67	超放射によって生成されたコヒーランス測定の実験装置図	80
68	超放射によって生成されたコヒーランスの測定結果	82
69	シミュレーションに用いた 3 準位系に対する超放射模型の模式図	83
70	3 準位模型を用いた超放射シミュレーションによるコヒーランスの評価	85

71	誘導ラマン散乱 (Stimulated Raman Scattering、SRS) の模式図	86
72	誘導ラマン散乱によるコヒーランス生成及び CARS によるコヒーランス測 定の模式図	86
73	誘導ラマン散乱を用いたコヒーランス生成実験に用いた実験装置図	87
74	誘導ラマン散乱によるコヒーランス生成とその測定結果	90
75	取り扱う 2 準位原子	93
76	平均化操作の領域定義	97
77	回折角と幾何角	97
78	ブロッホベクトルとブロッホ球	102
79	シミュレーションで得られた超放射初期のコヒーランス及び超放射電場の成長	103
80	シミュレーションで得られた超放射波形及びその時の原子状態の発展	103
81	シミュレーションで得られた超放射波形の標的密度依存	104
82	超放射角分布の模式図	108
83	超放射において位相のそろった標的領域の模式図	110
84	2 準位系に対する超放射模型の模式図	111
85	コヒーラントな領域	113
86	3 準位系に対する超放射模型の模式図	115
87	超放射経路とポンプレーザー平均電場の決定	120
88	標的長の変化がシミュレーションに与える影響	123
89	ドップラー拡がりの変化がシミュレーションに与える影響	123
90	ポンプレーザー (色素レーザー) のパルスエネルギーの変化がシミュレー ションに与える影響	124
91	ポンプレーザー (色素レーザー) の時間幅の変化がシミュレーションに与え る影響	124
92	ポンプレーザー径の変化がシミュレーションに与える影響	125
93	ポンプレーザー径の変化がシミュレーションに与える影響	125
94	ポンプレーザーのビーム形状の変化がシミュレーションに与える影響	125
95	ストークスレーザーの離調の変化がシミュレーションに与える影響	126
96	標的フレネル数の変化がシミュレーションに与える影響	126
97	CARS の模式図	128
98	レーザー吸収スペクトル測定の模式図	134
99	ヒートパイプ形状及び温度測定点の位置	137
100	熱伝導シミュレーションによって得られた温度分布	138
101	熱伝導シミュレーションとヒートパイプが部温度の比較	138
102	熱伝導シミュレーションで得られた標的コラム密度とレーザー吸収によって 得られた標的コラム密度の比較	139
103	熱伝導シミュレーションによって得られたヒートパイプ内の標的密度分布 . .	140

104	検出系の応答関数の模式図	140
105	応答関数の例	142
106	球面波から平面波への移行。	142

表目次

1	バリウム原子準位のパラメータ	10
2	使用したレーザーのパラメータ	44
3	超放射実験に用いた検出器のパラメータ	50
4	光学素子の透過/反射率	53
5	ND フィルターの透過率	53
6	ND フィルター透過後のストークスレーザー強度	54
7	超放射によって生成されたコヒーランス決定に使用したパラメータの表	79
8	超放射によって生成されたコヒーランス測定実験で使用した光学素子の透過率（または反射率）	81
9	誘導ラマン散乱によって生成されたコヒーランス決定に使用したパラメータの表	87
10	誘導ラマン散乱によって生成されたコヒーランス測定実験で使用した光学素子の透過率（または反射率）	88

1 イントロダクション

ニュートリノは標準理論を構成する素粒子の一つであるが、ニュートリノの質量様式（マヨラナ型かディラック型か）、質量絶対値等の基本的なパラメータは未知である。これらの未知パラメータに関連して、以下に示す重要な未解決の課題が存在する。[1,2]

- 現在の宇宙は物質で構成されているが、なぜこのような物質反物質不均衡が生まれたのか
- ニュートリノの質量絶対値は他の素粒子に比べて非常に小さく、1[eV] 以下であると予想されているが、なぜこのような違いが生じるのか

これらを説明する有力な理論はニュートリノがマヨラナ型であることを前提としており、上記のニュートリノパラメータを決定することはこれらの課題解決の糸口となる。本研究の究極目標は、原子を用いたニュートリノ質量分光を行い、これらのパラメータを決定することにある。[3–7] ニュートリノ質量分光では、原子準位 $|e\rangle - |g\rangle$ 間の遷移に伴う光随伴ニュートリノ対生成（Radiative Emission of Neutrino Pair、RENP） $|e\rangle \rightarrow |g\rangle + \gamma\nu\nu$ を用いるが、1 原子からの RENP 放出レートは 10^{-40} [Hz] 程度と非常に小さく、観測には何らかの手法でレートを増幅する必要がある。

その手法として原子間のコヒーランスを用いることが考えられる。超放射（Super-Radiance、SR）は位相のそろった原子集団が協同して 1 光子放射を起こすというコヒーラント現象の一つで、ディッケによって予言され、様々な実験によって観測された。[8–33] 超放射最大の特徴は放出レートが原子数の 2 乗に比例して増幅されることである。しかしながら、超放射においては原子同士が遷移レートの増大にコヒーラントに寄与できる原子集団の体積（以下ではコヒーラント体積と呼ぶ）の上限は放出光子の波長程度であり、これによって放出レートの増幅率が制限されることが分かっている。近年、この制限を取り除く手法として、位相のそろった原子集団から複数の粒子が放出される過程において、大きなコヒーラント体積を達成でき、莫大な放射レートの増幅が得られるという、マクロコヒーラント増幅機構が提唱された。[3,34,35] マクロコヒーラント増幅機構を用いることによって、RENP のような非常に長い寿命を持った過程を観測する道を切り開くことが可能となる。

ニュートリノ質量分光を行うには、マクロコヒーラント増幅機構を検証し、その詳細を理解しておくことが重要である。増幅機構の検証には RENP に比べて寿命の短い過程が適しており、この条件に当てはまるものとして 2 光子放出過程にマクロコヒーラント増幅機構を適用した対超放射（Paired Super-Radiance、PSR）が存在する。[3,36,37] 本研究では、対超放射を世界で初めて観測することでマクロコヒーラント増幅機構を検証し、その詳細を理解することを直接的な目標としている。また、対超放射には 2 光子自然放出過程にない様々な特徴を持つことから、対超放射を発見すること自体にも応用上重要な意義がある。なお、超放射と対超放射という表現は紛らわしいので、本論文ではそれぞれ超放射及び PSR と表記する。

■本論文の構成

本論文の構成を以下に示す。

- 1章 ニュートリノ質量分光、マクロコヒーラント増幅機構及び PSR について説明する。また、本研究の目的及び概要について述べる。
- 2章 超放射の詳細を説明する。
- 3章 超放射観測に用いた実験装置、実験手順の詳細及び解析方法について議論する。
- 4章 超放射観測結果を示し、超放射シミュレーションとの比較を行い、その結果について考察する。
- 5章 PSR 観測条件であるコヒーランスの測定結果について議論する。また、生成コヒーランスの改善を行ったのでこれについても議論する。
- 6章 本研究の結論を述べる。

1.1 マクロコヒーラント増幅機構

ここでは、マクロコヒーラント増幅機構の詳細について議論する。マクロコヒーラント増幅機構は 1 原子から複数の粒子が放出される過程において原子同士が協同して放射を起こす現象で、従来から研究されてきた 1 光子超放射とは異なる特徴を持つ。以下では N 個の位相がそろった原子集団における 1 光子過程（1 光子超放射）及び 2 個以上の粒子が放出される過程（マクロコヒーラント増幅機構）について放出レートを計算し、両者の違いについて議論する。

まず、原子集団からの 1 光子放出レート $\Gamma_{1\gamma}$ は各原子に対する 1 光子遷移振幅和の 2 乗に比例することから

$$\Gamma_{1\gamma} \propto \left| \sum_{j=1}^N \mathcal{M}_j e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_j} \right|^2 \quad (1)$$

と書ける。ここで、 \vec{r}_j は j 番目の原子の位置、 \mathcal{M}_j は j 番目の原子の遷移行列要素、 \vec{k}_1 は放出された光子の波数ベクトルである。また、 $e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_j}$ は j 番目の原子からの放出光子波動関数である。各原子状態の位相がそろっている場合には、すべての原子に対して遷移行列要素は一致し、 $\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_2 = \dots = \mathcal{M}_N = \mathcal{M}$ となる。このとき放射レートは

$$\Gamma_{1\gamma} \propto |\mathcal{M}|^2 \left| \sum_{j=1}^N e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_j} \right|^2 \quad (2)$$

となり、遷移レートは放出光子波動関数に起因する位相の和の 2 乗に比例する。ここではまず、全原子が放出光子波長に比べて小さな領域に存在しているとした場合を考える。すると、 i, j 番目の原子の遷移振幅の位相差 $\vec{k}_1 \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_i)$ は 0 となって全原子が同位相で寄与し、放射レートは原子数の 2 乗 N^2 に比例する。ここで超放射との比較のために、ランダムな位相を持った原子からの放射である自然放出のレートについて考える。自然放出では原子はそれ

それぞれ独立に光子を放出することから、その放出レートは1原子からの自然放出レート γ の N 倍となる。これに対して、超放射では波長より十分小さな原子集団については放出レートは $N^2\gamma$ と自然放出に対して N 倍の増幅が得られる。ここまでの議論では原子集団の大きさは波長より小さいとしたが、今度は波長より大きな原子集団での超放射を考える。1波長離れた2原子に対する位相のずれは π であることから、波長以上離れた原子では位相の打ち消しによって遷移振幅が小さくなる。このため、超放射では原子が同位相で遷移振幅に寄与するコヒーレントな領域は放出光子の波長程度の領域に制限され、大きなコヒーレント体積は達成できない。

これに対して、1原子が m 個($m \geq 2$)の粒子を放出する過程では、原子集団からの放出レート Γ_m は同様の議論で

$$\Gamma_m \propto |\mathcal{M}'|^2 \left| \sum_{j=1}^N e^{i(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_m) \cdot \vec{r}_j / \hbar} \right|^2 \quad (3)$$

となる。ここで、 \mathcal{M}' は m 個の粒子を放出する過程に対する遷移行列要素、 p_1, p_2, \dots, p_m は各放出粒子の運動量である。 m 個の放出粒子に対して運動量保存則 $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_m = 0$ が成り立つ特定の運動量配位においては、原子位置によらずにすべての原子の位相がそろえることが分かる。このように、複数の粒子が放出される場合には、大きなコヒーレント体積が得られ、莫大なレートの増幅が達成できる。また、上記のように各原子の干渉効果によって放出される粒子についてほぼ運動量保存則を満たすため、各原子が独立に放射する場合である自然放出と異なる特徴的なエネルギースペクトル及び角分布を持つ。このことは、2光子対超放射において応用上も重要な特徴を与える。

1.2 ニュートリノ質量分光

近年、スーパーカミオカンデにおけるニュートリノ振動実験によって、ニュートリノが質量をもつことが確認され、その後、同様の様々な実験によって、3つの質量固有状態間の質量2乗差及び混合角がすべて決定された。[38–40]しかし、ニュートリノの重要な性質であるニュートリノの質量様式(マヨラナ型か、ディラック型か)*¹、質量絶対値、質量階層性(normal、inverted)等の基礎パラメータは未知である。

従来、ニュートリノ質量絶対値の測定はベータ崩壊で生成される電子のエネルギースペクトル終端を測定することによって、ニュートリノ質量様式の決定は2重ベータ崩壊の電子エネルギースペクトル端点に現れると予想されるニュートリノレス2重ベータ崩壊のスペクトル観測によって試みられてきた。[41,42]しかしながら、これらの手法には以下に示すような欠点があり、これが原因でニュートリノパラメータの決定に至っていないと考えられる。第一にベータ崩壊で放出されるエネルギーは比較的小さなトリチウムの場合でも18.6[keV]であり、予想されている一番重いニュートリノの質量0.1[eV]からかけ離れている点があげら

*¹ マヨラナ型粒子(ディラック型粒子)では粒子と反粒子が同一(不同)である。

れる。このため、ニュートリノ質量の有無で予想される電子エネルギースペクトルの変化は小さく、ベータ崩壊の手法はニュートリノ質量に鈍感である。また、2つの実験に共通することだが、電子エネルギースペクトルの微細な違いを測定するには、高精度な電子エネルギー分解能が求められ、これを達成することは困難である。さらに、実験装置の巨大化などにより、バックグラウンドが大きくなり、取り除くことが困難であるという問題もはらんでいる。

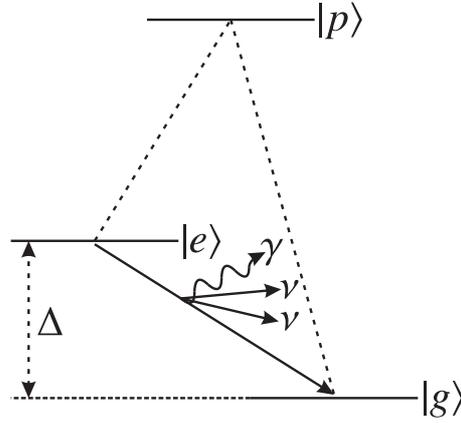


図1 ニュートリノ質量分光で用いる光随伴ニュートリノ対生成過程 (Radiative Emission of Neutrino Pair、RENP) の模式図である。準安定状態 $|e\rangle$ から基底状態 $|g\rangle$ への遷移に伴い 1 光子とニュートリノ対が生成される。 Δ は原子準位間のエネルギー差である。

近年、これらの手法とまったく異なる手法として、原子（及び分子）を用いたニュートリノ質量分光が提唱された。この手法では、図1に示すように原子の準安定状態 $|e\rangle$ から基底状態 $|g\rangle$ への遷移に伴い 1 光子及びニュートリノ対を生成する光随伴ニュートリノ対生成 (Radiative Emission of Neutrino Pair、RENP) $|e\rangle \rightarrow |g\rangle + \gamma + \nu\nu$ を用いる。このとき放出された光子のエネルギースペクトルを詳細に調べることで、ニュートリノの質量様式、質量絶対値、質量階層性などの様々なパラメータの決定が可能となる。

以下では簡単に質量絶対値及び質量様式の決定手法について議論する。RENPにおいてマクロコヒーラント増幅が起こった際には、放出された光子の運動量ベクトル \vec{k}_1 とニュートリノ対の運動量ベクトルの和 $\vec{k}_2 + \vec{k}_3$ は、図2-aのように大きさが等しく逆方向を向いている。このとき光子エネルギーは0から閾値エネルギー E_{th} までの連続スペクトルとなる。光子のエネルギーが最大値 E_{th} を取る場合、図2-bのように光子とニュートリノ対が逆平行に放出される。もしニュートリノが質量をもたないとしたならば、光子とニュートリノ対でエネルギーを半々に分けて $E_{th} = \Delta/2$ となるが、ニュートリノが質量をもつ分、閾値エネルギーが小さくなり

$$E_{th} = \frac{\Delta}{2} - \frac{(m_i + m_j)^2 c^4}{2\Delta} \quad (4)$$

となる。ここで、 m_i, m_j は放出されたニュートリノ質量であり、3つの質量固有値 m_1, m_2, m_3 すべての組み合わせを取る。図3が放出光子のエネルギースペクトルの模式図である。6つのニュートリノ質量固有値の組み合わせに対するエネルギー閾値から光子のエネルギースペ

クトルが立ち上がっている。それぞれの閾値を決定することで3つの質量固有値をすべて決定することができる。また、スペクトル形状からニュートリノの型を決定することができる。

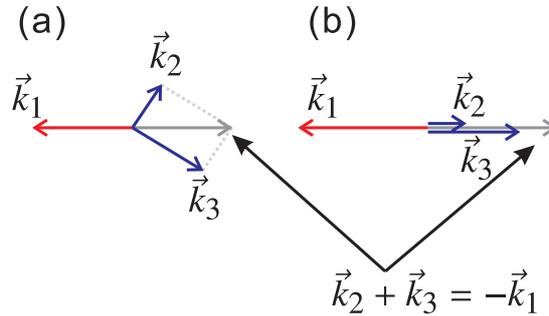


図2 (a) マクロコヒーレント増幅機構を適用した RENP で放出される 1 光子及びニュートリノ対の波数ベクトル $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$ は $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 = 0$ を満たす。(b) 光子が閾値エネルギー E_{th} を取る時の運動量配位の例を示す。このときの光子エネルギーは $|e\rangle - |g\rangle$ 準位間エネルギー差の半分 $\Delta/2$ からニュートリノ質量に関連した量だけずれ、式 4 で与えられる。

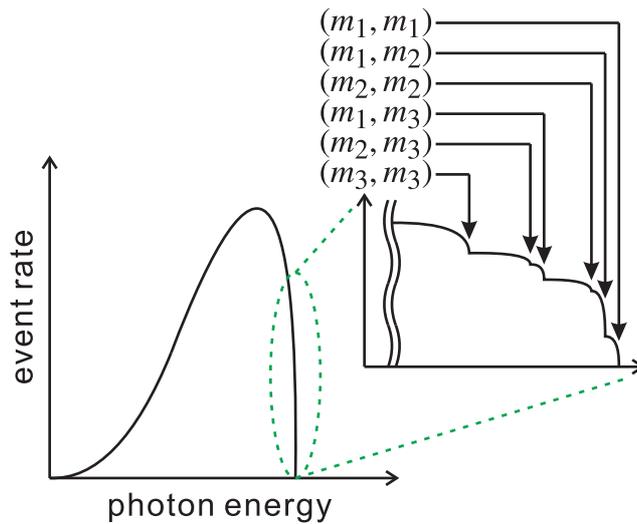


図3 RENP で放出される光子のエネルギースペクトルの模式図である。光子エネルギーは 0 から式 4 で与えられる閾値 E_{th} までの連続スペクトルをとり、この閾値を決定することによってニュートリノ質量絶対値を決定できる。インセットは閾値エネルギー付近を拡大した図である。質量固有値の組み合わせに対するスペクトルの立ち上がりが 6 つ存在し、これら測定することですべての質量固有値が決定できる。また、ニュートリノの型についてはスペクトル形状の違いから決定できる。

式 4 からわかるように、準位間のエネルギー差がニュートリノ質量に近いほうが、質量絶対値に敏感な測定が可能となる。ニュートリノ質量分光では原子（又は分子）を用いているが、原子（分子）のエネルギー準位は無限にあり、その中から準位間エネルギー差がニュートリノ質量に近く、ニュートリノの質量様式及び質量絶対値に敏感な遷移を選択することができる。また、RENP の観測では、単一周波数のトリガーレーザー照射によって光子エネル

ギースペクトルのうち、特定の周波数成分のみ誘起するため、トリガーレーザー波長を掃引することにより、非常に高精度な RENP の光子エネルギースペクトルが得られる。^{*2}一方、原子を用いる場合、1 原子からの RENP 放出レートは典型的には 10^{-40} [Hz] 程度と非常に小さいが、前述のマクロコヒーレント増幅機構によって放出レートを増幅することで観測が可能となる。また、増幅機構を用いることによって、少量の標的を用いた実験室規模の実験を行うことができ、バックグラウンドの低減につながる。以上のように、原子を用いたニュートリノ質量分光は従来の手法でみられた欠点を克服した有望な測定手法である。

1.3 対超放射

前節で議論したニュートリノ質量分光を行うには、まずマクロコヒーレント増幅機構の検証とその詳細を理解しなければならない。そこで、増幅機構を適用できる過程の内、最も遷移レートの大きな 2 光子放出過程 $|e\rangle \rightarrow |g\rangle + \gamma\gamma$ (図 4 参照) に対して、これを適用した対超放射 (Paired Super-Radiance, PSR) が増幅機構検証に役立つ。この PSR を観測することにより、マクロコヒーレント増幅機構を検証し、その詳細を理解することができる。本節では、PSR の特徴及びその観測条件について議論する。

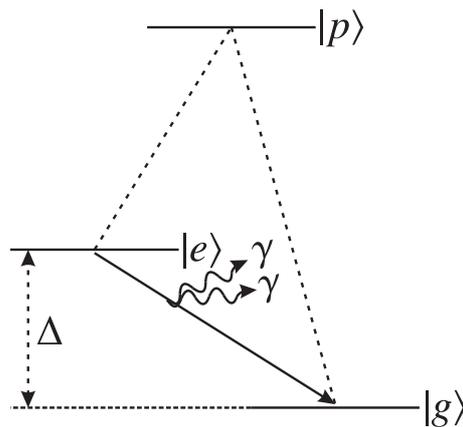


図 4 準安定状態 $|e\rangle$ から基底状態 $|g\rangle$ への遷移に伴う 2 光子放出過程にマクロコヒーレント増幅機構を適用した PSR の模式図である。

2 光子放出過程は、図 4 に示すように $|e\rangle - |g\rangle$ 準位間の遷移に伴い、 $|p\rangle - |e\rangle$ 及び $|p\rangle - |g\rangle$ 準位間の遷移双極子モーメントを通じて 2 光子を放出する 2 次の過程である。以下では、通常の 2 光子自然放出と PSR を比較することで、PSR がどのような特徴を持つのかを議論する。まず、2 光子自然放出は非常に長寿命 (バリウム原子の $6s^2 \ ^1S_0 - 6s5d \ ^1D_2$ 準位間の遷移では 3×10^{-5} [Hz]) であるため、観測困難であるが、PSR では遷移レートの増幅によって典型的にはナノ秒程度と非常に短時間で放射が起こる。次に、放出光子のエネルギースペクトルについて議論する。この 2 光子は $|e\rangle - |g\rangle$ 準位間のエネルギー差 Δ のエネルギーを分配

^{*2} レーザーのエネルギー精度は非常に高く、ナノ電子ボルト程度は簡単に達成できることから、エネルギー分解能が非常に高い測定が可能である。

し、放出される。2光子自然放出では、図5に示すように放出光子のエネルギースペクトルは非常に広く、2光子のエネルギーは等しくない。これに対して、PSRでは $|e\rangle - |g\rangle$ 準位間のエネルギー差の半分である $\Delta/2$ に鋭いピークを持ち、2光子のエネルギーはほぼ等しい。また、2光子自然放出の角分布は等方的で図6のようにばらばらの方向に放出されるのに対して、PSRでは図7のように2光子は逆方向に指向性を持って放出される。さらに、放出される2光子は偏光に相関を持つことから、PSRを用いることで相関を持つ光子対の効率的な生成が可能である、という応用上重要な性質も持つ。このように、PSRによって放出される2光子は2光子自然放出によって放出されるものとまったく異なる性質を持つ。これらの性質は、原子間の干渉効果によって特定の運動量配位を持つときに巨大な増幅が得られるという、マクロコヒーレント増幅機構に起因している。PSRでは2光子の運動量の和は0となり、互いに同じ大きさで反平行な運動量ベクトルを持つこと及び巨大な増幅を持つことから、以上で述べた性質を持つことが理解できる。^{*3}

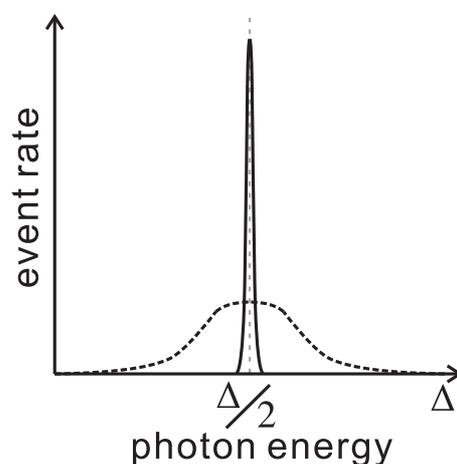


図5 実線がPSRにおける光子エネルギースペクトル、破線が2光子自然放出における光子エネルギースペクトルの模式図である。2光子自然放出では非常にブロードなスペクトルをしているのに対して、PSRでは $|e\rangle - |g\rangle$ 準位間のエネルギー差の半分である $\Delta/2$ に非常に鋭いピークを持つ。

続いて、PSRの時間発展について議論する。PSRの時間発展は、PSR電場による原子系の発展を記述するブロウホ方程式と、媒質中（ここでは原子集団）を伝搬する際のPSR電場の成長を記述するマクスウェル方程式によって記述される。以下では、これを数値的に解くことで得られるPSR強度の時間変化を見る。なお、この計算ではPSRは z 軸正及び負の方向に指向性を持って伝搬するとしており、以下に示す結果は正の方向に伝搬するPSRの標的端面での強度を示している。

図8が得られたPSR強度の時間変化である。PSR強度の時間変化は、指数関数的に減衰する自然放出の時間構造とは大きく異なり、パルス的な時間変化となった。また、黒線、赤線、

^{*3} 2光子自然放出では、2光子放出の際に反跳によって原子が運動量を受け取るため、一般に2光子の運動量和は0にはならない。

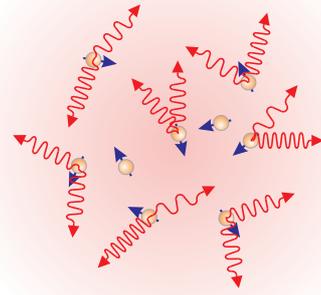


図6 2光子自然放出の模式図である。放出される2光子は、ばらばらな方向に、異なるエネルギーをもって放出される。

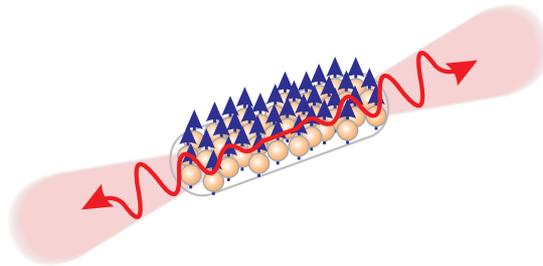


図7 PSRの模式図である。PSRで放出される2光子は、同じエネルギーを持つ光子対が反平行に放出される。また、放出レートが原子数の2乗に比例して大きくなるため、レートが原子数の1乗に比例する2光子自然放出と比べて非常に大きな強度を持つ。

青線はPSRを誘起する(PSRと同じ波長の)トリガーレーザーの強度がそれぞれ $1[\text{W}/\text{mm}^2]$ 、 $10^{-6}[\text{W}/\text{mm}^2]$ 、 $10^{-12}[\text{W}/\text{mm}^2]$ の場合の結果である。照射したトリガーレーザー強度が大きいほど、PSRが早く起こっていることから、PSRはトリガーレーザーに誘起されていることが分かる。また、トリガーレーザーを照射しない場合には、PSRはまったく放出されないことが分かっており、トリガーレーザー照射がPSRの成長には不可欠である。なお、本節で行った計算では、トリガーレーザーを z 軸の正負の方向に等しく入射している。

次に、以下で定義する原子集団の巨視的コヒーランスの始状態における大きさによって、PSRの成長がどのように変化するかを調べた。計算結果について議論する前に、巨視的コヒーランスがどのような量かを述べておく。まず、原子が1つのみ存在する場合を考え、「1原子に対する」コヒーランスを定義する。原子の状態は $|\Psi(z)\rangle = c_e(z)|e\rangle + c_g(z)|g\rangle$ という重ね合わせで書けるとすると、コヒーランスは $2c_e(z)^*c_g(z)$ で定義され、その大きさは $|c_e| = 1/\sqrt{2}$ 、 $|c_g| = 1/\sqrt{2}$ で最大値1を取る。これに対して、「巨視的」コヒーランス $R(z)$ とは、位置 z でのコヒーランス $2c_e(z)^*c_g(z)$ の平均値のことである。巨視的コヒーランスが大きな値を持つための条件は、各原子のコヒーランスが大きいことに加えて、各原子状態の位相

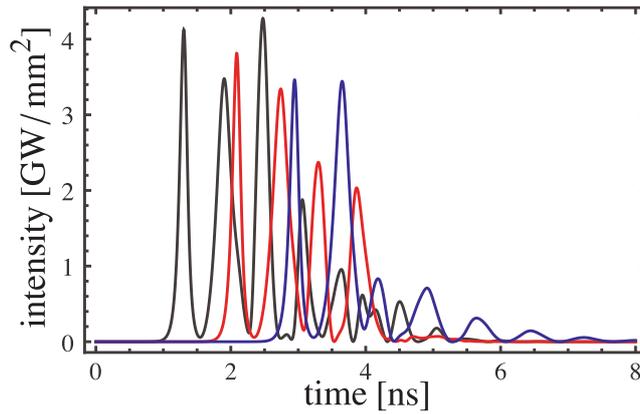


図 8 シミュレーションによって得られた PSR 強度の時間変化である。黒線、赤線、青線はそれぞれ入射したトリガーレーザー強度が異なっており、それぞれの強度は $1[\text{W}/\text{mm}^2]$ 、 $10^{-6}[\text{W}/\text{mm}^2]$ 、 $10^{-12}[\text{W}/\text{mm}^2]$ である。なお、この計算は、密度が $10^{21}[\text{cm}^{-3}]$ 、長さが $30[\text{cm}]$ の水素分子標的を用いた場合の結果である。

がそろっていることである。なお、以下では断りがない限り、巨視的コヒーランスのことを単にコヒーランスと呼ぶ。図 9 が始状態におけるコヒーランスの大きさによる PSR 強度の変化を調べたものである。黒線、赤線、青線はそれぞれ始状態が、コヒーランスが $R = 1$ で $|e\rangle$, $|g\rangle$ 準位の占有率比（以下単に占有率比と書く）が $1:1$ 、コヒーランスが $R = 1/\sqrt{2}$ で占有率比が $\sqrt{2}:1$ 、コヒーランスが $R = 1/\sqrt{2}$ で占有率比が $1:\sqrt{2}$ であるとして計算した結果である。占有率比に関係なく、始状態におけるコヒーランスが小さくなると PSR 強度も小さくなった。また、始状態におけるコヒーランスが 0 の場合には、PSR はほとんど放出されない。^{*4}このことから、始状態におけるコヒーランスが大きいことは PSR の成長に欠かせないものである。なお、以上の議論に用いた図 8 と図 9 は計算に使用した原子準位や原子密度が異なっている。

最後に、PSR 観測の条件について議論しておく。PSR の観測には

- 始状態において $|e\rangle - |g\rangle$ 準位間に大きなコヒーランスが存在していること
- トリガーレーザー照射によって、PSR の成長を促進すること
- 大きな増幅率を得るために、高密度で長い標的を用いること
- コヒーランスを破壊するデコヒーランスが小さいこと
- 2光子自然放出が許容である原子準位を用いること
- 標的準位 $|e\rangle$ の他準位への散逸を防ぐために、 $|e\rangle$ に準安定状態を用いること

が不可欠である。次節ではこれらの条件を満たす標的の選択及び標的生成方法について議論する。

^{*4} 非常に大強度のトリガーレーザーを照射した場合には、トリガーレーザーによってコヒーランスが成長し、そのコヒーランスによって PSR が成長する。しかしながら、このような大強度のレーザーを用いることは、PSR 観測のバックグラウンドであるレーザー散乱光が大きくなる原因となる。

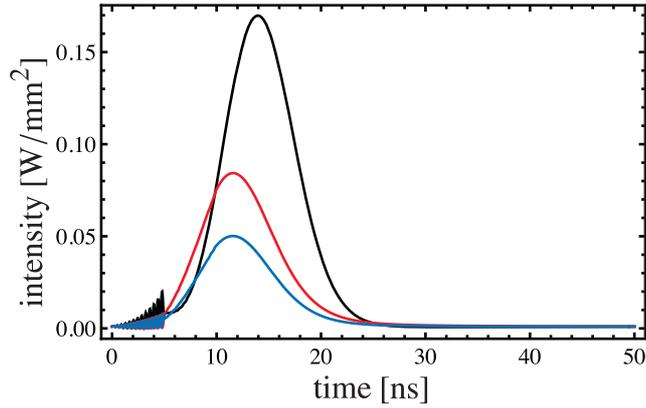


図9 シミュレーションによって得られたPSR強度の時間変化である。黒線、赤線、青線はそれぞれ始状態が、コヒーランスが $R = 1$ で $|e\rangle$, $|g\rangle$ 準位の占有率比が $1 : 1$ 、コヒーランスが $R = 1/\sqrt{2}$ で占有率比が $\sqrt{2} : 1$ 、コヒーランスが $R = 1/\sqrt{2}$ で占有率比が $1 : \sqrt{2}$ であるとして計算した結果である。なお、この計算は、強度が $1[\text{mW}/\text{mm}^2]$ のトリガーレーザーを用い、密度が $10^{20}[\text{cm}^{-3}]$ 、長さが $1.5[\text{m}]$ の水素分子標的を用いた場合の結果である。

1.4 本研究の概要

本研究ではPSR観測の標的として、気体バリウム原子の準安定状態 $6s5d^1D_2$ を選んだ。PSRは図10に示すように準安定状態 $6s5d^1D_2$ から基底状態 $6s^2^1S_0$ への遷移に伴って放出される。準安定状態を標的として選んだ理由は以下のようなものである。まず、1光子放出のレートが $8[\text{Hz}]$ と非常に小さく、 $6s5d^1D_2$ 及び $6s^2^1S_0$ 準位のパリティが共に偶であるため、2光子遷移が許容であることがあげられる。また、標的として気体を選んだ場合、一般には固体標的に比べてデコヒーランスのレートが小さいことにある。以上のように、バリウムの準安定状態はPSR標的としての条件を満たしている。なお、実験に用いたバリウム原子準位とその詳細なパラメータを表1にまとめた。[43–48]

表1 バリウム原子準位のパラメータである。上位準位から下位準位間の1光子放出における光子波長及びA係数をまとめた。

上位準位	下位準位	波長 [nm]	A 係数 [Hz]
$5d6p^1P_1$	$6s^2^1S_0$	350.2	3.50×10^7
$6s6p^1P_1$	$6s^2^1S_0$	553.7	1.19×10^8
$5d6p^1P_1$	$6s5d^1D_2$	582.8	4.50×10^7
$6s6p^3P_1$	$6s^2^1S_0$	791.4	4.0×10^5
$6s5d^1D_2$	$6s^2^1S_0$	877.6	8
$6s6p^1P_1$	$6s5d^1D_2$	1500.4	2.50×10^5

本研究の目的はPSR観測に向けた基礎開発研究であり、主に以下に記述した3つのことを行った。

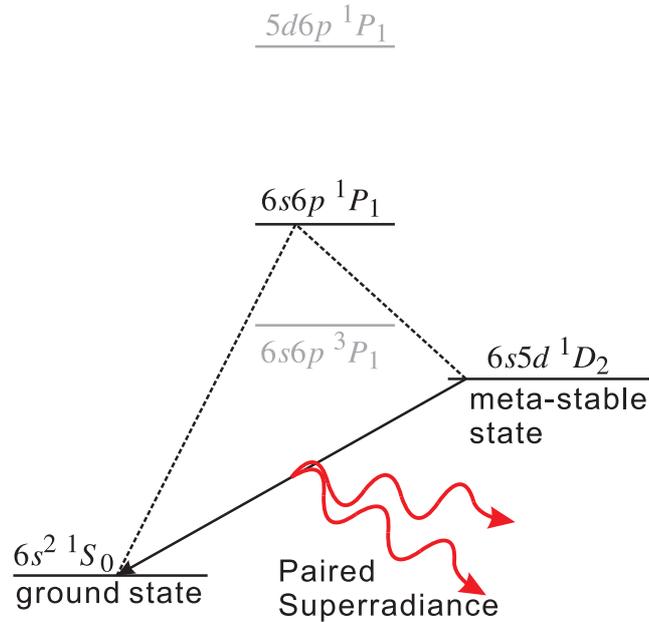


図 10 PSR 標的である気体バリウム原子の準位構造である。

- PSR 観測のための標的であるバリウム準安定状態を、短時間で効率よく生成した。
- トリガーレーザーによる PSR 誘起メカニズムの詳細を理解するために、超放射においてトリガーレーザーと同様の役割を持つストークスレーザー（超放射と同じ波長）を照射した場合の超放射を観測し、超放射誘起の詳細を調べた。
- PSR 観測条件であるコヒーランスを評価した。また、生成されたコヒーランスの改善を行った。

以下では、これらの実験の概要について述べる。

まず、標的生成手法について述べる。PSR 観測を行うには基底状態に占有しているバリウム原子を、準安定状態に短時間で効率よく励起しなければならない。また、生成された始状態は $6s5d\ ^1D_2 - 6s^2\ ^1S_0$ 準位間に大きなコヒーランスを持たなければならない。本研究では、図 11 に示すようにポンプレーザー（波長 553.7[nm]）によって $6s6p\ ^1P_1$ に励起後に、 $6s6p\ ^1P_1 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間の 1 光子超放射（波長 1500.3[nm]）を用いて準安定状態に励起した。また、観測された超放射波形から、標的の励起時間や励起効率を評価した。ポンプレーザー及び超放射によってバリウム原子はコヒーラントに励起されることから、生成された状態のコヒーランスは大きいことが期待される。また、超放射によるレートの増幅によって、短時間で効率的な励起が可能となる。加えて、必要なレーザーが 1 本だけであることも、実験の簡便さという観点から重要である。

また、超放射の詳細を理解することは、超放射類似のコヒーラント現象である PSR の詳細の理解につながる。このような理由から、以下に示すことを行った。まず、放出された超放射の放射パワー時間変化を測定し、超放射の持つ様々な特徴が見られるか確かめた。さらに、超放射模型を構築し、これを用いて数値シミュレーションを行い、実験結果と比較した。実験

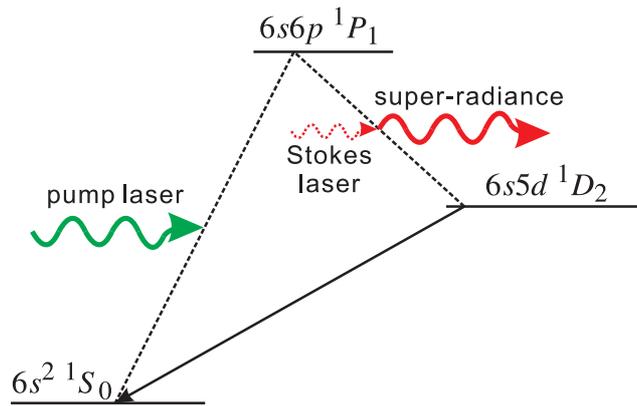


図 11 超放射による準安定状態生成の模式図である。ポンプレーザー（波長 553.7[nm]）によって $6s6p\ ^1P_1$ に励起した後の $6s6p\ ^1P_1 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間の 1 光子超放射（波長 1500.3[nm]）を用いて、準安定状態に励起する。

結果をうまく説明できる超放射模型を構築できれば、超放射の詳細を理解することができる。

1 章に述べたように、PSR 観測にはトリガーレーザーによる PSR 成長促進が必要となる。従って、PSR 観測に先立って、トリガーレーザーによって PSR 成長促進が可能であることを検証し、誘起メカニズムの詳細を理解することが必要となる。そこで、ポンプレーザーによって $6s6p\ ^1P_1$ 準位に励起したバリウム原子にストークスレーザーを照射して、超放射の成長促進を観測し、ストークスレーザー動作機構の詳細を調べた。ストークスレーザーの照射は、超放射に以下の 2 つの影響を与えられられる。ポンプレーザーによる励起から超放射放出までの時間（遅延時間と呼ぶ）が短縮されること、超放射角分布が先鋭化されることである。超放射の遅延時間及び角分布の変化を詳細に調べ、理論と実験結果の比較を行い、両者が一致するか調べた。

最後に、PSR 観測に必要な $6s^2\ ^1S_0 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間のコヒーランスについて議論する。コヒーランスの決定にはコヒーラント反ストークスラマン散乱（Coherent Anti-Stokes Raman Scattering、CARS）という手法を用いた。超放射によって生成されたコヒーランスを CARS によって決定し、シミュレーションによって評価したコヒーランスと比較した。さらにシミュレーション結果から誘導ラマン散乱を用いて標的生成することでより大きなコヒーランスが生成できると予想された。そこで、誘導ラマン散乱によって標的を生成し、CARS を用いてコヒーランスを測定した。なお、CARS 及び誘導ラマン散乱の詳細については 5 章を参照されたい。

2 超放射

ここでは、超放射（Super-Radiance、SR）の起こる原理やその特徴などを議論する。まず、ディッケによって提唱された超放射の模型（ディッケ模型）を用いて大まかな超放射の特徴を見る。[8,9] 続いて、ディッケ模型では取り扱われていない電磁波の伝搬を考えた、マクスウェルブロッホ方程式について議論する。[12,13] これを用いて超放射の成長及び典型的な波形、超放射の観測条件、ストークスレーザ照射による超放射の成長促進について議論する。[17] 最後に、超放射観測結果との比較に用いる超放射シミュレーションの詳細について議論する。なお、この章では詳しい式の導出は省いているため、詳細については付録 A 及び付録 B を参照されたい。

2.1 ディッケ模型

ディッケ模型に基づいて超放射の持つ特徴について議論する。図 12 のような 2 準位原子の集団が始状態においてすべて励起状態 $|u\rangle$ に占有しており、基底状態 $|l\rangle$ への遷移に伴い 1 光子を放出する場合を考えることにする。また、原子集団の大きさは放出光子波長 λ より十分小さく、デコヒーランスが無視できる場合を考える。以下では、まず、超放射の放射レートが原子数にどう依存するかを自然放出と比較してみていく。これに続いて、超放射レートの時間変化がどうなるかを見る。なお、ここで述べる自然放出とは、原子集団にコヒーランスが存在せず、個々の脱励起過程が確率的に生ずるとした場合を指す。

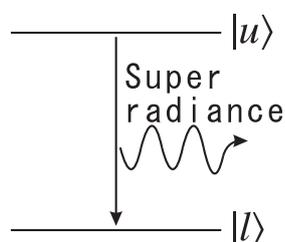


図 12 この章で考える 2 準位原子の準位構造である。この準位構造を持つ原子集団について、エネルギーの高い準位 $|u\rangle$ から低い準位 $|l\rangle$ への遷移に伴う 1 光子放出過程を考える。原子集団がコヒーラントな場合には、放射のピークパワーが原子数の 2 乗に比例して増幅される超放射（Super-Radiance、SR）が起こる。

まず、簡単な例として 3 原子系での超放射の発展を考える。 $t = 0$ における始状態 $|u, u, u\rangle$ から光子を放出して原子は基底状態に遷移していく。 s 個の光子を放出した後の原子系の状態 $|\Psi_s\rangle$ に対して遷移双極子モーメント $d_{tot}(s)$ 及び遷移レート Γ_s は

$$d_{tot}(s) = \langle \Psi_{s+1} | \hat{d}_{tot} | \Psi_s \rangle \quad (5)$$

$$\Gamma_s = \frac{|d_{tot}(s)|^2 \omega_0^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} = \frac{|d_{tot}(s)|^2}{|d|^2} \gamma \quad (6)$$

と書ける。ここで、 γ は 1 原子からの 1 光子自然放出レート、 ω_0 は 2 準位間遷移の共鳴周

波数、 d は 1 原子に対する遷移双極子モーメント、 $\hat{d}_1, \hat{d}_2, \hat{d}_3$ は各原子の遷移双極子モーメント演算子である。 \hat{d}_{tot} は全原子の遷移双極子モーメント演算子の和であり、3 原子系では $\hat{d}_{tot} = \hat{d}_1 + \hat{d}_2 + \hat{d}_3$ となる。図 13 は光子を s 個放出した後の原子系の状態と放射レートを、超放射と自然放出に対して示したものである。自然放出の場合には、それぞれの原子が独立に光子を放出するため、どの原子が 1 光子を放出したか決定できる。 $s = 1$ を例にとると、3 原子は $|\Psi_1\rangle = |u, u, l\rangle, |u, l, u\rangle, |l, u, u\rangle$ のうち、いずれかの状態を取る。 $|\Psi_1\rangle = |u, u, l\rangle$ であったとすると、 $|\Psi_2\rangle$ の取りうる状態は $|l, u, l\rangle, |u, l, l\rangle$ の 2 つである。それぞれの $|\Psi_2\rangle$ に対してレートの和を取ると、放射レートは

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} (|\langle l, u, l | \hat{d}_{tot} | u, u, l \rangle|^2 + |\langle u, l, l | \hat{d}_{tot} | u, u, l \rangle|^2) \\ &= 2\gamma\end{aligned}\quad (7)$$

となる。このように自然放出では各原子が独立に光子を放出するため、励起原子数が N_u の場合にはレートは単純に、1 個の励起原子からの自然放出レートの N_u 倍となる。

次に超放射の場合を考える。原子間距離が光子波長 λ より短いことから、どの原子が光子を放出したか区別できない。加えて始状態で原子の入れ替えに対して対称な状態 $|u, u, u\rangle$ であることから、光子放出後の原子系の状態は、原子の入れ替えに対して対称な状態を取る。以上の議論から $s = 0$ での放射レートは

$$\Gamma_0 = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \left| \frac{1}{\sqrt{3}} (\langle u, u, l | + \langle u, l, u | + \langle l, u, u |) \hat{d}_{tot} | u, u, u \rangle \right|^2 \quad (9)$$

$$= \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \left| \frac{3}{\sqrt{3}} d \right|^2 \quad (10)$$

$$= 3\gamma \quad (11)$$

となり、 $s = 0$ では自然放出と同じく 1 原子に対する自然放出レートの N_u 倍になっている。これに対して、 $s = 1$ の場合には光子を放出したことで原子系の状態は、各原子が光子を放出した状態 $|u, u, l\rangle, |u, l, u\rangle, |l, u, u\rangle$ の量子力学的な重ね合わせで書ける。このときの放射レートを計算すると

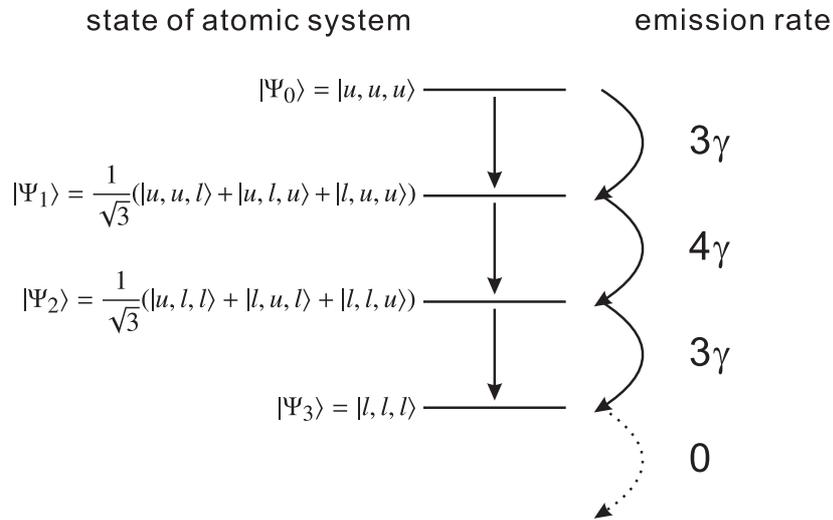
$$\Gamma_1 = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \left| \frac{1}{3} (\langle u, l, l | + \langle l, u, l | + \langle l, l, u |) \hat{d}_{tot} (|u, u, l\rangle + |u, l, u\rangle + |l, u, u\rangle) \right|^2 \quad (12)$$

$$= \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \left| \frac{6}{3} d \right|^2 \quad (13)$$

$$= 4\gamma \quad (14)$$

となる。超放射の場合には重ね合わせの干渉項によってレートの増幅が起こり、自然放出の場合より大きくなるのが分かる。このように超放射は、光子を放出するにつれて始状態と終状態間の重ね合わせ状態（巨視的コヒーランス）を成長させ、それによって放射強度の増幅が起こる現象である。このコヒーランスが成長することが超放射の起こる条件となる。

(a) Superradiance



(b) Spontaneous emission

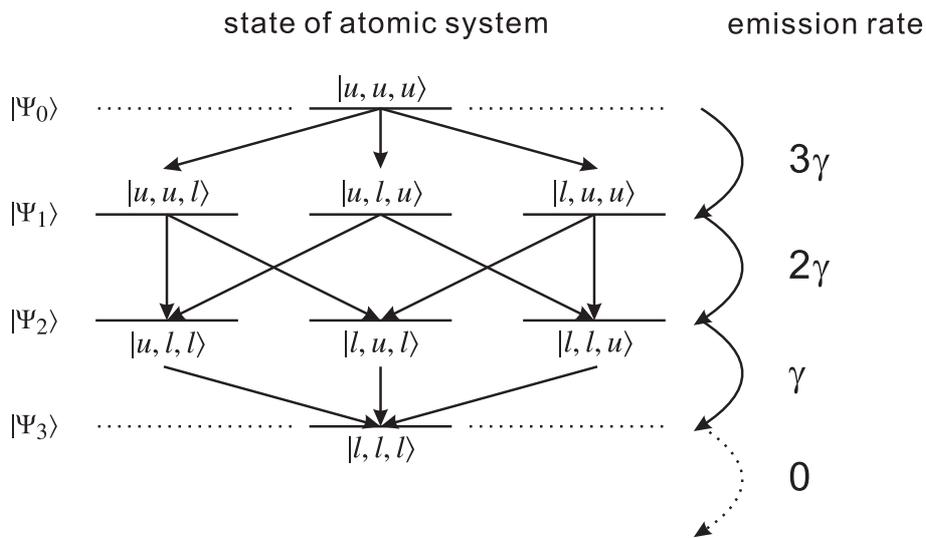


図 13 3 原子系で、 s 個の光子を放出したときの原子系の状態と放射レートを、(a) 超放射の場合、(b) 自然放出の場合に対して示す。自然放出ではすべての原子は独立に放射を行うため、3 原子のうちどれが光子を放出したか分かる。このとき、原子系の状態も $s = 1$ を例にとると $|\Psi_1\rangle = |u, u, l\rangle, |u, l, u\rangle, |l, u, u\rangle$ のうちのどれかに決まり、量子力学的な重ね合わせ状態を取らない。そのため、自然放出の場合 N_u 個の励起原子が存在する場合の放射レートは、1 原子に対する自然放射レートの N_u 倍となる。これに対して超放射の場合には光子放出後の原子系の状態は、原子同士の入れ替えに対して対称な重ね合わせ状態を取る。放射レートは重ね合わせ項同士の干渉項によって、 $s = 1, 2$ の場合には自然放射の場合に比べて大きくなっていることが分かる。

続いて、全原子数が N の場合を考えると、 s 個の光子を放出した状態 $|N, s\rangle$ における双極子モーメント及び 1 光子放出レートは以下のように書ける。

$$d_{tot}(s) = \langle N, s+1 | \hat{d}_{tot} | N, s \rangle = d \sqrt{(N-s)(s+1)} \quad (15)$$

$$\Gamma_s = \gamma(N-s)(s+1) \quad (16)$$

始状態では光子は放出されておらず $s=0$ であり、このとき $\Gamma_0 = N\gamma$ と自然放出の場合と一致する。光子が放出されるにつれて 2 状態 $|u\rangle, |l\rangle$ 間の重ね合わせ状態が形成され、全原子の半分の原子が $|l\rangle$ に遷移した $s=N/2$ のときにコヒーランスが最大となる。その時のレートは $\Gamma_{N/2} = N/2(N/2+1)\gamma$ で、これは 1 原子からの自然放出レートの $N^2/4$ 倍である。以上のように超放射の最大の特徴は、自然放出レートに対して原子数の 2 乗に比例した放射レートの増幅である。

以上の議論から導出された各状態 $|N, s\rangle$ における超放射レート Γ_s を用いることで超放射に対するレート方程式が導かれる。最後に、これを用いて超放射レートの時間変化を求め、自然放出レートの時間変化と比較してその特徴をみていく。超放射レート $\Gamma(t)$ は時間 t における平均放出光子数 $\bar{s}(t)$ の時間微分で書け、

$$\Gamma(t) = \frac{d}{dt} \bar{s}(t) \quad (17)$$

と与えられる。 \bar{s} 個の光子を放出するまでの平均時間 \bar{t} は、各光子の放出にかかる平均時間 Γ_s^{-1} を用いて

$$\bar{t} = \sum_{s=0}^{\bar{s}} \Gamma_s^{-1} \quad (18)$$

$$\bar{t} = \gamma^{-1} \sum_{s=0}^{\bar{s}} \frac{1}{(N-s)(s+1)} \quad (19)$$

で与えられる。 \bar{s} が 1 より十分に大きいとき、式 19 の和を積分に直すことができ、これを \bar{s} について解いて式 17 に代入する (付録 A 参照)。すると超放射レート $\Gamma(t)$ は

$$\Gamma(t) = \frac{d}{dt} \bar{s}(t) = \frac{\gamma N^2}{4} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{1}{2} \gamma N (t - t_0) \right) \quad (20)$$

$$t_0 = (\gamma N)^{-1} \ln N \quad (21)$$

となる。図 14 は式 20 を用いて計算した超放射レートと、自然放出レートを時間の関数としてプロットしたものである。超放射は $t = t_0$ においてパルス状に放出され、自然放出の指数関数的な放射レートの変化とは全く違う形状をしている。放射レートの大きさについては、始状態では γN となり、自然放出と等しくなるが、 $t = t_0$ において放射レートの最大値 $\gamma N^2/4$ を取って、その後すぐに小さくなっていく。 $t = t_0$ の最大レートを取るときに、ちょうど半数の原子が光子を放出してコヒーランスが最大になる。放射の継続時間は $4(N\gamma)^{-1}$ 程度であり、自然放出の γ^{-1} より非常に短いことが分かる。

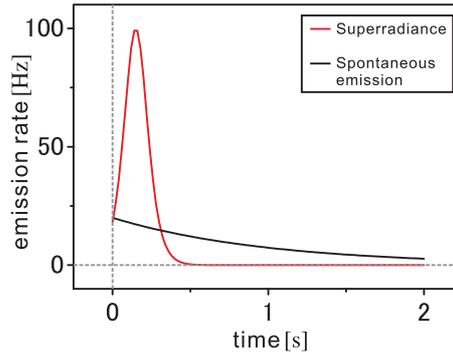


図 14 $N = 20$, $\gamma = 1[\text{Hz}]$ の場合に対して、(a) ディック模型における超放射レート、(b) 自然放出レートの時間変化をプロットしたものである。始状態では自然放出と同じ放射レートであるが、時間の経過とともに状態間のコヒーランスが成長し超放射レートが大きくなり、遅延時間 t_0 後に最大値を取り、その後、放射レートは小さくなっていく。超放射ではパルス状の放射となり、放射の起こる時間幅が $4(N\gamma)^{-1}$ 程度という非常に短時間で放射が終結する。これに対して自然放出では指数関数的な放射となり、放射の起こる時間幅も γ^{-1} 程度と超放射に比べて非常に長くなる。

以上のように、パルス状の爆発的な放射やそのピーク強度が原子数の 2 乗に比例して増幅されるという、超放射の特徴がディック模型によって説明できた。しかしながら、ここでの議論では原子同士の距離は波長より十分に短いとしているが、一般には原子集団の大きさは放出光子波長よりも大きい。ディック模型では、電磁波の伝搬を扱っていないため、波長より大きな標的で超放射がどう記述されるかは議論できないのである。これらの違いを扱うには原子系の発展に対してはブロッホ方程式を用い、電磁波の伝搬についてはマクスウェル方程式を用いたマクスウェルブロッホ方程式を扱う必要がある。マクスウェルブロッホ方程式の詳細な導出は付録 A で行ったが、以下では大まかな説明にとどめ、この方程式を解くことによりディック模型では説明することのできない他の特徴を考察する。

2.2 マクスウェルブロッホ方程式

ここではディック模型では扱わなかった、放出光子波長より十分に大きな原子集団における超放射を取り扱う。超放射の波長よりも拡がった標的からの超放射を扱うには、光の伝搬を扱う必要がある。光の伝搬は分極のある媒質（ここでは原子集団）中を伝わる電磁波に対する古典論的なマクスウェル方程式によって記述される。また、原子系の発展は各場所での電場との相互作用を考えた量子力学的なブロッホ方程式によって記述される。これらの方程式を合わせてマクスウェルブロッホ方程式と呼ぶ。ここで超放射の伝搬を扱う上で重要なため、超放射の指向性について少し議論しておく。標的原子集団の形状は長さ L (z 軸方向)、直径 d (x, y 軸方向) の細長い円筒状 ($d \ll L$) をしており、このような細長い標的における超放射

は z 軸方向に鋭い指向性を持つ。^{*5}さらに、本章では断りがない限り、フレネル数 $F \sim d^2/\lambda L$ は 1 程度であり、超放射電場及び原子系の状態は x, y 方向には一様に成長するとして、空間 1 次元 (z 軸)、時間 1 次元の $1+1$ 次元問題として取り扱う。また、超放射は z 軸正及び負方向の 2 つのモードで成長するが、ここでは両者は独立に成長するとして、断りがない限り z 軸正の方向に伝搬するモードのみを取り扱う。加えて、ディッケ模型で行った議論と同様に、ドップラー拡がりや自然放出などのデコヒーランスや超放射電場の散逸は、断りがない限り無視する。

まず、2 準位原子に対するマクスウェルブロッホ方程式を導出する。2 準位原子集団と角振動数 ω の光が双極子相互作用している系のハミルトニアン \hat{H} は以下のように書ける。

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int} \quad (22)$$

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_0\hat{\sigma}_3, \quad \hat{H}_{int} = \sum_j (d\hat{\sigma}_+ + d^*\hat{\sigma}_-)E \quad (23)$$

$$\hat{\sigma}_3 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_+ \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_- \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

と書ける。ここで、 \hat{H}_0 は原子系のハミルトニアン、 \hat{H}_{int} は原子と電磁波の相互作用ハミルトニアンである。原子の波動関数が $|\Psi\rangle = c_u|u\rangle + c_l|l\rangle$ と H_0 の固有状態 $|u\rangle, |l\rangle$ の線形結合で書けるとする。このとき、原子系の状態を表す密度行列 $\hat{\rho} \equiv |\Psi\rangle\langle\Psi|$ は

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{ll} & \rho_{lu} \\ \rho_{ul} & \rho_{uu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_l^*c_l & c_l^*c_u \\ c_u^*c_l & c_u^*c_u \end{pmatrix} \quad (25)$$

と表される。^{*6}上式からわかるように、 ρ_{uu}, ρ_{ll} はそれぞれ $|u\rangle, |l\rangle$ 状態の占有率を表す。また、 ρ_{ul}, ρ_{lu} は、 c_u, c_l の積で書けていることから、原子状態がどのような $|u\rangle, |l\rangle$ の重ね合わせの割合で書けるかを表す量、つまりコヒーランスであることが分かる。以下では、位置 z の近傍にある原子に対し、適当な平均化操作を施し、 $\hat{\rho}$ を z の関数とみなす。密度行列の時間変化はフォン・ノイマン方程式 $i\hbar(\partial\hat{\rho}/\partial t) = [\hat{H}, \hat{\rho}]$ を用いて

$$\frac{\partial\rho_{uu}}{\partial t} = \frac{id}{\hbar}E(\rho_{lu} - \rho_{ul}) \quad (26)$$

$$\frac{\partial\rho_{ll}}{\partial t} = -\frac{id}{\hbar}E(\rho_{lu} - \rho_{ul}) \quad (27)$$

$$\frac{\partial\rho_{ul}}{\partial t} = -i\omega_0\rho_{ul} - \frac{id}{\hbar}E(\rho_{uu} - \rho_{ll}) \quad (28)$$

と書ける。これを光学ブロッホ方程式と呼ぶ。次に、電磁波の伝搬はマクスウェル方程式に

^{*5} 指向性については後ほど同章で議論する。 $d \ll L$ とする理由は、レーザー励起した原子集団の形状がレーザー軸方向に細長くなるからである。

^{*6} 実際には自然放出による緩和過程などが存在するので、このような純粋状態で書けるとは限らない。しかしながら、ここでの議論ではデコヒーランスを扱っていないため、原子状態は純粋状態で書けるとして問題ない。また、密度行列を用いた表現では各原子の波動関数が異なる混合状態も扱うことができる。

従って

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (29)$$

$$P = n \text{Tr}(\hat{\rho} \vec{d}) \cdot \vec{\varepsilon}_{pol} = -n(d\rho_{ul} + c.c.) \quad (30)$$

と書ける。ここで、 $\vec{\varepsilon}_{pol}$ は光の偏光方向を向いた単位ベクトル、 n は原子密度、 P は原子集団の分極である。

コヒーランス及び電場については光の振動数及び波長程度の速い変化を取り除き、時間及び空間についてゆっくり変化するコヒーランスと電場の包絡関数 R , \tilde{E} を定義する。

$$\rho_{lu} = \frac{1}{2} R e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)}, \quad E = \frac{1}{2} (\tilde{E} e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} + c.c.) \quad (31)$$

上式をブロッホ方程式及びマクスウェル方程式に代入し、ブロッホ方程式に対して光の振動数 ω_0 より十分ゆっくりと R が変化するという近似である RWA を行い、マクスウェル方程式に対しては光の振動数 ω_0 及び波数 k_0 に比べて R , \tilde{E} がゆっくり変化すると言う近似である SVEA を行うと、

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -\frac{id}{\hbar} \tilde{E} Z \quad (32)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{id}{2\hbar} (\tilde{E} R^* - \tilde{E}^* R) \quad (33)$$

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} = i \frac{2\pi\omega_0}{c} dnR \quad (34)$$

が得られる (付録 A 参照)。ここで、 $Z \equiv \rho_{uu} - \rho_{ll}$ は占有率差である。上式を時間、位置、電場について $\tau' \equiv \Omega_0(t - z/c)$, $\xi \equiv \Omega_0 z/c$, $\varepsilon \equiv (-id\tilde{E})/\hbar\Omega_0$ のような無次元量を用いて方程式を書きなおすと

$$\frac{\partial Z}{\partial \tau'} = -\frac{1}{2} (R\varepsilon^* + R^*\varepsilon) \quad (35)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \tau'} = Z\varepsilon \quad (36)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = R \quad (37)$$

と書ける。ここで、 $\Omega_0 \equiv \sqrt{(nd^2\omega_0)/(2\varepsilon_0\hbar)}$ である。これが無次元化されたマクスウェルブロッホ方程式である。

始状態では、原子はすべて励起状態に占有していることから $Z = 1$ であり、コヒーランス R は 0 である。また、超放射電場についても始状態では存在せず、 $\varepsilon = 0$ であり、外部からの電磁波の入射もないとする。このとき、マクスウェルブロッホ方程式 (式 35、式 36、式 37) の右辺はすべて 0 となり、超放射の成長は始まらない。これは、半古典論的なマクスウェルブロッホ方程式を取り扱ったことで、自然放出電場によるコヒーランス R の成長 (量子揺らぎ分極源) を記述できていないために起こっている。自然放出光は超放射電場に比べて非常に

強度が小さく、超放射初期のコヒーランスの成長にのみ寄与する。このことから、量子揺らぎ分極源によるコヒーランスの成長は、初期状態における微小なコヒーランス $R(t=0) = R_0$ として取り扱うことができる。式 37 を見ると分かるように、量子揺らぎによって成長したコヒーランス (R_0) を種として、まず超放射電場が成長する。これに続いて、成長した電場によってさらにコヒーランスが成長するというサイクルを繰り返すことで、大きな超放射電場に発展する。

2.3 超放射の特徴

ここでは、マクスウェルブロッホ方程式から得られる超放射の時間発展、超放射観測の条件、ストークスレーザ照射による超放射成長促進について議論する。

2.3.1 超放射波形

ここでは、マクスウェルブロッホ方程式 (式 35、式 36、式 37) を数値計算によって解くことによって、超放射の成長について議論する。図 15 が標的の超放射出射端面 ($z = L$) における超放射パワー及び原子系状態の発展である。前節で議論したように、図 15-b のコヒーランス成長に伴って、図 15-a のように超放射パワーが成長し、超放射放出に伴って図 15-c のように励起原子が基底状態に遷移している。ディッケ模型との違いの 1 つにリングングと呼ばれる超放射パワーが波打つ現象が見られる。これは媒質内部を超放射光が伝搬する際に、標的原子による放出吸収を繰り返すことが原因で起こる。しかし、実際の実験ではデコヒーランスが大きく、このような複雑な構造はならされ、鮮明には見えなくなる。

図 16 は標的密度を変化させたときの超放射波形の変化であり、それぞれ標的密度が $n, 2n, 3n$ のものである。ピークパワーは密度の 2 乗に比例して大きくなっており、超放射の特徴が表れている。これに加えて、超放射の特徴には超放射の成長までにかかる時間である遅延時間がある。遅延時間は超放射がピークパワーを取るまでの時間で定義され、

$$T_D = \frac{T_R}{4} \left| \ln \left(\frac{R_0}{2\pi} \right) \right|^2 \quad (38)$$

$$T_R = \frac{c}{\Omega_0^2 L} = \left(\frac{3}{8\pi} \gamma n \lambda^2 L \right)^{-1} \quad (39)$$

$$R_0 \simeq \sqrt{\frac{4}{N} (\ln(2\pi N))^{1/8}} \quad (40)$$

と書ける (付録 A 参照)。ここで、 L は標的長、 T_R は超放射の特徴的な時間スケールである。超放射の遅延時間は標的密度及び標的長に反比例していることが分かる。また、 N が 1 より十分大きい場合には $R_0 \ll 1$ であり、遅延時間 T_D は典型的には超放射時間 T_R の 10 ~ 100 倍程度の値を取る。^{*7}ここで、図 16 を見ると標的密度 n が 2 倍 3 倍になるとそれぞれ遅延時間

^{*7} R_0 の大きさがこのように書けることは以下のように理解できる。 N 個の原子に対して始状態でのコヒーランスの期待値は $Nd \text{Tr}(\hat{\rho} \sigma_-) = 0$ となる。しかし、その分散は有限の値 $Nd^2 \text{Tr}(\hat{\rho} \sigma_+ \sigma_-) = Nd^2$ を持ち、1 原子あ

が $1/2$ 倍及び $1/3$ 倍になっていることが分かる。なお、ここで行った計算はデコヒーランスがない等の理想化したものであり、実際の実験条件で予想される超放射波形は、2.4 節で行うより現実的な超放射模型によるシミュレーションを用いることで得られる。

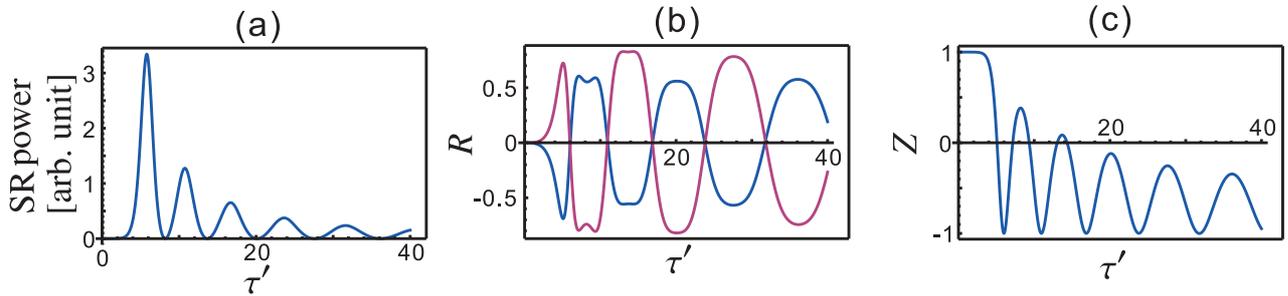


図 15 典型的な (a) 超放射パワーと、超放射射出端面での (b) コヒーランス及び (c) 占有率差を時間の関数としてプロットしたものである。コヒーランスの成長に伴って、超放射パルスが成長し、原子が励起状態から基底状態に遷移している。また、原子による超放射電場の放出吸収によって超放射パワーが波打つリングングが起こっている。

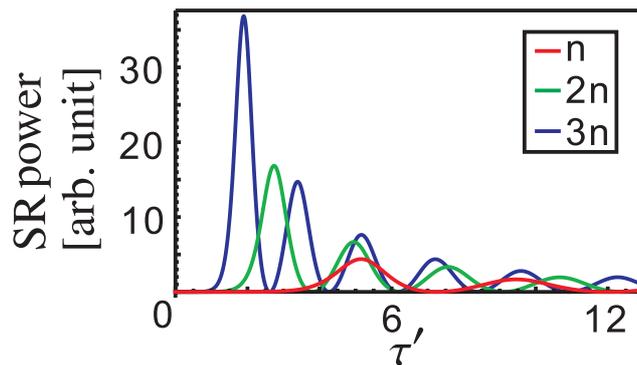


図 16 密度を変化させた場合の超放射パルスの変化をプロットしたものである。密度が赤： n 、緑： $2n$ 、青： $3n$ について計算を行っており、ピーク強度が密度の 2 乗に比例するという超放射の特徴がみられる。また、遅延時間についても密度に反比例するという、超放射の特徴を示している。

2.3.2 超放射の観測条件

超放射が起こる条件は、コヒーランスが壊れるまでの時間であるデコヒーランス時間が、超放射のコヒーランス成長にかかる時間である遅延時間 T_D より長いことである。デコヒーランスの原因にはドップラー拡がり、自然放出、原子間の衝突など様々なものが存在するが、気体原子を標的として用いた場合のデコヒーランスの主要な原因であるドップラー拡がりを考える。ドップラー拡がりとは原子がそれぞれマクスウェル分布に従ってばらばらの速度を

たりのコヒーランスは d で規格化すると $(1/\sqrt{N})$ となる。以上のように初期のコヒーランスは原子数の平方根の逆数になることが分かる。

持って動いているために、原子によって電磁波の振動数が異なって感じることから原子同士の位相がずれるというものである。ドップラー拡がりの幅 Δ_{Dop} は以下のようにあらわされる。

$$\Delta_{Dop} = \frac{v}{c}\omega, \quad v = \sqrt{\frac{k_B T}{M}} \quad (41)$$

ここで T は原子集団の温度、 v は原子速度の分散、 k_B はボルツマン定数、 M は原子質量である。超放射は標的長手方向に指向性があるため、原子速度については超放射進行方向の速度分布しか考えていない。ドップラー拡がりは温度の平方根に比例するため、温度を低くすることで小さくできる。しかしながら、気体バリウム原子を用いる場合には飽和蒸気圧を大きくして超放射の遅延時間を短くするために、温度はある程度高くする必要がある。実験条件における具体的な値については3章で述べる。

2.3.3 ストークスレーザー照射による超放射成長促進

超放射初期のコヒーランスの成長は自然放出光によって行われるが、ここでは自然放出に加えて超放射と同じ波長をもつストークスレーザーを標的に照射した場合を考える。ストークスレーザーを照射した場合、超放射初期のコヒーランスの成長は、式 36 を $Z \sim 1$ として積分し

$$R(\tau') \simeq R_0 + \int_0^{\tau'} \varepsilon_s d\tilde{\tau} \quad (42)$$

と書き表すことができる。ここで、 $\varepsilon_s = dE_s/(\hbar\Omega_0)$ であり、 E_s は入射したストークスレーザー電場振幅である。このように自然放出による初期のコヒーランス成長 R_0 に加えて、ストークスレーザーによる成長が存在し、ストークスレーザー照射時には超放射の成長が促進される。ストークスレーザーの超放射に与える影響は大きく分けて2つ存在し、1つ目は遅延時間の短縮であり、2つ目は超放射角分布の先鋭化である。以下でこの2つの詳細を議論する。ここで、PSRにおけるトリガーレーザーと超放射におけるストークスレーザーの違いについて述べておく。超放射は自然放出を種として成長するため、ストークスレーザーを照射しない場合でも超放射は起こる。これに対して、PSRでは超放射と異なり、2光子自然放出レートが非常に小さいため、トリガーレーザー照射しなければ、PSRは起こらない。

まず、ストークスレーザーの超放射に与える影響の1つである遅延時間の短縮について議論する。冒頭で議論したように、ストークスレーザーを照射した場合には超放射初期のコヒーランスの成長が促進される。 $Z \sim 1$ として式 36、式 37 を線形化し、外部からの電場入力 ε_s がある場合について解くと、遅延時間は

$$T_D = \frac{T_R}{4} \left| \ln \left(\frac{R_0 + \varepsilon_s}{2\pi} \right) \right|^2 \quad (43)$$

と書き直される（付録 A 参照）。上式から遅延時間はストークスレーザー強度によって変化し、 $\varepsilon_s > R_0$ であれば、より早く超放射が起こることが分かる。^{*8}

^{*8} ストークスレーザーが超放射電場より十分に小さければ $\varepsilon_s \ll 1$ であることに注意する。また、原子数が十分多ければ、 $R_0 \ll 1$ となる。

続いて、超放射角分布について議論する。ここでは標的の形状は $F = d^2/\lambda L > 1$, $L \gg d$ を満たすとする。ストークスレーザーを照射しない場合には等方的に放出される自然放出を種として超放射が成長することから、図 17 のように長い標的長が確保できる幾何角 $\theta_G = d/L$ が超放射放射角となる。これに対して、ストークスレーザーを照射した場合には、ストークスレーザーによって単一の横モードのみが選択的に成長促進される。このため、超放射放射角は各原子の干渉によって決まる回折限界程度となる。^{*9}ストークスレーザーによって標的全体の位相がそろえられているため、回折角は $\theta_d = \lambda/d$ となる。 $d/L \ll 1$, $\lambda/d \ll 1$ であることから、ストークスレーザーを照射するかしないかに関わらず、超放射は指向性を持っている。ストークスレーザーを照射した場合としない場合の放射角の比は $\theta_g/\theta_d = F$ と標的のフレネル数になることから、 $F > 1$ の標的ではストークスレーザー照射によって、超放射角分布の尖鋭化が起こる。

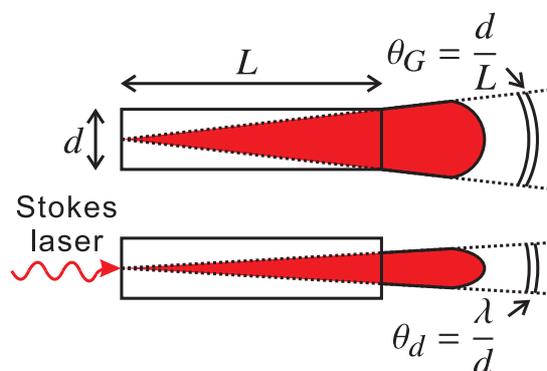


図 17 超放射標的の形状と超放射角分布の模式図である。ここではフレネル数 F が 1 より大きい場合を考える。超放射角分布は回折角 θ_d と幾何角 θ_G によって決まる。ストークスレーザーを照射しない場合には、超放射放射角は幾何角 $\theta_G = d/L$ となる。これに対して、ストークスレーザーを照射した場合には、超放射放射角は回折角 $\theta_d = \lambda/d$ となる。

2.4 超放射シミュレーション

ここでは、超放射の数値シミュレーションに用いる超放射モデルを構築し、その詳細について議論する。シミュレーションを行う理由は以下のようなものである。第一に、超放射によって生成された標的の励起効率、コヒーランス等を評価することである。加えて、標的生成時に放出された超放射パルスの測定結果を説明する超放射モデルを構築することによって、超放射の理解を深めることである。第二に、ストークスレーザー照射が超放射に与える影響をシミュレーションを用いて再現することで、超放射誘起メカニズムの詳細について理解することである。

本章では、以下に示す 2 つの超放射モデルを取り扱う。1 つ目は、超放射によって遷移の起こる 2 準位のみを取り扱った 2 準位モデルである。この模型によって、遅延時間及びピークパ

^{*9} 当然、ストークスレーザーの発散角は回折角より小さくなければならない。

ワの標的密度依存性、ストークスレーザによる誘起など、超放射の主な特徴は理解できる。しかしながら、この2準位模型には、ポンプレーザによる励起を取り扱っていないという欠点が存在する。このため、ポンプレーザの照射が超放射に与える影響について議論できず、対超放射（PSR）観測の条件となっているバリウム原子の $6s5d\ ^1D_2 - 6s^2\ ^1S_0$ 準位間のコヒーランスについても評価できない。なお、2.2節ではデコヒーランスや自然放出に起因するコヒーランス成長を記述する量子揺らぎ分極源、超放射電場のロスなどを無視したが、この模型ではこれらについても取り扱う。2つ目の模型は、ポンプレーザによる励起を取り扱った3準位模型であり、これを用いることで上記の2準位模型の欠点を補うことができる。^{*10}

以下では、2準位模型及び3準位模型の詳細について議論し、それぞれの模型を用いたシミュレーション結果を示し、両者の違いについて議論する。なお、より詳細な議論については、付録Bを参照されたい。

2.4.1 2準位系に対する超放射シミュレーション

ここでは、2.2節では扱わなかったドップラー拡がりなどのデコヒーランス過程、自然放出に起因する量子揺らぎ分極源、超放射電場の散逸などを取り扱った2準位模型を用いて、現実の超放射の発展を記述することを目指す。以下では、これらを取り扱った2準位系に対するマクスウェルブロッホ方程式について述べる。

図18がここで取り扱う超放射模型の模式図である。 $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ の準位はそれぞれバリウム原子の $6s^2\ ^1S_0$, $6s6p\ ^1P_1$, $6s5d\ ^1D_2$ に対応し、 $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間の双極子モーメントを d_{ij} 、エネルギー差を ω_{ij} とする。 $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間に結合する電場のみ取り扱い、 $|3\rangle - |1\rangle$ 準位に結合する電場の発展及びこの電場による原子系の発展は考えない。標的については直径 d (x, y 方向)、長さ L (z 方向) の細長い円筒形 ($d \ll L$) であるとする。このとき、超放射は z 軸方向に指向性を持っていることから、以下では空間について1次元の問題として扱い、 z 軸方向の変化のみ考える。また、ポンプレーザは非常に短時間で照射されているとして、 $t = 0$ において $|3\rangle - |1\rangle$ 準位に $1:1$ で占有しているとする。 $1:1$ である理由は実験に用いたポンプレーザが飽和強度より十分強いためである。シミュレーションに使用した2準位系のマクスウェルブロッホ方程式は

$$\frac{\partial R_R}{\partial \tau} = \varepsilon_R Z - \kappa_2 R_R + 2\Lambda_{p,R}\rho_{33} \quad (44)$$

$$\frac{\partial R_L}{\partial \tau} = \varepsilon_L Z - \kappa_2 R_L + 2\Lambda_{p,L}\rho_{33} \quad (45)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \tau} = -\text{Re}[\varepsilon_R^* R_R + \varepsilon_L^* R_L] - \kappa_1 \rho_{33} \quad (46)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_R}{\partial \xi} + \frac{\partial \varepsilon_R}{\partial \tau} = R_R - \kappa_3 \varepsilon_R \quad (47)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_L}{\partial \xi} - \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial \tau} = R_L - \kappa_3 \varepsilon_L \quad (48)$$

^{*10} 3準位模型の欠点は、シミュレーションに要する時間が非常に長いことである。

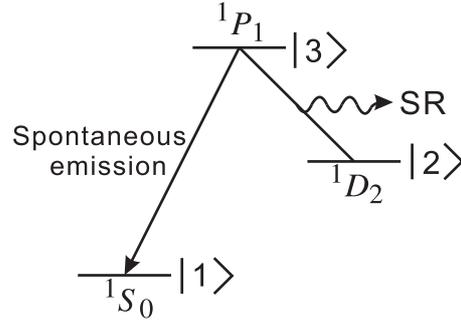


図 18 2 準位系に対するシミュレーションの模式図である。|1>, |2>, |3> の準位はそれぞれバリウム原子の $6s^2 \ ^1S_0$, $6s6p \ ^1P_1$, $6s5d \ ^1D_2$ に対応する。|3> - |2> 準位間に結合する超放射電場のみ取り扱い、ポンプレーザー電場による |3> - |1> 準位間の遷移は考えない。|3> - |1> 準位間の自然放出による縦緩和を取り扱っている点以外は、モデルは 2 準位で閉じている。

と書ける。^{*11} ここで、 $\tau = \Omega_0 t$, $\xi = \Omega_0 z/c$ はそれぞれ $t - z/c$ (いわゆる遅延時間) 及び位置 z を無次元化したものであり、 $R_{R,L}$, Z , $\varepsilon_{R,L} = -id_{32}E_{R,L}/\hbar\Omega_0$, ρ_{33} はそれぞれ、|3> - |2> 準位間のコヒーランス、|3> - |2> 準位間の占有率差、超放射電場 $E_{R,L}$ を無次元化したもの、|3> 準位の占有率である。また、 $\Omega_0 = \sqrt{(nd_{32}^2\omega_{32})/(2\varepsilon_0\hbar)}$ である。下付きの R, L はそれぞれ右向き (z 軸正の方向) 及び左向き (z 軸負の方向) への伝搬モードである。 $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ はそれぞれ無次元化した縦緩和、横緩和のレート及び超放射電場の散逸項であり、 $\Lambda_{p,R}, \Lambda_{p,L}$ は自然放出に起因するコヒーランス成長を表す項 (量子揺らぎ分極源) である。

まず、緩和及び散逸について説明する。縦緩和の要因としては |3> - |2> 及び |3> - |1> 準位間の自然放出を考えており、そのレートは Ω_0 を用いて無次元化して

$$\kappa_1 = \frac{\gamma_{31} + 2\gamma_{32}}{\Omega_0} \quad (49)$$

と書ける。ここで γ_{31}, γ_{32} はそれぞれ |3> - |1>, |3> - |2> 準位間の自然放出レートである。横緩和の要因としてはドップラー拡がり及び自然放出を考えており、そのレートは Ω_0 を用いて無次元化して

$$\kappa_2 = \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + 2\Delta_{Dop}}{2\Omega_0} \quad (50)$$

*11 式 46 は 2.2 節のマクスウェルブロッホ方程式と対比して見やすくするために Z を用いて書いたもので、実際にシミュレーション用いた式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{33}}{\partial \tau} &= -\frac{1}{2} \text{Re}[\varepsilon_R^* R_R + \varepsilon_L^* R_L] - (\kappa_{31} + \kappa_{32}) \rho_{33} \\ \frac{\partial \rho_{22}}{\partial \tau} &= \frac{1}{2} \text{Re}[\varepsilon_R^* R_R + \varepsilon_L^* R_L] + \kappa_{32} \rho_{33} \end{aligned}$$

という 2 式である。しかし、どちらも本質的には同じである。ここで、 ρ_{22} は |2> 準位の占有率、 κ_{31}, κ_{32} はそれぞれ |3> - |1>, |3> - |2> 準位間の無次元化された自然放出レートで $\kappa_{31} = \gamma_{31}/\Omega_0$, $\kappa_{32} = \gamma_{32}/\Omega_0$ と書ける。また、 $\tau' = \tau - \xi$ ではなく、 τ を用いて式を記述しているが、これは左向き及び右向きの伝搬モードを取り扱っているためである。

と書ける。ここで、 Δ_{Dop} はドップラー拡がりの幅である。 κ_3 は超放射の回折によっておこる超放射電場の散逸を記述する項である。マクスウェルブロッホ方程式は空間について1次元の模型であるため、厳密に回折現象を取り扱うことはできないため、これを電場の散逸として取り扱っており、

$$\kappa_3 = c_{\kappa_3} \frac{c}{L\Omega_0} \quad (51)$$

と書ける（付録 B 参照）。ここで、 c_{κ_3} は実験との一致を良くするための経験的な係数で、フレネル数 F が 1 の場合には $c_{\kappa_3} = 0.35$ であり、一般にはフレネル数に比例する量である。

次に、量子揺らぎ分極源 Λ_p について述べる。量子揺らぎ分極源は自然放出電場によるコヒーランスの成長である。以下では Λ_p がどのように表せるかについて議論する。量子揺らぎ分極源 Λ_p の特性は自己相関関数を用いて記述でき

$$\langle \Lambda_{p,j}(\tau)\Lambda_{p,j}(\tilde{\tau}) \rangle = c_{\Lambda_p}^2 \frac{3}{8\pi} \frac{\gamma_{32}}{\Omega_0} \left(\frac{\lambda_{32}}{L} \right) \delta(\tau - \tilde{\tau}) \quad (52)$$

と表される（付録 A 参照）。ここで、 λ_{32} は超放射の波長であり、それぞれの伝搬方向に対する量子揺らぎ分極源である $\Lambda_{p,R}$ と $\Lambda_{p,L}$ は完全に独立な量で相関をもたない。また、 c_{Λ_p} は標的形狀に依存する量でフレネル数が $F = 1$ の時には $c_{\Lambda_p} = 1$ となり、フレネル数の平方根に比例する量である（付録 B 参照）。自然放出に起因する量子揺らぎ分極源 Λ_p は遅延時間 τ に対して完全にランダムな位相を持つことから、 $\tilde{\tau} = \tau$ 以外では自己相関関数は 0 となっている。

最後に、初期境界条件について議論する。2 準位系のシミュレーションに使用した初期境界条件は

$$Z(\xi, \tau = 0) = \frac{1}{2} \quad (53)$$

$$\varepsilon_R(\xi, \tau = 0) = \varepsilon_s \quad (54)$$

$$\varepsilon_L(\xi, \tau = 0) = 0 \quad (55)$$

$$Z\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau\right) = \frac{1}{2} \quad (56)$$

$$\varepsilon_R\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau\right) = \varepsilon_s \quad (57)$$

$$\varepsilon_L\left(\xi = \frac{\xi_L}{2}, \tau\right) = 0 \quad (58)$$

である。初期状態において、原子は $|3\rangle$, $|1\rangle$ 準位に 1:1 で占有しており、コヒーランスについては $R_{R,L} = 0$ でまったく存在しないとしている。また、ストークスレーザーは z 軸に平行に z 軸正の方向に CW で照射されており、これはストークスレーザー入射標的端面 $z = -L/2$ における境界条件である式 57 として与えられている。左向きに伝搬する電場についてはストークスレーザーを入射していないことから、標的端面 $z = L/2$ において 0 であるとしている。

2.4.2 3 準位系に対する超放射シミュレーション

ここでは、2 準位系を用いたシミュレーションでは取り扱わなかった、ポンプレーザーによる $6s^2 \ ^1S_0 - 6s5d \ ^1D_2$ 準位間の励起を取り扱った 3 準位系に対するシミュレーションにつ

いて議論する。図 19 のように、2 準位模型との違いは超放射電場に加えて $|3\rangle - |1\rangle$ 準位間に

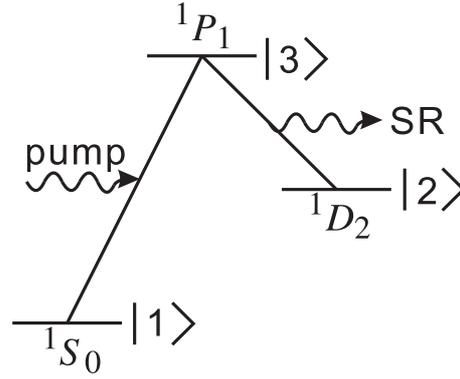


図 19 超放射シミュレーションで考える原子準位である。 $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ の準位はそれぞれバリウム原子の $6s^2\ ^1S_0$, $6s6p\ ^1P_1$, $6s5d\ ^1D_2$ に対応している。ポンプレーザーによる $|3\rangle - |1\rangle$ 準位間の遷移と超放射による $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間の遷移を考える。

結合するポンプレーザー電場の伝搬及びこの電場による原子系の発展を取り扱う点である。3 準位系に対するマクスウェルブロッホ方程式は

$$\frac{\partial R_{21}}{\partial \tau'} = \frac{1}{2}\varepsilon_{32}^* R_{31} + \frac{1}{2}\varepsilon_{31} R_{32}^* - \kappa_{2,21} R_{21} \quad (59)$$

$$\frac{\partial R_{31}}{\partial \tau'} = \varepsilon_{31} Z_{31} - \frac{1}{2}\varepsilon_{32} R_{21} - \kappa_{2,31} R_{31} \quad (60)$$

$$\frac{\partial R_{32}}{\partial \tau'} = \varepsilon_{32} Z_{32} - \frac{1}{2}\varepsilon_{31} R_{21}^* - \kappa_{2,32} R_{32} + 2\Lambda_p \rho_{33} \quad (61)$$

$$\frac{\partial Z_{31}}{\partial \tau'} = -\text{Re}[\varepsilon_{31}^* R_{31} + \frac{1}{2}\varepsilon_{32}^* R_{32}] - \kappa_{1,31} \rho_{33} \quad (62)$$

$$\frac{\partial Z_{32}}{\partial \tau'} = -\text{Re}[\frac{1}{2}\varepsilon_{31}^* R_{31} + \varepsilon_{32}^* R_{32}] - \kappa_{1,32} \rho_{33} \quad (63)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{31}}{\partial \xi} = \frac{\partial \varepsilon'}{\partial \xi} + \frac{1}{\sqrt{g\mu}} R_{31} \quad (64)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{32}}{\partial \xi} = \sqrt{g\mu} R_{32} - \kappa_3 \varepsilon_{32} \quad (65)$$

と書ける。ここで、 R_{ij} , Z_{ij} , $\varepsilon_{ij} = -id_{ij}E_{ij}/\hbar\Omega_0$ はそれぞれ $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間のコヒーランス及び占有率差及び電場振幅 E_{ij} を無次元化したものであり、 $g = \omega_{32}/\omega_{31}$ であり、 $\mu = d_{32}/d_{31}$ であり、 $\rho_{33} = (1 + Z_{31} + Z_{32})/3$ は $|3\rangle$ 準位の占有率である。また、 $\varepsilon'(\xi) = -id_{31}E'(\xi)/\hbar\Omega_0$ であり、これについては後ほど説明する。方程式の無次元化に用いている Ω_0 は 2 準位系で用いたものとは異なっており、3 準位系ではマクスウェルブロッホ方程式が煩雑にならないように $\Omega_0 = \sqrt{nd_{31}d_{32}\sqrt{\omega_{31}\omega_{32}}/2\varepsilon_0\hbar}$ を用いた。 $\kappa_{1,31}$, $\kappa_{1,32}$ はそれぞれ $|3\rangle - |1\rangle$, $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間の縦緩和項で

$$\kappa_{1,31} = \frac{2\gamma_{31} + \gamma_{32}}{\Omega_0}, \quad \kappa_{1,32} = \frac{\gamma_{31} + 2\gamma_{32}}{\Omega_0} \quad (66)$$

と書ける。 $\kappa_{2,ij}$ はコヒーランス R_{ij} に対する横緩和項で

$$\kappa_{2,21} = \frac{\Delta_{Dop,21}}{\Omega_0}, \quad \kappa_{2,31} = \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + 2\Delta_{Dop,31}}{2\Omega_0}, \quad \kappa_{2,32} = \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + 2\Delta_{Dop,32}}{2\Omega_0} \quad (67)$$

と書ける。ここで、 $\Delta_{Dop,ij}$ は $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間のドップラー拡がりである。 κ_3 は超放射電場の散逸であり、 Λ_p は自然放出による量子揺らぎ分極源である。

次にポンプレーザーの伝搬をどう扱ったかについて述べる。一般に、レーザーは平面波ではなく、その強度は一様ではない。しかし、ここで扱っているマクスウェルブロッホ方程式は空間について1次元であるため、ポンプレーザーのビーム形状を厳密に取り扱うことができない。そこで、超放射の伝搬経路上でのレーザー電場変化の平均値 $\varepsilon'(\xi)$ を用いることで、式64のように1次元の方程式で不均一なレーザー強度を取り扱うことが可能となる。 $R_{31} = 0$ として原子によるレーザー吸収を無視すると、式64から実際のレーザー電場 ε_{31} と、標的を通過しないときのレーザー電場である ε' が一致することが分かる。なお、3準位系のシミュレーションでは右向き（ポンプ・ストークスレーザー照射方向）に伝搬するモードのみ取り扱っている。^{*12}

最後に、3準位系に対する初期境界条件について述べる。初期境界条件は

$$Z_{31}(\xi, \tau' = 0) = -1 \quad (68)$$

$$Z_{32}(\xi, \tau' = 0) = 0 \quad (69)$$

$$\varepsilon_{31}(\xi, \tau' = 0) = \varepsilon'(\xi)v(\tau' = 0) \quad (70)$$

$$\varepsilon_{32}(\xi, \tau' = 0) = \varepsilon_s \quad (71)$$

$$Z_{31}\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = -1 \quad (72)$$

$$Z_{32}\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = 0 \quad (73)$$

$$\varepsilon_{31}\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = \varepsilon'\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}\right)v(\tau') \quad (74)$$

$$\varepsilon_{32}\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = \varepsilon_s \quad (75)$$

と書ける。始状態では全原子が $|1\rangle$ 準位に占有しているとし、コヒーランスは $R_{ij} = 0$ と存在しないとした。ポンプレーザー及びストークスレーザーの入射は $z = -L/2$ における境界条件として取り扱った。 $\varepsilon'(\xi = -\xi_L/2)$ はポンプレーザーのピークパワーにおける $z = -L/2$ での電場振幅で、 $v(\tau')$ はポンプレーザーの時間プロファイルである。ポンプレーザー線幅からくるレーザー位相のランダムウォークは、 $v(\tau')$ にとりこんである。また、 ε_s は $z = -L/2$ におけるストークスレーザー電場振幅である。

^{*12} 右向きの超放射の成長に関しては2準位模型の結果から、右向きのみ及び両方向を取り扱う場合で結果に大きな違いは現れない。このことから、右向きのモードのみで十分であると考えられるため、3準位系では計算時間の観点からこのモードのみを取り扱うこととした。

2.4.3 シミュレーションで予想される超放射の成長

ここでは、以上で議論した超放射模型を用いてシミュレーションを行い、典型的な超放射の成長を見て、2準位模型及び3準位模型の違いについて議論する。なお、以下で行った計算は標的としてバリウム原子を仮定しており、密度が $n = 1.9 \times 10^{19} [\text{m}^{-3}]$ 、標的長が $L = 6.5 [\text{cm}]$ 、 $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間のドップラー拡がりによるデコヒーランスレートが $1.0 [\text{GHz}]$ の場合を計算した。また、3準位模型の計算に用いたポンプレーザーパラメータはパルスエネルギーが $10 [\text{mJ}]$ 、パルス時間幅が $2.2 [\text{ns}]$ 、径が $\sim 0.1 [\text{mm}]$ である。ストークスレーザーは入射していないとした。

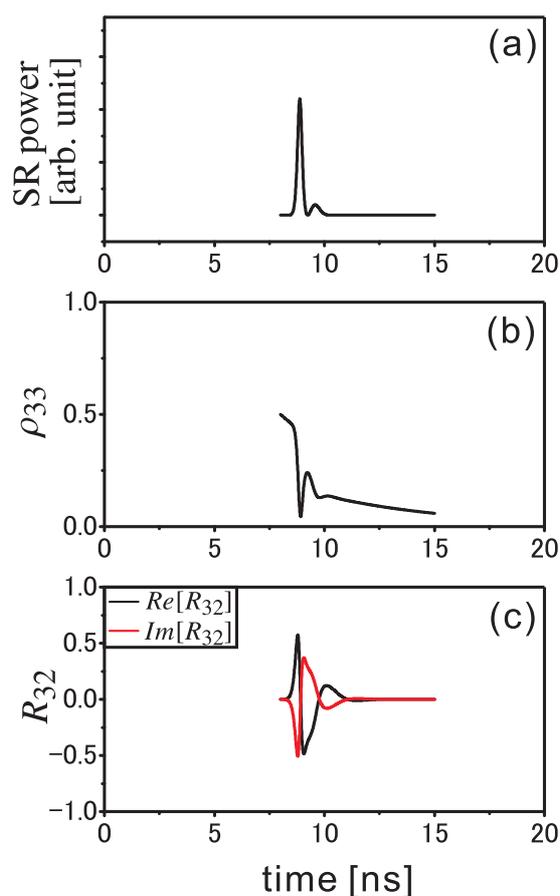


図 20 (a) 超放射パルス波形、(b) $|3\rangle$ 準位の占有率、(c) コヒーランス R_{32} (黒：実部、赤：虚部) をプロットしたものである。なおこの結果は、複数の超放射のモードの内、典型的な 1 つのモードに対する計算を示したものである。

まず、2準位模型を用いた場合の超放射の成長について議論する。図 20 が 2準位模型を用いた超放射シミュレーションの結果である。図中の (a,b,c) はそれぞれ超放射パワー、占有率差 Z_{32} 、コヒーランス R_{32} を時間の関数としてプロットしたものである。2準位模型ではシミュレーションの仮定上 $t = 8 [\text{ns}]$ において瞬時に 50[%] の原子が $|3\rangle$ 準位に励起されたとしている。励起後に、コヒーランスが成長し、コヒーランス成長と同時に超放射が起こることが分かる。励起から超放射が起こるまでの時間は $1 [\text{ns}]$ 程度である。超放射の波形は

リングングが見られるが、ドップラー拡がりなどのデコヒーランスによる影響からリングングは小さなものとなっている。

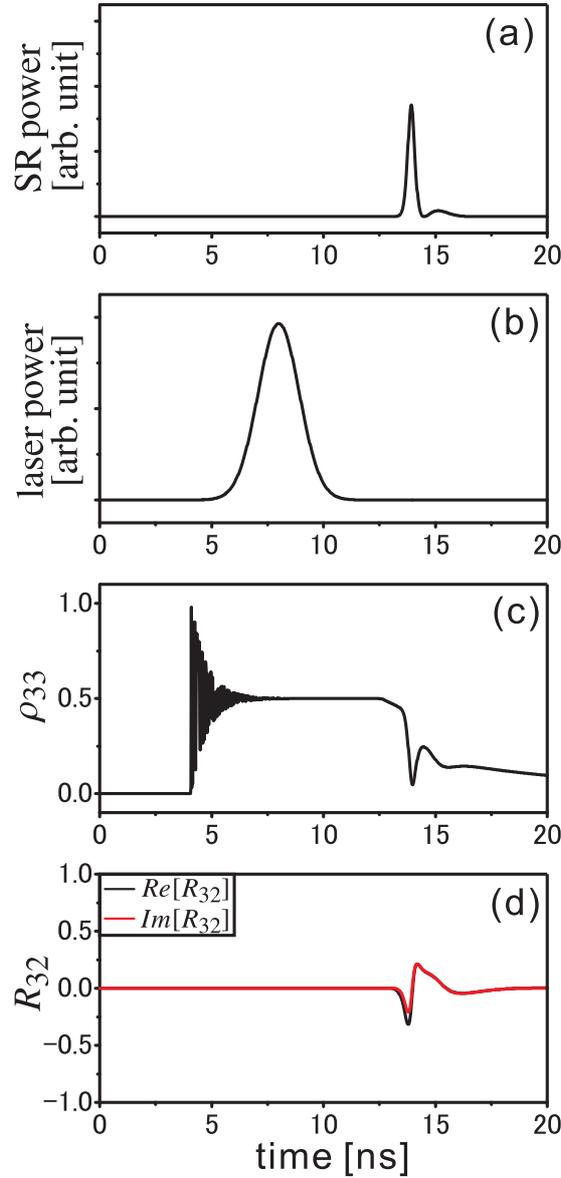


図 21 (a) 超放射パルス波形、(b) ポンプレーザーパワー、(c) $|3\rangle$ 準位の占有率、(d) コヒーランス R_{32} (黒：実部、赤：虚部) をプロットしたものである。なおこの結果は、複数の超放射のモードの内、典型的な 1 つのモードに対する計算を示したものである。

これに対して 3 準位模型を用いた場合のシミュレーション結果が図 21 である。図中の (a,b,c,d) はそれぞれ超放射パワー、ポンプレーザーパワー、 $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間の占有率差 Z_{32} 及びコヒーランス R_{32} を時間の関数としてプロットしたものである。 $t = 8[\text{ns}]$ にピークパワーを取る時間幅 $2[\text{ns}]$ 程度のポンプレーザーを照射しており、このとき $|3\rangle - |1\rangle$ 準位間の遷移は $4[\text{ns}]$ 前後で始まっている。励起直後にラビ振動が起こっていることが分かるが、ドップラー拡がりによるデコヒーランスによってすぐにラビ振動が減衰している。励起後しばらくコヒーランスは発達せず、励起から $10[\text{ns}]$ 前後経過し、ポンプレーザー照射が終わってから

コヒーランスが発達し始め、超放射が起こっている。

このように 3 準位模型で超放射の成長が遅れる原因は、ポンプレーザー照射によってコヒーランスの成長が妨げられることにある。このようなポンプレーザー照射によるデコヒーランスが起こるメカニズムの概要を以下で述べる。まず、一般にデコヒーランスが起こる条件について考える。コヒーラントでない状態では原子同士がばらばらの状態を取ることから、デコヒーランスは原子によって状態の時間発展が異なるときに生じると言える。例えば、ドップラー拡がりであれば、原子ごとに感じる電場の周波数が異なり、状態の時間発展に違いが出るためにデコヒーランスが生じる。3 準位模型で確認されたデコヒーランスの原因は、空間的に不均一なポンプレーザー強度により原子ごとに感じる電場の大きさが異なり、各原子の状態がばらばらに発展したことにある。なお、この計算については超放射検出系の応答速度を考慮していない。実験結果とシミュレーションを比較する場合には、超放射パワーの波形を検出系の応答関数によって畳み込んでいる。また、付録 B に記述したように実験とシミュレーション結果の比較においては、ポンプレーザー強度変化の決定に使用するそれぞれの超放射経路に対して独立に計算を行い、それぞれの結果を足し合わせている。

2.5 本研究と過去の研究の比較

超放射は Dicke によって提唱され、Skribanowitz らによって発見された。[8, 11] その後、様々な実験で観測され、理論研究もすすめられてきた。[9, 10, 12–24, 28–33] 現在でもボーズアインシュタイン凝縮などの様々な系において盛んに研究されている。[25–27]

超放射では遅延時間が標的密度に反比例し、ピークパワーが標的密度の 2 乗に比例することが Dicke による超放射模型（ディッケ模型）によって予想されていた。しかしながら、Dicke 模型は超放射電場の伝搬を取り扱っておらず、超放射の成長を正しく記述するマクスウェルブロッホ方程式を用いて超放射が研究された。[12, 13] そして、これを用いたシミュレーションと様々な標的において観測された超放射波形が一致することが確かめられている。[11, 31, 33] また、超放射初期のコヒーランス成長は、巨視的量子揺らぎ分極源（自然放出に起因）によってコヒーランス成長が行われることが予想され、実験によって確かめられた。[14–17] しかしながら、本研究で行った実験のような、高密度標的において超放射の特徴が現れる遅延時間、ピークパワー、パルスエネルギーの標的密度依存性を系統的に調べる研究はなされてこなかった。高密度領域での超放射の系統的な理解は同じく高密度標的を用いる PSR 機構の究明に有益である。

ストークスレーザー照射による超放射の成長促進についても研究されてきた。超放射において、自然放出電場に加えて外部からストークスレーザー照射することによってコヒーランスの成長が促進される。これによって、超放射に現れる変化の 1 つが遅延時間の短縮である。過去の実験によって、ストークスレーザーによるコヒーランス成長が量子揺らぎ分極源によるコヒーランス成長を上回るストークスレーザー強度において、遅延時間短縮が起こることが示された。[17] 遅延時間の短縮に加えて、ストークスレーザーは以下に示す重要な特徴を

持つことが予想されていた。ストークスレーザを照射しない場合には複数の横モードを持つ超放射が成長することが知られている。[24] これに対して、ストークスレーザを照射した場合には、複数の横モードのうちの単一の横モードが選択的に成長促進されることから、超放射角分布の尖鋭化が予想される。本研究では、ストークスレーザを照射した場合及び照射しない場合について角分布を測定し、ストークスレーザによって単一横モードが選択できることを世界で初めて示した。PSR 観測では選択的に PSR モードのみを誘起するという観点から、ストークスレーザによる単一モードを選択可能であることは、非常に重要な性質である。

ポンプレーザによる超放射始状態生成まで取り扱った超放射の成長は、3 準位系に対するマクスウェルブロッホ方程式を用いて理論的な研究は行われてきた。[9, 19] しかしながら、3 準位系を用いた超放射シミュレーション結果と実験結果の比較は行われておらず、実験結果を正しく記述できる 3 準位系の超放射モデルは構築されていない。本研究では実験結果とシミュレーション結果を比較することで、ポンプレーザが超放射の成長に与える影響を調べた。また、PSR 成長に不可欠な $6s^2\ ^1S_0 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間のコヒーランス評価にも、3 準位系の超放射シミュレーションが不可欠であるため、3 準位系に対する超放射モデルを新たに構築してシミュレーションを行った。本研究で用いた超放射モデルでは従来の研究で取り入れられていない超放射伝搬経路中でのポンプレーザ強度変化を取り扱い、ポンプレーザが超放射の成長及び $6s^2\ ^1S_0 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間のコヒーランスに与える影響を調べた。その結果、不均一なポンプレーザ強度によって $6s^2\ ^1S_0 - 6s5d\ ^1D_2$ 及び $6s6p\ ^1P_1 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間のコヒーランスの成長が阻害されることが分かった。この事実から以下のような実験事実を説明することに成功した。第一に、超放射によって生成される $6s^2\ ^1S_0 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間のコヒーランスは本研究で行った CARS による測定の結果から非常に小さいことが決定されたが、これはポンプレーザによるコヒーレンス成長の阻害に起因していた。第二に、ポンプレーザ照射中には超放射が起こらないことが本研究で行った実験で観測されたが、これはポンプレーザによるコヒーレンス成長阻害が原因で起こると示された。

3 超放射観測実験のセットアップ

ここでは、対超放射（PSR）観測に向けて行った超放射観測実験セットアップの詳細について述べる。本章では、まず、実験条件や実験装置の全体像、実験の大まかな流れについて説明する。続いて、実験に用いたこの装置の詳細について述べる。最後に、詳細な実験手順について述べる。

3.1 概要

超放射観測実験では、図 22 のようにバリウム原子の基底状態 $6s^2\ ^1S_0$ から $6s6p\ ^1P_1$ の準位にポンプレーザーによって励起した後の $6s6p\ ^1P_1$ から準安定状態 $6s5d\ ^1D_2$ への遷移に伴う超放射を観測した。この実験には以下の 2 つの目的がある。

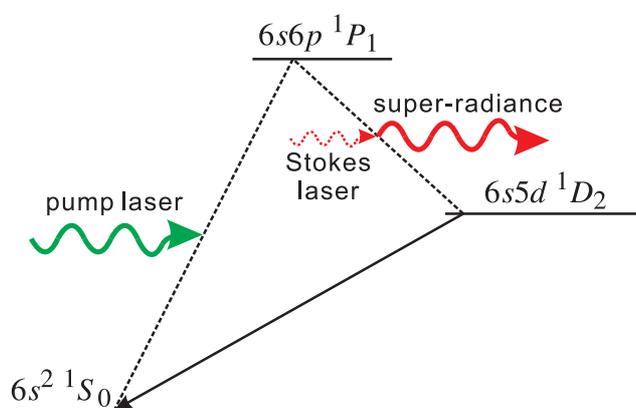


図 22 超放射による準安定状態生成のスキームである。基底状態 $6s^2\ ^1S_0$ に占有している原子をポンプレーザーによって $6s6p\ ^1P_1$ に励起した後、 $6s5d\ ^1D_2$ への遷移に伴う超放射を用いて PSR の標的である準安定状態を短時間で高効率に生成する。また、ストークスレーザーを照射により超放射成長促進を観測し、トリガーレーザーによる PSR の増幅メカニズムの理解につなげる。

第一に、PSR の標的である準安定状態を超放射を用いて生成することである。PSR の観測には、高密度な標的を短時間で高効率に生成する必要があるため、放出された超放射の放射パワー時間変化を測定し、励起にかかった時間や励起効率を決定する。加えて、測定された波形に超放射の特徴が見られるかどうか、超放射のシミュレーション結果と実験結果が一致するかどうかを調べる。これによって、超放射の詳細を理解し、同類のコヒーレント現象である PSR の理解につなげることも目的の 1 つである。上記の測定で得られた実験データを Stokes-off データと呼ぶこととする。

第二に、PSR 観測に向けて、ストークスレーザーによる超放射成長促進を観測し、そこからコヒーランス成長促進機構の詳細を究明することである。そのために、超放射成長促進が起こった場合に予想される超放射角分布の尖鋭化及び遅延時間の短縮を観測し、理論予想と実験結果を比較する。上記の測定で得られた実験データを Stokes-on データと呼ぶこととする。

以下ではこれらの測定に用いた実験セットアップの概要および実験条件について議論する。

3.1.1 実験装置

実験装置は大別すると、気体バリウム生成装置（ヒートパイプ）、レーザー、検出器で構成されている。図 23、図 24 がそれぞれ装置の概略図及び写真である。

まず、ヒートパイプについて説明する。常温ではバリウムは固体であり、飽和蒸気圧も非常に低い。超放射観測には標的密度 n が高くと標的長 L の長い標的が必要となるため、ヒートパイプと呼ばれる金属パイプ内で金属バリウムを熱して気体バリウムを生成した。ヒートパイプ内の温度分布を測定し、バリウムの飽和蒸気圧曲線を用いて標的密度分布を計算し、 n 及び L を決定した。また、別途 $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^3P_1$ 準位間のレーザー吸収を用いて標的密度を測定した。

気体バリウムの生成に続いて、基底状態バリウムに対してパルスのポンプレーザー（図中 a、波長 553.7[nm]、時間幅 1[ns] 程度）を照射して $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^1P_1$ 準位間の遷移を起こし、超放射の始状態 $6s6p\ ^1P_1$ を生成する。励起後に $6s6p\ ^1P_1 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間の遷移に伴って超放射（波長 1500.3[nm]）がポンプレーザーと同軸に指向性を持って放出される。超放射はポンプレーザーと同方向の前方と逆方向の後方の 2 方向に伝搬するが、それぞれを前方超放射及び後方超放射と呼ぶ。これらを波長選択フィルター（図中 I, II）を用いてポンプレーザーと分離し、インジウムガリウムヒ素フォトダイオード（図中 C）で検出し、超放射パワーの時間変化を測定した。

続いて、CW のストークスレーザー（図中 b、波長 1500.3[nm]）をポンプレーザーと同軸で同方向に照射した。このときストークスレーザーと同方向の前方超放射のみ成長促進されると予想される。まず、前方超放射と後方超放射を同時に測定し、ストークスレーザー強度を変化させ、各強度での遅延時間を測定した。前後方に放出された超放射の遅延時間の違いから、成長促進の起こり始めるストークスレーザー強度の閾値を決定した。また、前方超放射に対してストークスレーザーを照射する場合としない場合で、ステージに乗せた検出器（図中 C）によって角分布を測定した。

3.1.2 実験条件

超放射の観測及びストークスレーザー照射による成長促進を行うために満たすべき実験条件について議論する。

まず、超放射が起こるために必要な実験条件を決定する。超放射が起こる条件は超放射遅延時間 T_D をデコヒーランス時間より短くすることである。遅延時間は

$$T_D = \frac{T_R}{4} \left| \ln \left(\frac{R_0}{2\pi} \right) \right|^2 \quad (76)$$

と書ける。ここで、 T_R は超放射時間、 R_0 は量子揺らぎ分極源（自然放出に起因したコヒーランス成長）によって成長した $6s6p\ ^1P_1 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間の初期コヒーランスである。2 章で

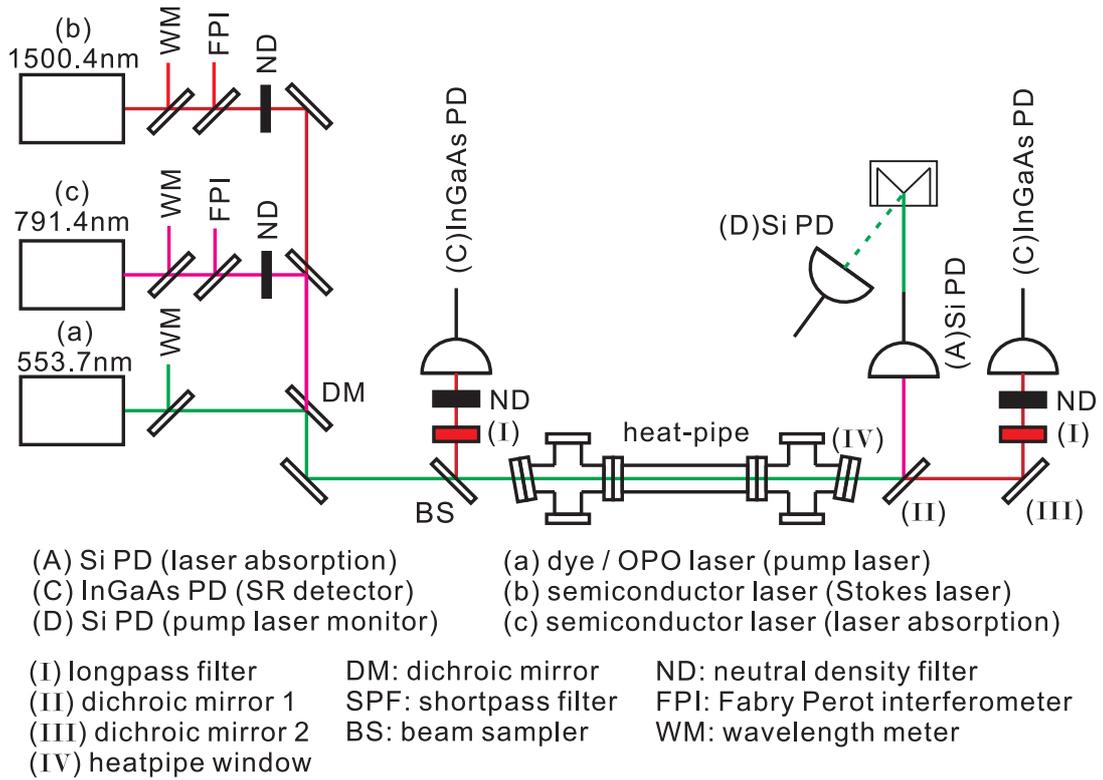


図 23 超放射実験で使用した装置全体図である。気体バリウム生成装置（ヒートパイプ）中に挿入した金属バリウムを熱して、気体バリウムを生成している。生成した標的に対して、(a) ポンプレーザー（波長 553.7[nm]）を照射して超放射の始状態 $6s6p\ ^1P_1$ を生成し、そこから放出された超放射を (I, II) 波長選択フィルターを用いて分離し、(C) InGaAs フォトダイオードを用いて検出した。超放射はポンプレーザーと同軸に指向性を持って、ポンプレーザーと同方向（前方）及び逆方向（後方）に放出されるが、両方を検出できる構成となっている。超放射の観測に加えて、(b) ストークスレーザー（波長 1500.3[nm]）を照射することで超放射を誘起する。

議論したようにフレネル数が $F = 1$ の場合には R_0 は式 40 で与えられるが、 $F > 1$ では R_0 は

$$R_0 \approx \sqrt{\frac{4F}{N/F} (\ln(2\pi N/F))^{1/8}} \quad (77)$$

と修正される（付録 A 参照）。Stokes-on データセットを測定した実験条件では R_0 に現れるフレネル数 F は 10 であることが測定によってわかっている（4 章参照）。この式からわかるように遅延時間は密度にほぼ反比例して短くなる。後に議論する式 81 からわかるように、バリウム密度は標的温度に対して指数関数的に変化するため、遅延時間は標的温度に対して急激に変化する。

これに対して、ドップラー拡がりによるデコヒーランス時間は、式 41 からわかるように標的温度の平方根に反比例して短くなる。このため、デコヒーランス時間の標的温度による変化はバリウム原子では遅延時間に比べて非常に緩やかである。

図 25 は式 76 に示した遅延時間 T_D とドップラー拡がりによるデコヒーランス時間の標的温度依存を示したものである。図からわかるように、バリウム温度の上昇とともに遅延時間

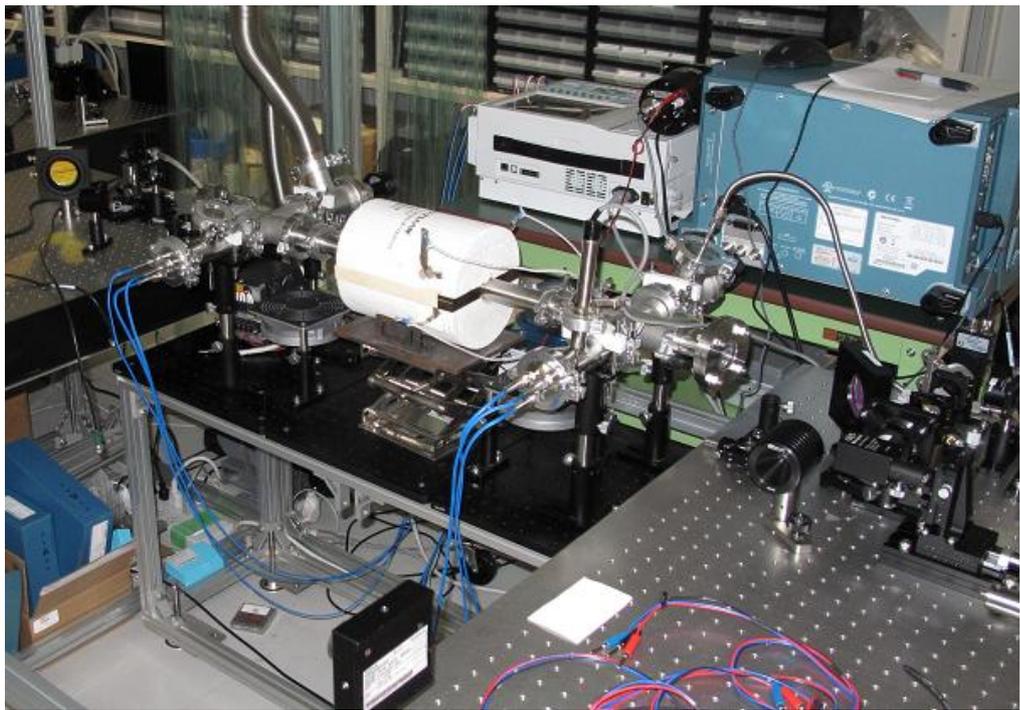


図 24 超放射実験装置の写真である。中央に見える真空チャンバーがヒートパイプである。左奥の架台でレーザーモニター及びレーザーの合流を行い、右手前の架台で超放射の分離及び検出を行った。

は急激に短くなるが、デコヒーランス時間はほとんど変化していない。この図からデコヒーランスの起こる時間と遅延時間が等しくなる標的温度は 630[°C] 程度であることが分かり、この温度以上で実験すれば超放射を観測できる。

以上に加えて、使用した検出器の性能によって決まる測定温度の上限を見積もる。検出器の応答速度はサブナノ秒程度であり、高密度になり超放射の時間幅が短くなると、超放射の波形を正しく測定できない。このことから、超放射パワーの時間変化が測定可能な温度の上限は 700[°C] 程度である。以上のことを考慮して、本実験では 600 から 680[°C] の温度領域で超放射を観測した。この領域で標的密度は約 8 倍変化し、このときの遅延時間及びピークパワーの変化は 8 倍及び 64 倍の変化となる。これらの変化量は密度依存性を調べるには十分なものである。

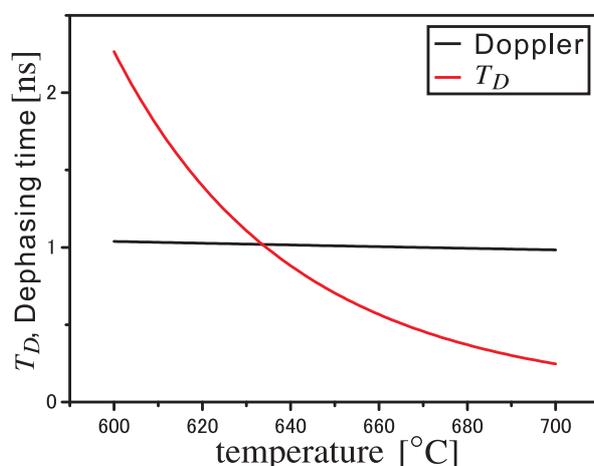


図 25 遅延時間とドップラー拡がりによるデコヒーランス時間をバリウム温度の関数としてプロットしたものである。遅延時間がドップラー拡がりによるデコヒーランス時間より短くなるのは 630[°C] 以上であり、この温度領域で実験すれば超放射を起こすことができる。

次に超放射成長促進において必要なストークスレーザーに要求される条件について議論する。超放射成長促進の条件は、量子揺らぎ分極源によるコヒーランス成長よりもストークスレーザーによるコヒーランス成長の方が大きいことである。ストークスレーザー照射時の超放射遅延時間 T_D は

$$T_D = \frac{T_R}{4} \left| \ln \left(\frac{R_0 + \varepsilon_s}{2\pi} \right) \right|^2 \quad (78)$$

$$\varepsilon_s = \frac{dE_s}{\hbar\Omega_0} \quad (79)$$

と書ける。ここで、 ε_s はストークスレーザーによって成長するコヒーランス、 $\Omega_0 = \sqrt{(nd^2\omega_0)/(2\varepsilon_0\hbar)}$ 、 d は $6s6p \ ^1P_1 - 6s5d \ ^1D_2$ 準位間の遷移双極子モーメント、 ω_0 は超放射の角周波数である。上式から、超放射成長促進に必要なストークスレーザー電場 E_s は

$$R_0 < \varepsilon_s \quad (80)$$

で与えられる。 R_0 は式 77 で表わされ、Stokes-on データセットを測定した実験条件では R_0 に現れるフレネル数 F は 41 であることが測定によってわかっている (4 参照)。ここから超放射誘起に必要なストークスレーザー強度を大まかに見積もることができる。図 26 は、式 78 を用いて遅延時間をストークスレーザー強度の関数としてプロットしたものである。図から遅延時間が現象を始めるところを見ると、超放射誘起に必要なストークスレーザー強度 $I_s = c\epsilon_0 E_s^2/2$ の下限は約 $1[\text{W}/\text{m}^2]$ となる。実験に使用するレーザーパワーの $5[\text{mW}]$ であるため、十分実験可能である。

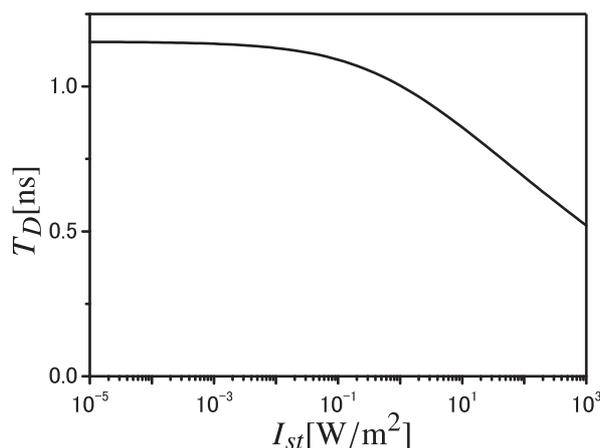


図 26 式 78 を用いて遅延時間をストークスレーザー強度の関数としてプロットしたものである。標的温度は $620[^\circ\text{C}]$ を仮定した。約 $1[\text{W}/\text{m}^2]$ 以上のストークスレーザー強度で超放射誘起による遅延時間の短縮が起きている。

3.2 実験装置

3.2.1 標的

標的である気体バリウム原子の生成には、ヒートパイプと呼ばれる図 31 のような構造を持つ装置を使用している。ヒートパイプは金属パイプ内に金属バリウムを封入し、パイプ外部からヒーターで熱することでパイプ内部に気体バリウム原子を生成している。以下では標的の形状や密度などの超放射解析に必要なパラメータの決定方法について述べる。なお、ヒートパイプ内部構造については後述する。

■原子密度の測定 ここでは標的密度分布 $n(z)$ の評価法について説明する。超放射遅延時間は標的密度 n 及び標的長さ L に反比例することから、超放射観測条件はコラム密度 $n_c = \int_{-\infty}^{\infty} n(z)dz$ が大きいことである。また、 $6s5d^1D_2 - 6s^2^1S_0$ 準位間のコヒーランス評価や超放射解析及びシミュレーションという観点からも、コラム密度の情報が不可欠である。コラム密度を決定する手法は 2 つあり、以下でこれらの手法の詳細を述べる。

飽和蒸気圧 ヒートパイプ内に十分な量の標的を封入した場合、原子密度は標的溫度 $T[^\circ\text{C}]$ が与えられると飽和蒸気圧曲線を用いて原子密度を計算できる。過去の実験において飽和蒸

気圧曲線が測定され経験則にまとめられており [49]、これを用いることでヒートパイプ内部の温度分布から、標的密度分布 $n(z)$ を決定できる。以上から原子密度 n は

$$n = \begin{cases} \left(10^{-9304/(T+273[K])+9.733}\right) / \left(k_B(T + 273[K])\right) & @T < T_{melt}[\text{°C}] \\ \left(10^{-8867/(T+273[K])+9.196}\right) / \left(k_B(T + 273[K])\right) & @T \geq T_{melt}[\text{°C}] \end{cases} \quad (81)$$

と書ける。ここで k_B はボルツマン定数であり、 T_{melt} はバリウムの融点で $729[\text{°C}]$ である。また、バリウム原子は $100[\text{Pa}]$ 以下と希薄であり、理想気体として振る舞うとした。図 27 がバリウム密度の温度変化である。600[°C] 付近では 100[°C] の温度の違いで、密度が 10 倍程度異なる。ヒートパイプに挿入した熱電対の位置はそれぞれヒートパイプ中心を $z = 0$ として

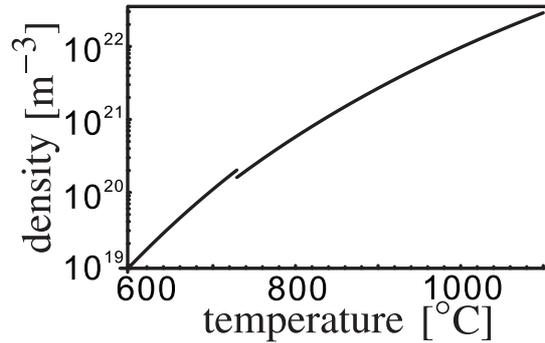


図 27 横軸にバリウム温度、縦軸に気体バリウム密度をプロットしたものである。バリウム温度が分かれば飽和蒸気圧が分かり、バリウム気体を理想気体としてそこから密度を計算できる。

$z = -10, -6, -2, 2, 6, 10[\text{cm}]$ に位置しており、熱電対の出力はデジタルペンレコーダーによって測定した。デジタルペンレコーダーに接続した熱電対による 600[°C] における温度の測定誤差が 6.5[°C] であることから、600[°C] では温度測定による密度の測定には 16[%] 程度の誤差がある。

レーザー吸収 コラム密度のもう 1 つの測定法は原子によるレーザー吸収である。図 28 に示したように、バリウム原子の $6s^2 \ ^1S_0 - 6s6p \ ^3P_1$ 準位間の遷移にほぼ共鳴したレーザーを標的に照射し、吸収によるレーザー透過パワーの減少から標的のコラム密度を決定した。この方法では標的の密度分布を測定することはできないことから、温度分布による密度分布測定結果の確認に用いている。付録 D で議論したように、 $6s^2 \ ^1S_0 - 6s6p \ ^3P_1$ 準位間にほぼ共鳴した吸収測定用レーザー（以下では吸収レーザーと呼ぶ）の標的透過後の強度 I_{ab} はコラム密度 n_c に依存し

$$I_{ab} = I_0 \exp(-\sigma(\delta)n_c) \quad (82)$$

と書ける。^{*13}ここで、 ω はレーザー周波数、 ω_0 は遷移の共鳴周波数、 δ は吸収レーザーの離調で $\delta = \omega - \omega_0$ と書ける。 $\sigma(\delta)$ は離調 δ におけるレーザー吸収の散乱断面積であり、準位の

^{*13} 注意すべき点は、式 28 がほとんどすべての原子が基底状態に占有しているときのみ成り立つことである。この条件を満たすためには、吸収レーザーを飽和強度以下で使用しなければならない。

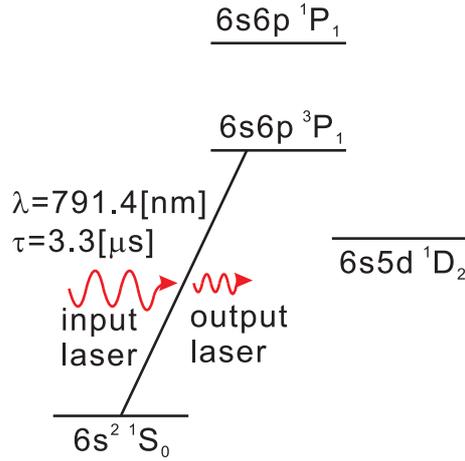


図 28 $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^3P_1$ 準位間のレーザー吸収スペクトルの測定からコラム密度を決定する。

自然幅に起因するローレンツ関数 $g_L(\delta)$ をドップラー拡がりによって起因するガウス関数 $g_{Dop}(\delta)$ で畳み込んだ関数 $g_v(\delta)$ (フォークト関数と呼ばれる) を用いて

$$\sigma(\delta) = \frac{g_e}{g_g} \frac{3\pi^2 c^2}{\gamma \omega_0^2} g_v(\delta) \quad (83)$$

$$g_v(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_L(\delta + \delta\omega) g_{Dop}(\delta\omega) d\delta\omega \quad (84)$$

$$g_L(\delta) = \frac{\gamma/(2\pi)}{\delta^2 + \gamma^2/4} \quad (85)$$

$$g_{Dop}(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta_{Dop}} e^{-(\delta/\Delta_{Dop})^2/2} \quad (86)$$

と書ける。ここで、 γ は自然放出のレート、 g_e 、 g_g はそれぞれ励起状態と基底状態の縮重度である。吸収レーザーの波長を掃引しつつ、透過後のレーザーパワーを測定し、得られた透過スペクトルからコラム密度を決定できる。図 29 のように散乱断面積は離調が 0 となるときに最大値を取り、離調が大きくなるにつれて小さくなる。透過率の測定では共鳴の中心におけるディップとして観測される。ここで、透過率は標的透過後のレーザー強度 I_{ab} と透過前の強度 I_0 の比で定義している。

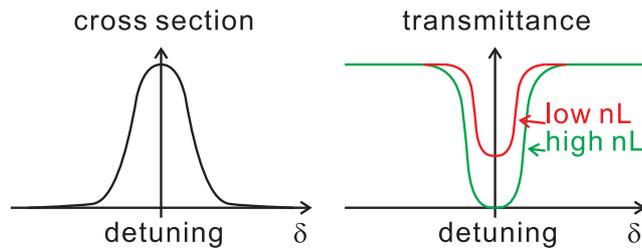


図 29 散乱断面積とレーザー透過率スペクトルを離調の関数としてプロットした模式図である。共鳴の中心では散乱断面積が大きくなり、共鳴の波長で強度にディップが見られる。コラム密度が大きい程ディップは深く広くなる。

次に、レーザー吸収の実験装置図及び実験手順について述べる。図 30 はレーザー吸収実験に用いる装置図である。DFB (Distributed Feedback) レーザー (図中 a) を ND (Neutral Density) フィルターによって飽和強度以下の強度に落としてバリウム標的に照射した。このとき、レーザー波長を掃引することで散乱断面積 $\sigma(\delta)$ を変化させ、透過レーザーパワーをシリコンフォトダイオード (図中 c) で測定し、吸収スペクトルを決定した。この吸収スペクトルを理論曲線でフィットすることでコラム密度を決定した。レーザーの離調は、透過パワーと同時にファブリ・ペロー共振器の透過光をモニターすることで校正している。吸収測定の波長掃引時間は 1 分程度と非常に遅いため、検出器出力信号はデジタルペンレコーダーを用いて測定した。

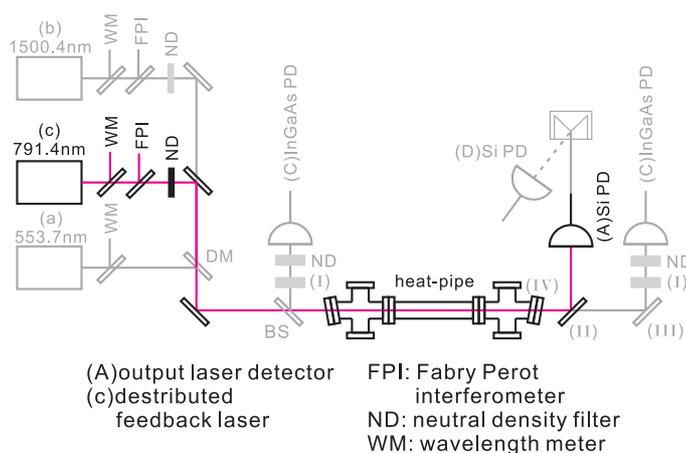


図 30 レーザー吸収測定の実験装置である。 $6s^2 \ ^1S_0 - 6s6p \ ^3P_1$ 準位間にほぼ共鳴させた DFB レーザーの波長を掃引し、その時の透過スペクトルを測定する。波長の掃引は DFB レーザー素子に流す電流量によって制御しており、レーザーの離調はファブリペロー共振器の透過光スペクトルによって校正している。

■標的長と平均原子密度 超放射解析には標的長 L が必要となるが、式 87 のように標的長を定義し、温度分布の測定から決まるヒートパイプ内部の密度分布を用いて標的長を決定した。

$$L = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} n(z) dz}{n_g^{max}} \quad (87)$$

ここで、 n_g^{max} はヒートパイプ内での最高標的密度である。

さらに、ここでバリウム原子の平均標的密度 $\langle n_g \rangle$ を

$$\langle n_g \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} n^2(z) dz}{\int_{-\infty}^{\infty} n(z) dz} \quad (88)$$

のように定義する。上式右辺の分子に密度の 2 乗を用いているが、これは超放射の振る舞いが密度の 2 乗によって決定されるという事実に基づいている。

2 準位系のシミュレーションでは始状態において励起は完了しているとしてポンプレーザーによる励起を取り扱っていない。このため、始状態において励起状態 $6s6p \ ^1P_1$ に占有し

ている標的密度 $\langle n_e \rangle$ (以下では励起原子密度と呼ぶ) を決定しなければならない。本実験で使用しているポンプレーザーは強度が飽和強度よりも強いため、ほぼ 1 : 1 で占有する。以上から、励起原子密度は $\langle n_e \rangle \approx 0.5 \langle n_g \rangle$ である。

■**標的径** 超放射解析には有効な標的領域の直径 (標的径) d_e を知る必要がある。標的領域を以下のように定義する。微小面積 ΔS あたりに入射する光子数が、光子が通過する微小体積 ΔSL 中に存在する原子数よりも多い領域ではポンプレーザーによる励起が十分にできる。微小面積 dS に入射する光子数はポンプレーザー強度プロファイル $I(x, y, t)$ を用いて

$$\frac{dS}{\hbar\omega} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, t) dt \quad (89)$$

と書ける。ここで x, y はポンプレーザー中心から x, y 軸方向への距離 (レーザーは z 軸方向へ伝搬)、 $\hbar\omega$ はポンプレーザーの 1 光子当たりのエネルギーである。これに対してレーザーの通過する領域に含まれる原子数は

$$\int_{-\infty}^{\infty} n(z) dz dS \quad (90)$$

と書ける。以上から標的領域で満たされる条件は

$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, t) dt}{\hbar\omega} > \int_{-\infty}^{\infty} n(z) dz \quad (91)$$

と書ける。ポンプレーザービーム形状及び標的密度分布を測定し、上式から d_e を決定した。標的領域の大きさはコラム密度に依存する量になっていることが分かる。

■**ヒートパイプ内部の構造** ここでは、気体バリウム生成装置であるヒートパイプの詳細な構造と製作方法について議論する。ヒートパイプ及びその周辺機器は図 31 のような構成となっている。気体バリウム原子は、金属パイプ (図中 **h**) 内部の金属バリウムをヒーター (図中 **g**) によって熱することで生成した。バリウムは非常に反応性が高く、ガラスとの化学反応を起こすため、金属パイプにはバリウムに対して安定なインコネルを用いた。

パイプ内部の温度はパイプ内部に挿入した 6 本の熱電対によってモニターしており、ここから飽和蒸気圧を用いて密度分布 $n(z)$ を決定した (図中 **a**)。温度が時間的に変化すると標的密度が変化してしまうため、ヒートパイプの温度が一定になるように PID 制御をおこなった。温度制御はヒートパイプ外壁に設置した熱電対からの信号をヒーターにフィードバックすることで行っている。^{*14}バリウムは光学素子を侵すため、レーザー入射及び放出光子引き出しのための光学窓 (図中 **e**) にバリウムが到達することを防ぐ必要がある。そこで、ヒートパイプ中心部で最も温度が高く、周辺部で低く保つことで中心部にバリウムを局在させた。このとき、バリウム原子は徐々に低温側に散逸するが、ヒートパイプ内壁には 5 層の金属金網 (ウィック) が挿入されており、表面張力による毛細管現象によって中心部に液体バリウムを

*14 ヒートパイプの内部温度でコントロールしたいが、バリウム雰囲気内の熱電対は破壊される恐れがあり安全上の理由から外部温度で制御することとした。

戻し再利用できる構造となっている。ウィックの構造はパイプ内壁側から SUS304 が 2 層、ニッケルが 2 層、インコネル 601 が 1 層で、100[mesh/inch] のものを使用しており、金網の目が完全に埋まる量のバリウムを封入した。さらに、バッファガスとしてアルゴンを 100[Pa] 導入することで、気体バリウムが窓に到達することを防いだ。100[Pa] のアルゴンの場合、衝突によるバリウムの平均自由行程は 1[mm] 程度となる。ウィックが働いていてもバリウムは徐々に低温部に散逸するため、ヒートパイプには寿命があり、使用前には必ず標的密度をモニターする必要がある。このため、超放射実験の直前にレーザー吸収による密度測定を行っている。温度が上昇してもバリウム気体密度が大きくなり、寿命が来た場合には新しいものに交換する。^{*15}なお、レーザーの戻り光が再度バリウム原子に照射されないように、光学窓は 10° の角度をつけて取り付けた。

パイプ内部の真空引きはスクロールポンプによって行い（図中 c）、到達真空度は 5[Pa] 程度である。パイプ内部の圧力はピラニ真空計（図中 b）によってヒートパイプ中心から離れたところでモニターしており、真空バルブ（図中 f）を閉めて実験した。

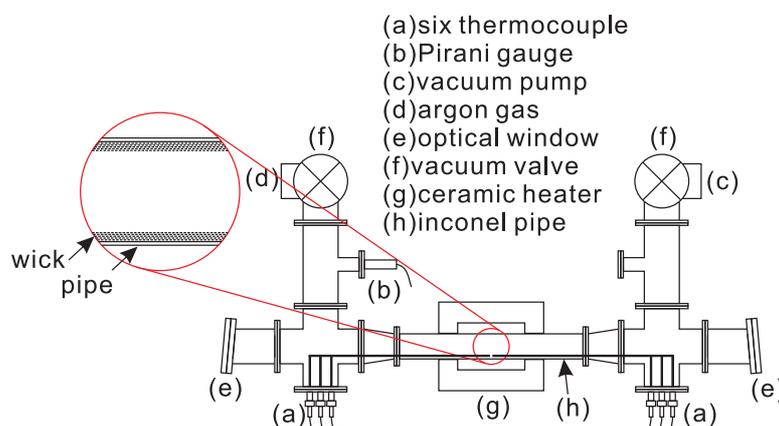


図 31 ヒートパイプ及びその周辺装置の図である。ヒートパイプはインコネル製の金属パイプ、内部に挿入した 6 層の金属金網（ウィック）、パイプ外部の (g) セラミックヒーターによって構成されている。このパイプ内に封入した金属バリウムを熱することで、パイプ内部に気体バリウムを生成した。生成した気体バリウムに対するレーザー照射及び放出光子の引き出しには (e) 光学窓を用いた。ヒートパイプ内部に分布している固体または液体バリウムの温度を (a) 6 本の熱電対によって測定し、標的密度分布を決定した。パイプ内の真空引きには (c) スクロールポンプ（到達真空度 5[Pa]）を用いており、圧力の調整は (f) 真空バルブによって行った。バリウムを中心部に局在させるバッファガス（アルゴン）は (d) アルゴンガスポンプからレギュレーターを通じて導入した。ヒートパイプ内部の圧力は (b) ピラニゲージ真空計によって測定した。なお、(e) 光学窓は戻り光を防ぐために 10° の角度をつけた。

次に、ヒートパイプの製作について議論する。ヒートパイプ内部にバリウムを封入する際には、バリウムが空気と容易に化学反応を起こすため、グローブボックス内にアルゴンガス

*15 バリウムが散逸した部分をバーナーなどで融点以上に熱してやると中心部にバリウムが戻り再び使用できるようになる。

を満たし、その中で作業を行う。固体バリウム表面の不純物をやすりなどで取り除き、ヒートパイプ内に封入する。^{*16}その後、スクロールポンプを用いて十分に真空引きを行い、バルブを締め切る。封入後にヒーターでバリウムの融点以上まで昇温し、固体バリウムを融かしてウィックにしみこませ、使用可能な状態となる。^{*17}

3.2.2 レーザー

ここでは実験に用いたレーザーの詳細を記述する。表 2 がそれぞれのレーザー性能である。表中の (a) から (c) の記号は図 23 中に現れる記号と対応している。以下でそれぞれの詳細について述べる。

表 2 使用したレーザーの波長、パルス幅 (FWHM)、繰り返しレート、パルスエネルギー (パルスレーザーの場合) もしくはパワー (CW レーザーの場合)、線幅、ラビ振動数、ビーム半径 (FWHM) を表にした。(a) のポンプレーザーについては Stokes-off データ取得時と Stokes-on データ取得時で異なるレーザーを用いた。

記号	型式	用途	波長 [nm]	パルス 時間幅 [ns]	繰り返し レート [Hz]	エネルギー /パワー	線幅	ラビ 振動数 [MHz]	ビーム径 [mm]
(a)	Precision Scan	ポンプレーザー (色素レーザー)	553.7	2.2	10	10[mJ]	1[GHz] nominal		~ 0.1
(a)	Panther EX OPO	ポンプレーザー (OPO レーザー)	553.7	1.3	10	10[mJ]	80[GHz] nominal		~ 0.5
(b)	DL100	ストークスレーザー	1500.4	CW	CW	5[mW] (最大)	10[MHz] nominal	6	3
(c)	自作	吸収測定用レーザー	791.4	CW	CW	~ 1[μW]	1[MHz] nominal	0.5	2

■ Stokes-off データ測定に用いたレーザー

ポンプレーザー ポンプレーザーは基底状態 $6s^2 \ ^1S_0$ にいる原子を超放射の始状態である $6s6p \ ^1P_1$ に励起するために用いられており、波長は 553.7[nm] で、パルスエネルギーは 10[mJ/pulse]、繰り返しレートは 10[Hz] である。図 32 に示すように、YAG (Yttrium Aluminum Garnet) レーザーで励起した色素レーザー (Sirah PrecisionScan) を用いた。YAG レーザーは共振器内部、プリアンプ、アンプ部分の色素セルに分けて入射され、色素を励起し反転分布を形成する。励起された色素からの誘導放出によってグレーティング 2 枚とアウトプットカップラーで構成された共振器でレーザー発振し、その出力がプリアンプ、アンプによってさらに増幅される。2 枚のグレーティングによって波長選択を行っている。色素には溶媒であるメタノールに溶かした coumarine153 を用いた。

ポンプレーザーの時間プロファイルとビームプロファイルはのちの解析で重要となるので、これらを測定した。図 33 の黒線はポンプレーザーのビームプロファイルを CCD カメラに

^{*16} 金属バリウム粉末は空気中で燃焼するため、取り扱いに十分注意すること。

^{*17} この時、大量のアウトガスが生じるが、融解後にはアウトガスは少なくなる。

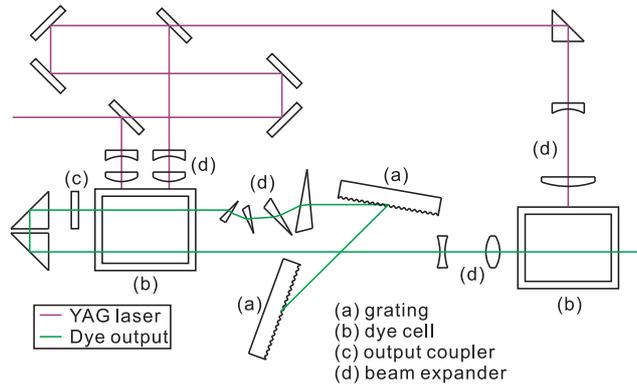


図 32 色素レーザーの内部構造概略図である。2枚のグレーティングとアウトプットカップラーで共振器を組んで YAG レーザーの照射によって色素に生じた反転分布を用いてレーザー発振する。同じく YAG レーザーによって反転分布が生成されたプリアンプ及びアンプ色素セルによってレーザー発振した光を増幅して出力する構成になっている。

よって測定したもので、赤線は測定結果を 2 つの独立なガウス関数の和 (以下ではダブルガウス関数と呼ぶこととする) で 2 次元フィットした結果である。それぞれのガウシアン径は 0.10[mm] 及び 0.26[mm] (FWHM) であることが分かる。ポンプレーザーのラビ振動数は非常に大きくポンプレーザーの裾まで励起に関わるため、標的径 d_e (式 91 で定義される名目値) はポンプレーザー径より大きな値を取る。

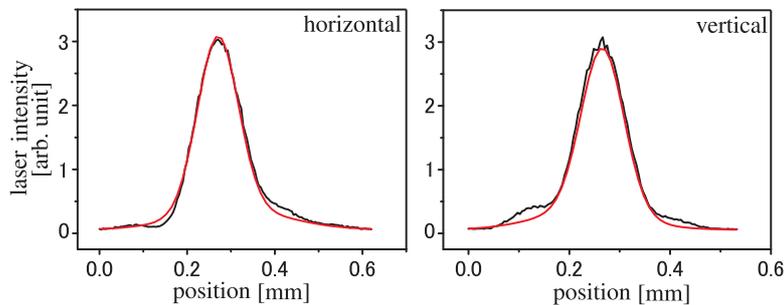


図 33 CCD カメラで測定したポンプレーザービームプロファイル (黒線) とダブルガウス関数での 2 次元フィット (赤線) をプロットしたものである。左図が水平方向、右図が垂直方向に対するレーザー強度変化である。フィットの結果から、それぞれのガウス関数の径は 0.10[mm] 及び 0.26[mm] (FWHM) と決定された。なお、この測定結果はシングルパルスのものである。

図 34 はポンプレーザーの時間プロファイルの測定結果である。青線がレーザー時間プロファイルを検出器で測定した波形である。測定された波形はレーザー時間プロファイルを検出器の応答関数で畳み込んだものとなっている。検出系はインジウムガリウムヒ素検出器 (Newport, 818-BB-30) とオシロスコープ (Tektronix, DPO7104) で構成されており、その応答関数は次節の議論から決定している。黒線はレーザー時間プロファイルをガウス関数と仮定して測定結果をフィットした結果であり、赤線はフィットの結果得られたポンプレーザー

の時間プロファイルである。ここから、ポンプレーザーの時間幅は 2.2[ns] (FWHM) であることが分かった。バリウムが高密度の場合には超放射が起こる時間幅はポンプレーザーの照射時間より短くなるため、解析では励起が有限時間で起こっていることを取り入れなければならない。

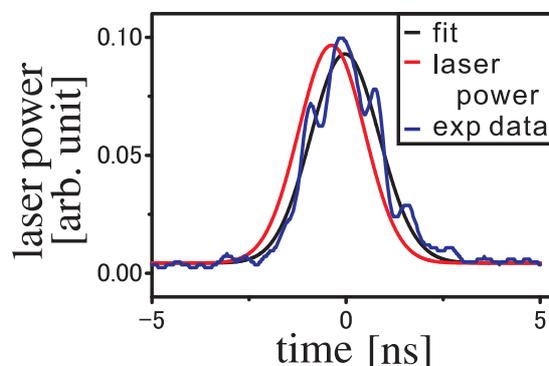


図 34 青線がポンプレーザーを測定した検出器信号の典型的なものである。黒線はレーザー時間プロファイルをガウス関数として検出系の応答関数でこれを畳みこんだ関数によってフィットしたものである。赤線はフィットによって求めた（機器応答を取り除いた）レーザー時間プロファイルで、時間幅は 10 パルスの平均で 2.2[ns] (FWHM) であることが分かった。

吸収測定用レーザー このレーザーは超放射実験前に行う標的原子密度測定に使用した。 $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^3P_1$ 準位間の遷移に対して、レーザー波長を掃引することで吸収スペクトルを測定し、ここから標的のコラム密度を決定した。吸収測定用レーザーには、自作の DFB レーザー (Distributed FeedBack Laser) を用いており、波長は 791.4[nm]、パワーは最大 25[mW] 程度の CW レーザーである。DFB レーザーの特徴としては、線幅が数メガヘルツ程度と非常に狭いこと、モードホップフリーなレーザー波長掃引が可能ながあげられる。高密度標的におけるレーザー吸収スペクトルの測定では、広い範囲での波長掃引が要求されることから、DFB レーザーを使用した。

DFB レーザー内部の構成は図 35 のようになっている。DFB レーザーダイオード素子 (図中 a) から放出されたレーザー出力を非球面レンズ (図中 b) によってコリメートする。DFB 素子を密閉している金属ケース (図中 c) から、減反射コートした光学窓 (図中 d) を通じて外部にレーザー光を取り出す。その後、アイソレーター (図中 e) を用いることで、レーザーが不安定になるのを防ぐ。

DFB レーザー波長は DFB 素子の温度及び電流によって変化するが、本実験ではコントロールの簡単な電流を変化させることによって波長を掃引した。電流変化による波長シフトは 0.02[nm/mA] (周波数シフトで 10[GHz/mA]) である。電流によって波長を掃引する場合にはレーザーパワーも緩やかに変化し、その変化量は 1[mW/mA] 程度である。電流コントローラー (図中 f) には LDC205C (thorlabs) を用いた。波長を安定して掃引するには、DFB 素子温度変化による波長シフトを防ぐ必要がある。素子内部には 10[k Ω] のサーミスターとペ

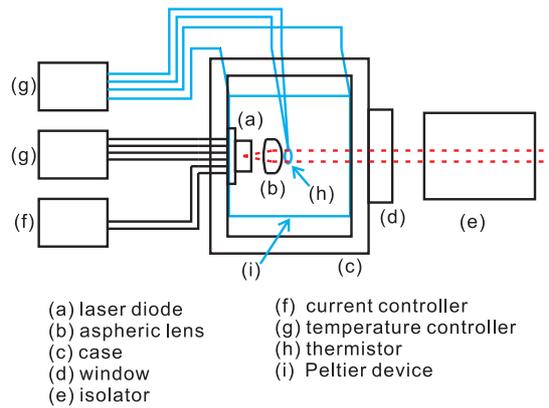


図 35 吸収測定用レーザー内部の構成である。(a) DFB レーザーダイオード素子からのレーザー出力は、(b) 非球面レンズによってコリメートされ、(d) 減反射コートされた光学窓を通じて外に取り出す。取り出したレーザー光を (e) アイソレーターに通し、戻り光によってレーザーが不安定になるのを防ぐ。レーザー波長の掃引は、(f) 電流コントローラーを用いて DFB 素子に流す電流を掃引することによって行った。レーザー波長は素子温度によっても変化するため、DFB 素子内部に組み込まれたサーミスターとペルチェ素子を (g) 温度コントローラーに接続し、PID 制御によって温度を一定に保った。また、(h) サーミスター、(i) ペルチェ素子、(g) 温度コントローラーによって温調された (c) 銅製金属ケースに DFB 素子を密閉し、外部の温度変化の影響を小さくした。

ルチェ素子が組み込まれており、これを温度コントローラー（図中 g）に接続し、PID 制御することで DFB 素子温度を一定に保った。また、外部の温度変化の影響を小さくするために、サーミスター（図中 h）とペルチェ素子（図中 i）を用いて温度コントロールした銅製の金属ケースに DFB 素子を密閉した。温度コントローラーには TED200C（thorlabs）を使用した。温度変化の伴うレーザー波長シフトは $4 \times 10^{-5} [\text{nm/mK}]$ （周波数シフトで $20 [\text{MHz/mK}]$ ）である。実験中の温度変化は $10 [\text{mK}]$ 以下であり、波長計によってモニターしている温度による波長シフトは $4 \times 10^{-4} [\text{nm}]$ 程度に抑えられた。

なお、実験時には ND フィルターによって飽和強度以下になるようにパワーを落として使用している。

■ Stokes-on データ測定に用いたレーザー

ポンプレーザー このレーザーは $6s^2 \ ^1S_0 - 6s6p \ ^1P_1$ 準位間の励起に使用した。シードレーザー注入同期した YAG レーザーをポンプ光に用いた OPO（Optical Parametric Oscillator）レーザー（Continuum、Panther EX OPO）であり、内部の構成は図 36 のようになっている。OPO レーザーは非線形結晶である BBO（ β -Barium Borate）結晶にポンプレーザーを入射し、シグナル光とアイドラー光の 2 色の光を発生させる。BBO 結晶はシグナル光に対する共振器内部に配置されており、シグナル及びアイドラー光の波長選択は BBO 結晶の角度によってコントロールされている。本実験に使用しているのはシグナル光で、波長は $553.7 [\text{nm}]$ で、パルスエネルギーは $10 [\text{mJ/pulse}]$ 、繰り返しレートは $10 [\text{Hz}]$ である。ただし、このレーザーの線幅はメーカーのスペックでは $< 2\pi \times 80 [\text{GHz}]$ となっている。線幅がドップラー幅

$2\pi \times 0.4[\text{GHz}]$ に比べて非常に広いため、有効なレーザーパワーは全体の一部である。

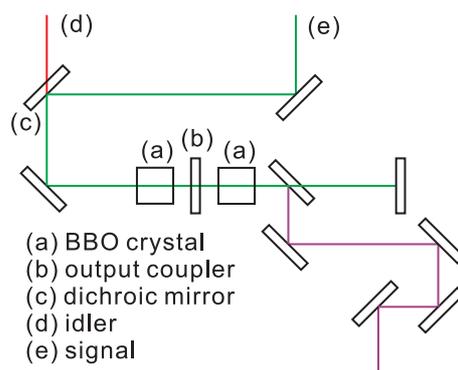


図 36 OPO レーザー内部の構成である。YAG レーザーを共振器内部の BBO 結晶に照射し、シグナル光とアイドラー光を生成する。本実験ではシグナル光 ($553.7[\text{nm}]$) を用いている。

このレーザーについてもビームプロファイルおよび時間プロファイルを測定した。図 37 は CCD カメラで測定した OPO レーザーのビームプロファイルとそれをフィットした関数である。ビームプロファイルのフィットはダブルガウス関数で行った。測定の結果、ビーム径はそれぞれのガウシアンで $0.31[\text{mm}]$ 及び $0.49[\text{mm}]$ (FWHM) である。

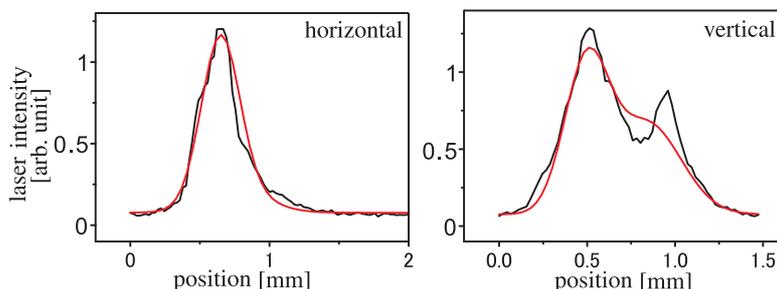


図 37 CCD カメラで測定したポンプレーザーのビームプロファイル (黒線) とダブルガウス関数での 2 次元フィット (赤線) をプロットしたものである。左図が水平方向、右図が垂直方向のレーザー強度変化である。それぞれのガウス関数の径は $0.31[\text{mm}]$ 及び $0.49[\text{mm}]$ (FWHM) である。なお、この測定結果ははシングルパルスのものである。

レーザー時間プロファイルは、フォトダイオードでレーザーパワーを測定して決定した。決定方法は機器応答を除いたレーザー時間プロファイル (ガウス関数を仮定) を検出系の応答関数で畳み込んだ関数によって測定波形をフィットすることで行った。図 38 が測定及びフィットで得られた時間プロファイルである。青線が測定した検出器出力、黒線がそのフィット、赤線がそこから得られる (測定系の応答を除いた) レーザー時間プロファイルである。この結果から、ポンプレーザーの時間幅は $1.3[\text{ns}]$ (FWHM) であることが分かった。ストークスレーザー ポンプレーザーによって $6s6p\ ^1P_1$ に励起された原子に対して超放射と同じ波長のストークスレーザーを照射することで超放射の成長促進を行う。ストークスレーザーには外部共振器型半導体レーザー (Toptica、DL100) を使用しており、波長は

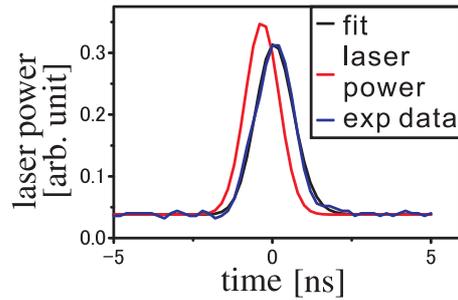


図 38 青線がポンプレーザー測定信号の典型的なものである。黒線はガウス関数と検出系の応答関数の畳みこみ関数によって測定信号をフィットしたものである。赤線はフィットによって得られた（測定系の応答を除いた）レーザーパワーの時間変化で、パルス幅は 100 パルスの平均で 1.3[ns] であることが分かった。

1500.4[nm]^{*18}、最大パワーが 5[mW] の CW レーザーである。内部の構成は図 39 のようになっている。レーザーダイオード素子からのレーザー出力をレンズによって平行光にし、グレーティングを用いて共振器を組んでいる。グレーティングの角度をピエゾ素子によってコントロールし、波長の選択を行う。ベースの温度を PID 制御によって一定に保ち、共振器長を一定にすることでレーザー波長を一定に保っており、超放射測定時には波長計によって波長をモニターしている。また、超放射光が波長計やレーザーに逆入射して影響を及ぼすため、アイソレーターを入れてこれを防いでいる。

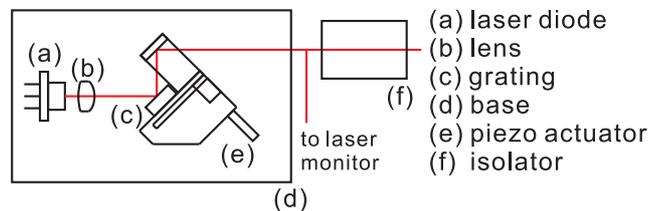


図 39 ストークスレーザーに用いた外部共振器型半導体レーザーの内部構成である。波長は 1500.3[nm]、最大パワーは 5[mW] の CW レーザーである。波長の選択はグレーティング角度によって行っている。共振器長の変化によって波長が変化しないように、ベースを温調している。アイソレータを設置して超放射光の逆入射でレーザーが不安定になるのを防いでいる。

図 40 に測定したストークスレーザーのビームプロファイルを示す。このレーザーのビーム径は 3[mm] (FWHM) であり、ポンプレーザーの径や標的径より大きい。従って、ポンプレーザーによって励起された原子にほぼ一様にストークスレーザーが照射されていると予想される。

*18 波長計の精度とドップラー拡がりの幅が同程度であるため、波長計の精度程度は離調している可能性がある。シミュレーションによってこの離調が結果に影響するか確かめたが、離調の有無によって有意な差は見られなかった。

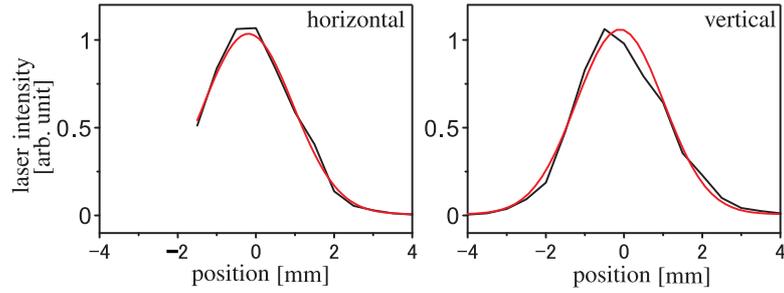


図 40 ストックスレーザーのビームプロファイル（黒線）とガウス関数による 2 次元フィット（赤線）である。左図が水平方向、右図が垂直方向のレーザー中心を通る直線上のレーザー強度変化である。レーザー径は 3[mm]（FWHM）であることが分かる。

3.2.3 検出系

超放射、ポンプレーザー、吸収測定用レーザーなどの光はフォトダイオード検出器を用いて検出し、検出された信号はオシロスコープを用いて測定した。ここではこれらの検出系について議論する。表 3 は使用した検出器のリストである。表中の (A) から (D) の記号は図 23 中に出てくる記号と対応している。以下の節でこれらについて詳述する。

表 3 検出器の検出光子波長、その波長での量子効率、ゲイン、帯域を表にした。

記号	型式	用途	使用波長 [nm]	量子効率 [A/W]	ゲイン [V/A]	帯域 [GHz]	素子
(A)	818-BB-21	ポンプレーザーモニター	554	0.22	50	1.2	Si
(C)	818-BB-30	超放射検出	1500	0.93	50	2	InGaAs
(C)	HCA-S-200M-IN	超放射検出	1500	0.95	2.0×10^4	0.1	InGaAs
(D)	DET36A	レーザー吸収測定	791	0.51	50	0.025	Si

■検出系の応答関数 付録 F で議論したように検出系で測定された信号は、真の信号である超放射パワーやレーザーパワーを検出系の応答関数で畳み込んだものとなっている。実験結果とシミュレーションの比較をするためには、シミュレーションによって得られた超放射パワー及びポンプレーザーパワー（ここでは $f(t)$ とする）をフォトダイオードとオシロスコープで構成される検出系の応答関数 $g(t)$ で畳み込む必要がある。測定で得られる信号 $f'(t)$ は以下のように書ける。

$$f'(t) = \int_0^{\infty} dt' f(t-t')g(t') \quad (92)$$

検出系に N_{int} 個の積分回路が含まれていると仮定した場合には、応答関数は N_{int} 次のポアソン型の応答関数を持つ。シミュレーション結果の畳み込みには $N_{int} = 2$ を仮定した場合である以下の応答関数を使用した。

$$g(t) = b^2 t \exp(-bt) \quad (93)$$

$$b = \frac{2\pi\nu_{Det}}{10^{0.3} - 1} \quad (94)$$

ここで、 ν_{Det} は検出系の帯域である。

■超放射検出器

Stokes-off データ測定に使用した検出器 準安定状態の生成及び超放射の特性を調べる実験 (Stokes-off 実験) においては、超放射の時間変化を測定するために応答速度の速いインジウムガリウムヒ素フォトダイオード検出器 818-BB-30 を用いた。検出器の帯域は 2[GHz] と、使用したオシロスコープの帯域 1[GHz] よりも 2 倍大きい。検出系の帯域はオシロスコープと検出器の帯域 (それぞれ 1, 2[GHz]) の自乗和の平方根であり

$$\nu_{Det} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{1[\text{GHz}]}\right)^2 + \left(\frac{1}{2[\text{GHz}]}\right)^2}} = 0.9[\text{GHz}] \quad (95)$$

となる。

Stokes-on データ測定に使用した検出器 超放射角分布の測定及び遅延時間短縮の観測実験 (Stokes-on 実験) に使用した超放射検出器は、インジウムガリウムヒ素フォトダイオード検出器 HCA-S-200M-IN である。検出器の受光面の径は $\phi 0.3[\text{mm}]$ である。

HCA-S-200M-IN の応答速度は超放射の時間スケールに比べて遅いため、遅延時間の測定のために検出器の応答関数を正確に知る必要があり、これを以下のように決定した。まず、帯域の分かっているシリコンフォトダイオード検出器 818-BB-21 によって、ポンプレーザーパワーを測定し、ここから測定系の応答を除いたレーザー時間プロファイルを決した。次に、時間プロファイルを決したポンプレーザーを HCA-S-200M-IN によって検出し、測定された波形から HCA-S-200M-IN の帯域を決した。図 41 は HCA-S-200M-IN で検出された信号とそこから得られた応答関数である。ここから検出器の帯域は 0.1[GHz] であると決定された。応答関数は Stokes-off 実験と同じく $g(t) = b^2 t \exp(-bt)$ を用いている。また、この結果からオシロスコープを含む検出系の帯域は

$$\nu_{Det} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{1[\text{GHz}]}\right)^2 + \left(\frac{1}{0.1[\text{GHz}]}\right)^2}} = 0.1[\text{GHz}] \quad (96)$$

であることが分かった。

■ポンプレーザー検出器 ポンプレーザーモニターにはシリコンフォトダイオード検出器 818-BB-21 を使用しており、その帯域は 1.2[GHz] である。

■吸収測定用レーザー検出器 標的コラム密度を決定するためのレーザー吸収測定には DET36A というシリコンフォトダイオード検出器を使用した。吸収測定では数十秒程度の非常にゆっくりした変化の信号を検出するため、デジタルペンレコーダーに接続し電圧を測定している。デジタルペンレコーダーの入力インピーダンスは 1[M Ω] であることから、検出感度は $0.5 \times 10^6[\text{V/W}]$ である。これは飽和強度以下のレーザー強度でも十分に検出可能な感度である。

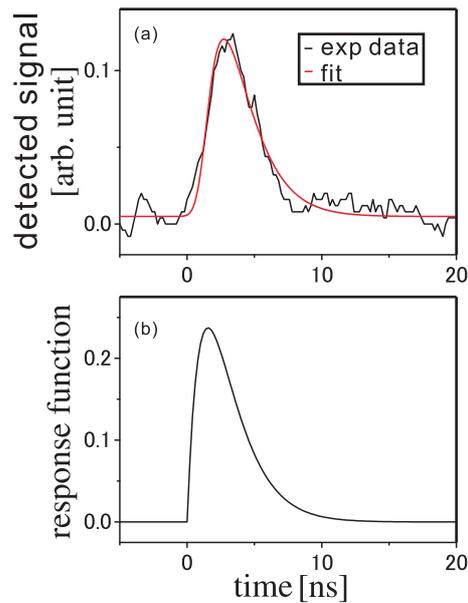


図 41 (a) インジウムガリウムヒ素フォトダイオード検出器 HCA-S-200M-IN によって測定された OPO レーザー時間波形 (黒線) と波形をフィットした結果 (赤線)、(b) そこから得られた検出系の応答関数である。レーザー波形は高速検出器である 818-BB-21 を用いてポンプレーザーの時間プロファイルを決定して、決定した波形を用いて HCA-S-200M-IN とオシロスコープから構成される検出系の応答関数を決定した。

■オシロスコープ オシロスコープ DPO7104 (Tektronix) を使用して検出器の出力を測定している。このオシロスコープの帯域は 1[GHz] であるが、バリウム実験での超放射のパルス幅の典型的な値はサブナノ秒程度である。このため、超放射強度の解析を行うためには、検出器及びオシロスコープの応答を扱う必要がある。

3.2.4 その他の実験装置

■光学素子

ロングパスフィルター 超放射とポンプレーザーを分離して検出するための波長選択フィルターとしてロングパスフィルターを用いた。ロングパスフィルターはカットオフ波長以上の波長の光のみ透過し、それ以外の光は透過しない。カットオフ波長が 1250[nm] 及び 1350[nm] のフィルター 2 枚を超放射検出器前に設置した。目的の波長以外の光の透過率は 1 枚当たり 10^{-4} であり、十分にポンプレーザーと超放射の分離が可能である。^{*19}

ND (Neutral Density) フィルター 超放射観測実験では放射パワーの密度依存性を調べる際に、密度を 8 倍変化させている。このとき、超放射のピークパワーは 64 倍大きくなると予想されており、そのまま検出した場合には高パワー側で検出器の飽和が起こる。これを防ぐた

^{*19} 超放射の角分布を取る際に、超放射の角度成分ごとに波長選択フィルターへの入射角が異なる。波長選択フィルターとして狭帯域バンドパスフィルターを用いた場合、入射角によって透過率に変化が生じる。このような入射角による透過率の変化はロングパスフィルターでは起こらないということから、ロングパスフィルターを使用した。

めに ND (Neutral Density) フィルターを用いて超放射パワーを調整した。また、超放射誘起に用いるストークスレーザーのパワーを調整するのにも用いた。

ダイクロイックミラー ダイクロイックミラーは波長によって光の透過率が異なるミラーで、異なる波長の光の分離や合流に用いられる。ポンプレーザー及びストークスレーザーを合流する場合や、超放射とポンプレーザーの分離に用いた。

超放射パワーへの換算係数 超放射のピークパワー、パルスエネルギーを決定するために、測定した検出器の信号から超放射パワーへの換算係数を求める。まず、ヒートパイプ中心から超放射検出器に到達するまでに超放射が透過 (反射) する光学素子の透過率 (反射率) を測定し、補正を行った。透過率 (反射率) は光学素子透過 (反射) 後のストークスレーザーパワーを測定することで決定した。表 4 は光学素子の透過率 (反射率) のリストである。記号 (I) から (IV) は図 23 に現れる記号と対応している。これに加えて検出器前に反射型 ND フィルターを置き、検出器に入る超放射強度を調整しているため、これについても補正を行った。表 5 は各ヒートパイプ温度での測定で使用した ND フィルターとその透過率の表である。さ

表 4 超放射が検出器に到達するまでに透過 (反射) する光学素子の透過率 (反射率) の表である。

実験装置図中の記号	名称	透過率 (t) もしくは反射率 (r)
(I)	ロングパスフィルター	0.49 (t)
(II)	ダイクロイックミラー	0.99 (t)
(III)	ダイクロイックミラー	0.99 (r)
(IV)	ヒートパイプ窓	0.78 (t)

表 5 超放射の測定を行った温度と、超放射パワーの調整に使用した ND フィルターの種類と透過率である。

温度 [°C]	フィルター	透過率
600	なし	1
610	ND10A	0.090
620	ND10A	0.090
630	ND10A	0.090
640	ND10A	0.090
650	ND20A	0.020
660	ND20A	0.020
670	ND20A	0.020
680	ND30A	0.0030

らに、超放射角分布の内の検出器に入る立体角の割合 (アクセプタンス) の補正を行った。検出器前にはレンズを置いており、ポンプレーザーと同方向に放出された超放射角分布の内の 0.8[%] が検出器に入るようになっている。アクセプタンスの決定には、測定した超放射角分布 (4 章参照)、検出器受光面の大きさ ($\phi 1[\text{mm}]$)、レンズの焦点 ($f = 100[\text{mm}]$) 距離及びその位置 (検出器から 55[mm]) を用いた。ストークスレーザーを照射していない場合、超

放射はポンプレーザー入射方向（前方）と逆方向（後方）に対称に放出されるが、Stokes-off データ測定時には前方超放射のみ検出しており、超放射で放出される全光子数は前方超放射の2倍となる。以上からアクセプタンスは0.4[%]と決定された。超放射観測実験で用いた超放射検出器の感度は47[V/W]であることから、ND フィルターを除いた検出信号電圧と超放射パワーの換算係数は14[W/V]と決定された。

ストークスレーザーパワーの調整 Stokes-on 実験では、元のストークスレーザー強度を最大強度からその 10^{-5} 倍程度まで変化させて超放射測定を行った。このとき、レーザー強度は吸収型ND フィルターを用いて調整した。ND フィルターを透過してきたストークスレーザーのパワーを較正するために、ND フィルターの透過率を決定しなければならない。透過率はストークスレーザーの透過パワーを検出器で測定することで決定した。表6が使用したND フィルターとその透過率及びND フィルター透過後のストークスレーザー強度である。

表6 ストークスレーザーパワーの調整に使用したND フィルターの透過率及びND フィルター透過後のストークスレーザー強度である。

ND フィルター	透過率	ストークスレーザー強度 [W/m ²]
なし	1	7.1×10^2
ND10	2.3×10^{-1}	1.6×10^2
ND20	1.2×10^{-1}	8.4×10^1
ND30	4.3×10^{-2}	3×10^1
ND40	1.9×10^{-2}	1.3×10^1
ND50	1.8×10^{-2}	1.3×10^1
ND50+ND10	3.9×10^{-3}	2.8
ND50+ND20	2.1×10^{-3}	1.5
ND50+ND30	7.6×10^{-4}	5.4×10^{-1}
ND50+ND40	5.6×10^{-5}	4×10^{-2}
ND50+ND40+ND10	1.3×10^{-5}	9.4×10^{-3}
ND50+ND40+ND20	6.9×10^{-6}	4.9×10^{-3}
ビームダンプ	0	0

■波長計 ポンプレーザー及びストークスレーザーの波長をそれぞれ $6s^2 \ ^1S_0 - 6s6p \ ^1P_1$ 及び $6s6p \ ^1P_1 - 6s5d \ ^1D_2$ 準位間の1光子遷移に共鳴するように調整するために波長計を使用した。波長計はポンプレーザーに対してWS6-600 (High Finesse)、ストークスレーザーに対して621B-NIR (Bristol)を使用した。WS6-600は300から1100[nm]の波長範囲で測定可能であり、使用しているレーザーの線幅やドップラー拡がりから要求される精度である1[GHz]に対して周波数精度は0.6[GHz]となっている。^{*20}621B-NIRは520から1700[nm]の範囲で測定が可能で、波長精度は1500[nm]では0.15[GHz]であり、 $6s6p \ ^1P_1 - 6s5d \ ^1D_2$ 間の遷移のドップラー拡がりである0.1[GHz]と同程度の精度となっている。ストークスレーザーは

*20 加えて、ポンプレーザーは強度が強いことからパワーブローデニングが起こっているため、波長計の精度は十分なものである。

波長計の精度程度離調している可能性がある。付録 B において、シミュレーションによってストークスレーザーの離調が遅延時間、ピークパワー、パルスエネルギーに与える影響を調べている。

■ファブリ・ペロー共振器 吸収スペクトルの測定による標的コラム密度の決定に必要な、レーザーの相対周波数掃引量をファブリペロー検出器を用いて決定した。ファブリペロー共振器は 2 枚の向かい合わせたミラーにレーザーを入射する構造になっている。線幅の狭いレーザーを入射した場合、この 2 枚のミラー間隔が波長 λ の半整数倍に等しくなったときのみ共鳴が起こり、レーザーは 2 枚のミラーを通過し反対側から出射される。ファブリペロー共振器に入射しているレーザーの周波数を掃引した場合、透過スペクトルは図 42 のように特定の周波数で鋭いピークを持つ。ECDL の場合は、周波数の掃引をピエゾ素子にかかる電圧の掃引によって行った。隣り合うピークの周波数間隔 (FSR) は共振器長 L_r を用いて $c/(2L_r)$ と書ける。共振器長は分かっているので、ピークが観測された時間からレーザー周波数掃引量 (この場合時間にほぼ比例) が決定できる。吸収測定用レーザー周波数の決定には SA200-6A (thorlabs) を用えており、FSR は 1.5[GHz]、フィネスは 200 程度となっている。図 42a は測定したファブリペロー共振器の透過スペクトルであり、図 42b はそこから決定した掃引量とレーザー周波数の関係を表す。

逆に、レーザー周波数を固定してファブリペロー共振器の共振器長を変化させた場合、レーザーの周波数スペクトルが測定できる。これを利用して、ストークスレーザーがシングルモードで動作しているかモニターした。マルチモードで発振していた場合には、1FSR の間に複数のピークが観測される。

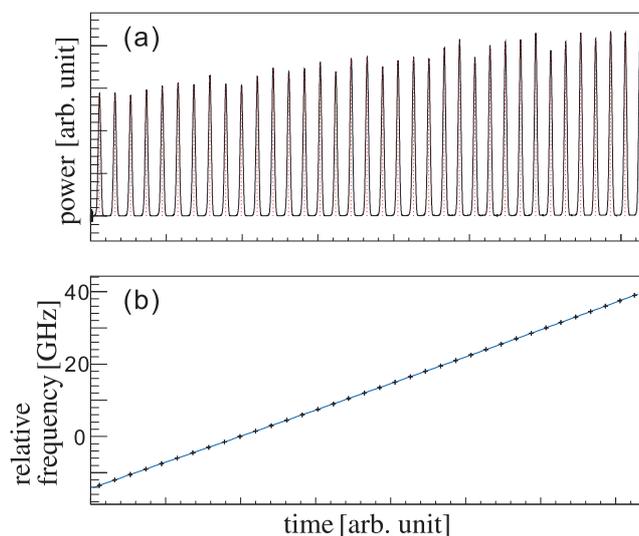


図 42 (a) ファブリペロー共振器の透過光スペクトルである。スペクトルに等間隔に鋭いピークが立っているが、この間隔は共振器長 L_r によって決まっており、 $c/(2L_r)$ と書ける。このことからピークの観測される時間が分かれば、(b) レーザー周波数掃引のレートを決定できる。

■デジタルペンレコーダー 比較的遅い信号については、デジタルペンレコーダー WR300 を使用して測定を行っている。ヒートパイプの内部温度を 6 点、ヒートパイプ内の圧力、吸収測定用レーザーのヒートパイプ透過強度、吸収測定用レーザーのファブリペロー共振器透過スペクトルをモニターしている。温度の精度としては 200 から 800[°C] では ± 6.5 [°C]、800[°C] 以上では $\pm(4.5 + \text{指示値の } 0.2\%)$ [°C] となっている。電圧測定の精度はフルスケールの 0.2[%] である。

■CCD カメラ ポンプレーザーのヒートパイプ内でのビームプロファイル測定に使用した。ヒートパイプ内に CCD カメラを入れることはできないため、ヒートパイプ前でレーザーを分岐してヒートパイプ中心と光路長が一致する位置で測定した。1 画素のサイズは 4.4×4.4 [μm]、画素数は 1616×1216 であり、十分ビームプロファイルの測定が可能である。

■自動ステージ 超放射角分布の測定では検出器を 2 次元の自動ステージに乗せて測定した。このステージはステッピングモーターを用いており、1 ステップは 1 [μm] である。位置決め精度は 3 [μm]、バックラッシュは 3 [μm] であり、角分布測定には十分な精度を持っている。

3.3 実験の手順と測定量

まず、全体の測定手順について述べる。図 43 は測定手順のフローチャートである。フローチャートの (1) から (4) のような超放射測定前の準備を行い、その後 (5) から (7) のような手順で超放射の測定を行った。

まず、超放射測定前の準備について簡単に説明しておく。ポンプレーザー及びストークスレーザーのウォームアップを行い、その後にレーザー波長の調整を行った。2 枚のアイリスの中央を通るように 2 つのレーザーの光軸が重なるように調整してから、ヒートパイプ位置でのポンプレーザーのビーム形状をビームプロファイラーで測定し、ヒートパイプ前でパワーメーターを用いてポンプレーザーのパルスエネルギー及びストークスレーザーパワーの測定を行った。また、超放射観測時のポンプレーザー照射時刻を決定するため、超放射検出器にポンプレーザーを照射して、事前に照射時間を校正した（詳細は後述する）。最後に、ヒートパイプを熱することで気体バリウムの生成を行った。これに続いて、超放射実験を行う直前に、生成された標的密度をヒートパイプ内の温度分布及びレーザー吸収によって測定した。このとき、生成される標的原子密度が一定になるように、温度と吸収曲線が一定になるまで約 20 分間待ってから、密度測定した。その後、ポンプレーザーを（超放射を誘起する場合にはストークスレーザーも）照射し、放出された超放射を検出した。超放射測定後にヒーター温度の設定変更を行い、後は (5) から (7) の測定を各温度で繰り返した。

以下では個々の実験の詳細な測定・解析方法を述べる。

■Stokes-off データの測定 ここでは、準安定状態の生成及び超放射の特性を調べる実験 (Stokes-off 実験) の詳細を述べる。

この実験の目的の 1 つは、超放射を用いて PSR の標的である準安定状態を短時間で効率的

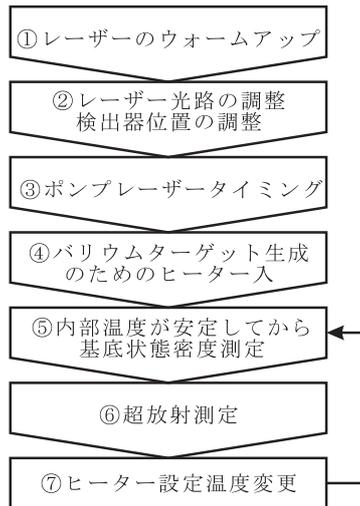


図 43 実験手順のフローチャートである。まず、(1) から (4) のように超放射測定前の準備を行い、(5) から (7) のように超放射の測定を行った。まず、レーザーウォームアップに続いて、ポンプレーザー及びストークスレーザーの波長や光路などの調整を行い、レーザー径やレーザーパワーなどを測定した。これに続いて、ヒートパイプを熱することで気体バリウムを生成し、ポンプレーザーとストークスレーザーを照射して放出された超放射を検出した。その後、設定温度を変えて (5) に戻り、測定を繰り返した。

に生成することである。超放射パワーの時間変化を測定し、後に定義するピークパワー、パルスエネルギー、遅延時間を決定し、これらを用いて励起効率及び励起時間を評価した。ここで、励起効率の決定には、ポンプレーザービームプロファイルから決定した標的径、レーザー吸収で決定した標的密度を用いた (4 章参照)。

また、PSR 観測のためには、ここで生成された標的が大きなコヒーランスを持たなければならない。コヒーラントに励起できたかを確かめる一つの指標は超放射が起こったかどうかであり、超放射が起こった場合にはピークパワーが密度の 2 乗に比例し、遅延時間が密度に反比例する。また、超放射の起こる閾値密度以上の密度になり、超放射が起こり始めた場合、励起効率が急激に大きくなると考えられる (2 章参照)。以上の特徴が検出した放射にみられるか調べた。

この実験のもう 1 つの目的は、超放射の数値シミュレーションを行い、測定された超放射と比較することで超放射の詳細を究明し、PSR の理解につなげることである。測定した超放射のピークパワー、パルスエネルギー、遅延時間の標的密度依存性を再現できる超放射モデルを構築を目指し、シミュレーションを行った。

ピークパワー、パルスエネルギー、遅延時間は図 44 のように定義した。即ち、ピークパワー及びパルスエネルギーはそれぞれ超放射の最大パワー及び全放出光子のエネルギーである。遅延時間については本来、励起が起こった時間と超放射パワーが最大となる時間の差であるが、ポンプレーザーの時間幅が超放射時間幅に比べて小さくないため、励起の起こった時間を定義することが難しい。このため、便宜的に超放射の遅延時間を、ポンプレーザーパワーが最大となる時間 (ポンプレーザーピーク時間) と超放射パワー最大となる時間 (超放

射ピーク時間) の差で定義した。^{*21}

ピークパワー及びパルスエネルギーは、測定した検出器出力から放射パワーへの換算係数を用いて決定した(前節参照)。また、遅延時間の決定は以下のように行った。まず、図 45 のように、ヒートパイプ中にバリウム気体を発生させずにポンプレーザーを入射し、透過してきたレーザーを超放射検出器である図 23-C によって検出し、ポンプレーザー時間プロファイルを測定する。その後、バリウム気体を生成してポンプレーザーを照射し、放出された超放射のみをフィルターによって選別し、ポンプレーザーを検出したものと同じ検出器(図 23-C)によって検出する。両者のピーク時間の差を取り、遅延時間を決定した。こうすることで、検出器ごとの応答の違いや検出器までの光路長の違い、オシロスコープと検出器をつなぐケーブル長の違いなどの問題がなくなる。また、ポンプレーザーピーク時間の時間経過によるドリフトは実験を行った時間では非常に小さく 0.1[ns] 程度であることが分かっており、測定に影響しない。

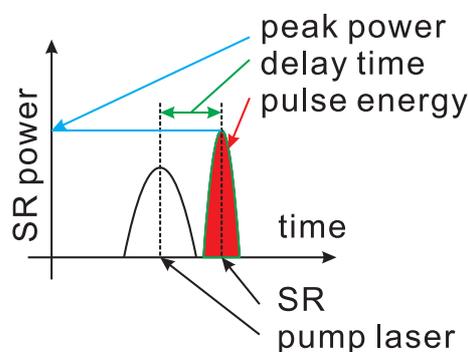


図 44 超放射解析方法の概略図である。遅延時間はポンプレーザー最大パワーでの時間と超放射最大パワーでの時間の差と定義した。超放射ピークパワーは放射パワーの最大値、パルスエネルギーは超放射で放出された全光子のエネルギーである。

次に、Stokes-off データの測定手順を述べる。ヒートパイプ内温度を 600 から 680[°C] の間で 10[°C] 刻みで変化させることでバリウム密度を変化させ、各温度で前方(ポンプレーザーと同方向)に放出された超放射パワーの時間変化を各温度で 10 パルスずつ測定し、超放射の遅延時間、ピークパワー、パルスエネルギーを決定した。^{*22}

■Stokes-on データの測定 ここでは、ストークスレーザー照射した超放射観測結果の詳細を述べる。この実験では、超放射と同じ波長のストークスレーザーを照射することで超放射を成長促進させ、遅延時間の短縮、角分布尖鋭化を測定する。また、理論計算と実験結果を比較することで、超放射成長促進機構の詳細を究明し、トリガーレーザーによる PSR 成長促進の理解につなげる。

^{*21} ポンプレーザー強度が非常に大きいため、励起はポンプレーザーピーク時間よりも早く起こっている。このように、励起時間を決定するにはポンプレーザー時間プロファイルからシミュレーションを用いて計算しなければならないことが分かる。

^{*22} ここでは後方(ポンプレーザーと逆方向)に出た超放射は検出していない。

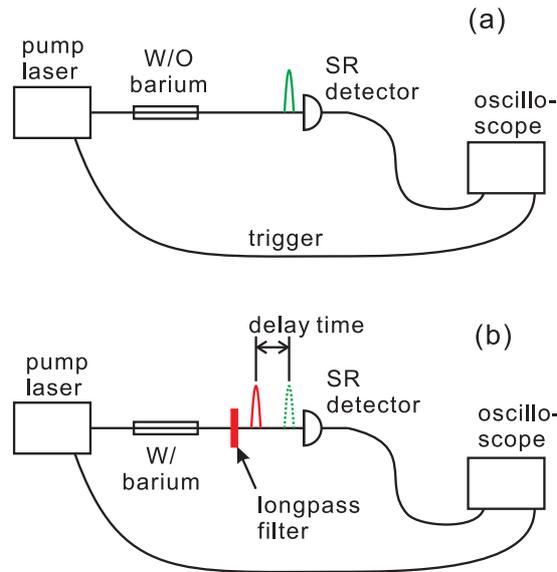


図 45 遅延時間計算方法の概略図である。(a) まずバリウムがない状態でポンプレーザーを超放射検出器に入射し、ポンプレーザーを照射した時間を測定する。(b) その後、超放射の観測を行い、ポンプレーザーとの時間差を測定する。

初めに、超放射角分布の測定について述べる。超放射の角分布は 2 章で議論したように標的の形状（標的の長さ L 及び径 d ）及び超放射の波長 λ によって決まる。フレネル数が 1 より大きい場合の超放射角分布は、ストークスレーザーを照射しない場合には幾何角 $\theta_G = d/L$ 、照射した場合には回折角 $\theta_d = \lambda/d$ となる。つまり、ストークスレーザー照射によって角分布が尖鋭化される。ターゲット形状は温度分布の測定から $L = 65[\text{mm}]$ 、レーザープロファイルから $d = 2[\text{mm}]$ と決定している（次章参照）。このことから、ストークスレーザーを照射する場合としない場合でそれぞれ超放射の角分布は

$$\theta_G = 27[\text{mrad}], \quad \theta_d = 1.0[\text{mrad}] \quad (97)$$

程度となる。ストークスレーザーを照射する場合としない場合で角分布を測定し、それぞれ幾何角及び回折角に一致するか確かめた。

角分布の測定手順は以下のようなものである。受光面が $\phi 0.3[\text{mm}]$ のインジウムガリウムヒ素フォトダイオード HCA-S-200-IN をステージ上に乗せて図 46 のように位置をスイープし、 11×11 点について測定を行った。各点で 20 回平均を取って超放射パワーの時間変化を測定し、そこからパルスエネルギーを決定し、角分布の解析に用いた。測定の順番は図 46 のように、水平方向にスイープした後垂直方向に移動し、その後水平のスイープを逆方向に行い、垂直に移動することを繰り返した。検出器は、ストークスレーザーを照射した場合には $0.5[\text{mm}]$ 刻み、照射しない場合には $4[\text{mm}]$ 刻みで動かした。バリウム標的と検出器間の距離は $800[\text{mm}]$ である。

次に、ストークスレーザー照射によって起こる遅延時間短縮の測定について述べる。ストークスレーザーが非常に弱い場合には、超放射初期におけるコヒーランスの成長は自然放

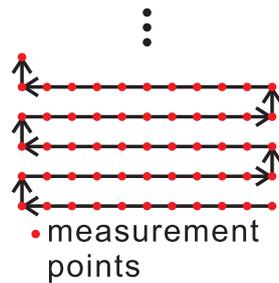


図 46 超放射角分布測定の手順である。ストークスレーザーを入射した場合には 0.5[mm] 刻みで、入射していない場合には 4[mm] 刻みで検出器を動かす、角分布を測定した。測定の順番は検出器を水平方向にスキャンした後に垂直方向動かすことを繰り返す、11×11 点に対して測定を行った。各測定点で 20 回の積算を行い、ここからパルスエネルギーを決定した。

出によって行われる。レーザー強度を大きくしてストークスレーザーによるコヒーランスの成長が自然放出によるものを上回った場合、遅延時間の短縮が起こる。(2章参照) この実験では、遅延時間短縮のストークスレーザー強度依存性を調べ、超放射成長促進の起こる閾値強度を決定する。また、シミュレーション結果と実験結果の比較を行い、超放射成長促進機構の詳細を究明した。

遅延時間短縮の測定は以下のように行った。超放射の成長促進はストークスレーザーと同方向に出る前方超放射では起こるが、逆方向に出る後方超放射では起こらない。そこで、ヒートパイプから前後方に放出された超放射を同時に検出し、両者の遅延時間の違いから超放射の成長促進が起こったことを確かめた。検出器は前後方に対して同じものを使用し、ヒートパイプ中心位置からの光路長をそろえ、オシロスコープと検出器をつなぐケーブル長も一致させた。それぞれのストークスレーザー強度に対して 100 回超放射を測定し、それぞれについて遅延時間を決定した。測定を行った標的温度は 600[°C] 及び 620[°C] の 2 点で、比較的遅延時間が長く、遅延時間の短縮を測定しやすい密度を選んでいる。

4 超放射観測実験の結果及び考察

ここでは、超放射の観測及び対超放射（PSR）の標的である準安定状態の生成、ストークスレーザによる超放射成長促進の実験結果、及び上記の実験結果とシミュレーション結果の比較について議論する。

本章の構成は以下のようになっている。まず超放射の解析に必要な標的密度及び形状の測定結果について議論する。続いて、観測した超放射パルス及びその密度依存性を示し、2準位模型を用いたシミュレーション結果との比較を行う。また、ストークスレーザを照射することで超放射を成長促進して角度分布尖鋭化及び遅延時間短縮の観測した結果について議論する。角分布についてはストークスレーザを照射した場合しない場合の両方について、理論で予想される放射角を持つか実験結果と比較する。遅延時間短縮についてはストークスレーザ強度依存性を調べ、超放射成長促進の起こるストークスレーザ強度（閾値強度）を調べ、2準位模型を用いたシミュレーション結果との比較を行う。さらに以上の結果に対して3準位模型を用いたシミュレーションを行った結果について議論する。

4.1 標的密度及び形状の決定

ここでは、超放射解析及びシミュレーションに使用する標的密度及び形状の測定結果を示す。

4.1.1 標的密度分布の測定

ヒートパイプ内の標的密度分布は、まずヒートパイプ内の温度分布を測定し、その測定結果から飽和蒸気圧を用いて決定した。そして、ここで決定した標的密度分布は、超放射の解析及びシミュレーションに使用した。

図 47 はヒートパイプ内部の温度分布を測定した結果である。各点は測定結果、実線は実験結果をフィットした関数である。青、赤、黒色はヒートパイプ内の最高温度 T_{max} がそれぞれ 710, 675, 650[°C] に対する温度分布を示している。フィットに使用した曲線は2次関数であるが、これはヒートパイプを1次元の物体と考え、ヒーターから一様に輻射熱を受け取ると考えると熱伝導方程式から導くことができる。図 48 は飽和蒸気圧曲線を用いて、温度分布測定結果から標的密度を計算した結果（色点）及び温度分布のフィット関数から標的密度を計算した結果（色線）を示している。この曲線をもって $n(z)$ とする。以上の結果を用いて、3章で定義した標的長 $\langle L \rangle$ と平均密度 $\langle n_g \rangle$ を評価する。 $\langle L \rangle$, $\langle n_g \rangle$ の定義はそれぞれ

$$\langle L \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} n(z) dz}{n_g^{max}}, \quad \langle n_g \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} n(z)^2 dz}{\int_{-\infty}^{\infty} n(z) dz} \quad (98)$$

である。ここで、 n_g^{max} は $n(z)$ の最大値を示す。計算の結果、標的長については $\langle L \rangle = 6.5[\text{cm}]$

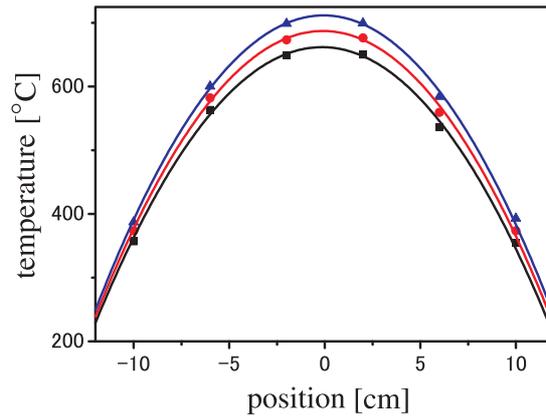


図 47 ヒートパイプ内部に挿入した 6 本の熱電対による、ヒートパイプ軸方向の内壁温度分布の測定結果及び測定結果をフィットした関数をプロットした。点は測定結果、実線は測定結果のフィットである。青、赤、黒はそれぞれ T_{max} が 710, 690, 660[°C] に対する結果である。熱電対の測定位置はそれぞれ $z = -10, -6, -2, 2, 6, 10$ [cm] である。測定した温度分布からバリウムの飽和蒸気圧を用いて標的密度分布を求めることができる。

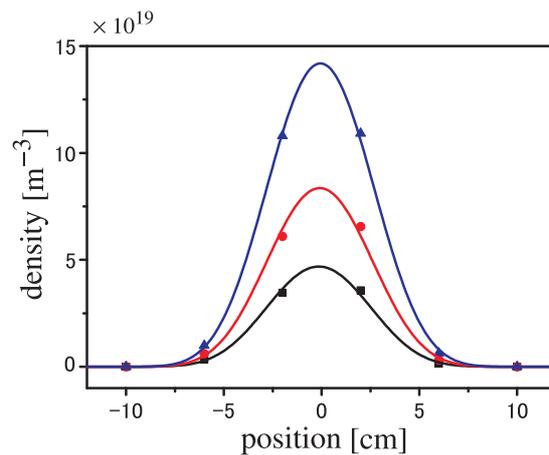


図 48 飽和蒸気圧から計算したヒートパイプ軸方向の標的密度分布である。点は測定した温度を用いて計算した標的密度、線は温度のフィット関数を用いて計算した密度分布である。青、赤、黒はそれぞれ T_{max} が 710, 690, 660[°C] に対する結果である。この結果から標的長 $\langle L \rangle = 6.5$ [cm] であることが分かる。また、温度を変化させた場合も標的長はほぼ変化していない。

で、 T_{max} に関係なくほぼ一定の値であることが分かった。^{*23}3.2 節で議論したように、シミュレーションでは標的密度は一様であるとしており、その密度に平均密度 $\langle n_g \rangle$ を用いている。測定した $n(z)$ から平均密度 $\langle n_g \rangle$ は $\langle n_g \rangle \sim 0.72n_g^{max}$ を満たすことが分かった。

図 49 は標的コラム密度 $\int_{-\infty}^{\infty} n(z)dz$ (及び最高標的密度 n_g^{max}) を T_{max} の関数としてプロットしたものである。赤丸が飽和蒸気圧から決定された標的コラム密度である。

^{*23} CARS によるコヒーランスの測定実験では PSR 観測に向けた改良によって、標的長が大きくなった。実際の値については付録 E を参照されたい。

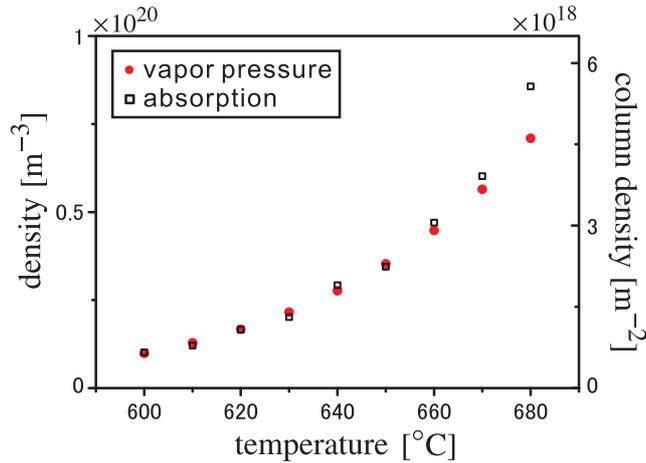


図 49 赤丸が温度分布から決定した表液密度であり、黒四角はレーザー吸収測定から決定した標的密度である。右縦軸が各温度でのコラム密度 $\int_{-\infty}^{\infty} n(z)dz$ 、左縦軸が最大密度 n_g^{max} である。レーザー吸収ではコラム密度のみ測定可能なため、実験で得られた標的コラム密度と温度分布測定によって決定した標的長 $\langle L \rangle$ の比を取ることで決定した。

4.1.2 レーザー吸収による測定

ここでは、レーザー吸収による標的コラム密度測定の結果について議論する。図 50 にそれぞれ $T_{max} = 600, 680[^\circ\text{C}]$ におけるレーザー吸収スペクトル及びそれをフィットした結果を示す。バリウム密度が大きくなるにつれてそれぞれのディップの幅が広くなり、スペクトルの形状が大きく変化している。また、複数のピークが見られるのは、バリウム原子の同位体シフトに起因する。[50,51] 非常によくフィットできていることから、コラム密度測定に成功したと言える。

続いて、温度分布測定によるコラム密度測定結果とレーザー吸収による測定結果を比較することで、密度の評価が正しく行えていることを確かめた。図 49 の黒四角はレーザー吸収によって決定したコラム密度である。レーザー吸収を用いた場合には密度分布は決定できないため、最大標的密度はコラム密度 $\int_{-\infty}^{\infty} n(z)dz$ と温度分布測定によって決定した標的長 $\langle L \rangle$ の比を取ることで決定した。レーザー吸収を用いた実験結果と温度分布を用いた実験結果は $680[^\circ\text{C}]$ を除いてよく一致している。高密度側でずれた原因は圧力拡がりによってスペクトル幅が広がったため、レーザー吸収スペクトルに影響して正しく測定できなかったためだと考えられる。[52] このため、本研究で行われる解析やシミュレーションには、温度分布から決定した密度分布を使用した。

4.1.3 標的径の決定

ここでは、超放射の解析及びシミュレーションに必要な標的領域の直径 d_e （以下では単に標的径と呼ぶ）を決定する。3章で議論したように標的領域の満たすべき条件は、ポンプレー

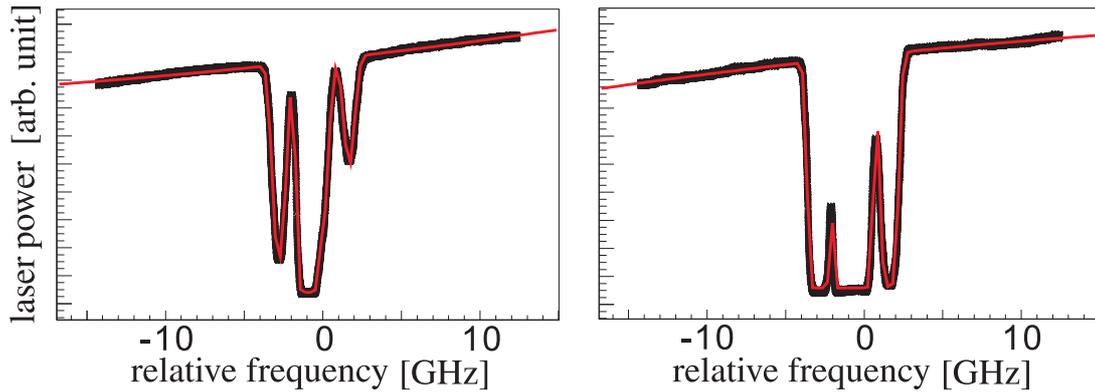


図 50 T_{max} が 600[°C] 及び 680[°C] で測定した吸収曲線である。黒がレーザーの透過パワーの測定結果をプロットしたものであり、赤線がレーザー吸収の理論から導かれる関数を用いてフィットした結果で、両者は良く一致している。複数の吸収ピークはバリウム原子準位の同位体シフト及び超微細構造に起因するものである。

レーザーの入射光子面密度が標的コラム密度より大きいことであり、

$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, t) dt}{\hbar\omega} > \int_{-\infty}^{\infty} n(z) dz \quad (99)$$

と書ける。ここで、 $I(x, y, t)$ ポンプレーザー強度であり、 $\hbar\omega$ はポンプレーザーの 1 光子当たりのエネルギーである。なお、ヒートパイプ軸を z 軸として、それに垂直な軸を x, y 軸としている。Stokes-off データ及び Stokes-on データ測定時に使用したポンプレーザーは異なるため、それぞれについて標的径を決定した。

■Stokes-off に対する結果 Stokes-off データ測定時に使用したポンプレーザーは色素レーザー（レーザー径 $\phi 0.1[\text{mm}]$ 程度、パルスエネルギー 10[mJ]）である。図 51 の黒線及び赤線はそれぞれ単位面積当たりの入射光子数及び標的コラム密度をレーザー中心からの距離の関数としてプロットしたものである。この結果は、 T_{max} が 610[°C] に対する結果である。両者が交わる位置の内側が標的領域であり、標的径は $d_e = 1.1[\text{mm}]$ であることが分かった。また、標的半径は標的コラム密度に依存することから、コラム密度の変化によって標的半径 d_e がどの程度変化するか調べた。図 52 は d_e をコラム密度 nL の関数としてプロットしたものである。密度が 8 倍程度変化した場合、 d_e の変化は 10[%] 程度であることが分かる。

■Stokes-on に対する結果 Stokes-on データ測定時に使用したポンプレーザーは OPO レーザー（レーザー径 $\phi 0.5[\text{mm}]$ 程度、パルスエネルギー 10[mJ]）である。図 53 の黒線及び赤線がそれぞれ単位面積当たりの入射光子数及び標的コラム密度を位置 z の関数としてプロットしたものである。この結果は、 T_{max} が 600[°C] に対する結果である。両者が交わる位置の内側が標的領域であり、 $d_e = 2.0[\text{mm}]$ であることが分かった。

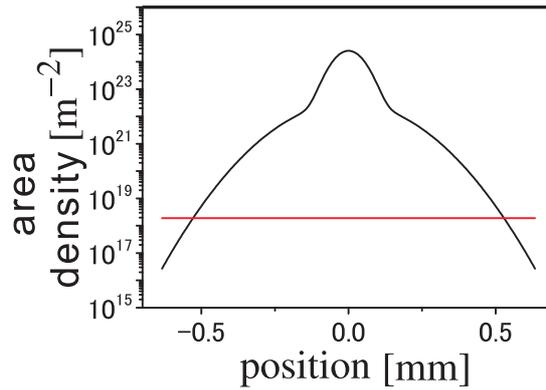


図 51 ヒートパイプ中心温度が 610[°C] における、バリウム原子のコラム密度（赤線）と、ポンプレーザー（色素レーザー）の入射光子面密度（黒線）を、レーザー中心からの距離の関数としてプロットしたものである。原子のコラム密度より光子面密度が大きいところが十分にバリウムを励起できる領域である。Stokes-off データ測定時の標的径は $d_e = 1.1[\text{mm}]$ であることが分かる。

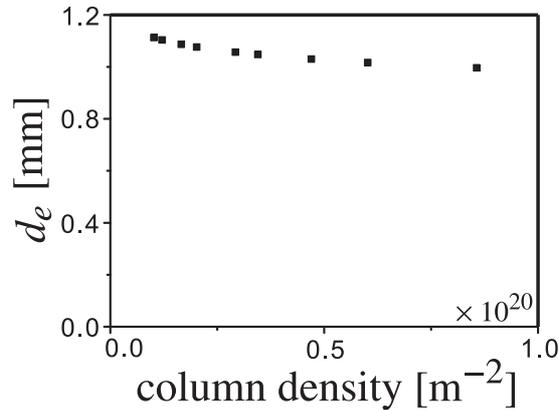


図 52 ポンプレーザーとして色素レーザーを用いた場合の標的半径を標的コラム密度の関数としてプロットしたものである。標的コラム密度が大きくなると、標的半径が 10[%] 程度小さくなっている。

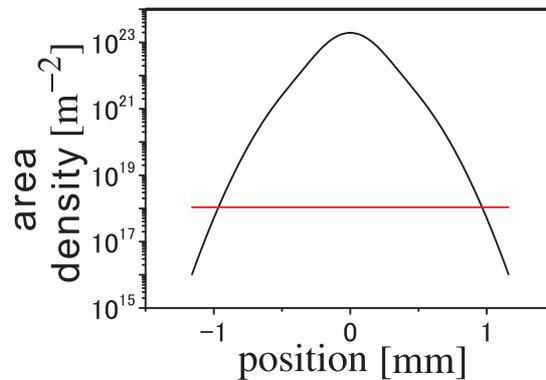


図 53 T_{max} が 600[°C] における、バリウム原子のコラム密度（赤線）と、ポンプレーザー（OPO レーザー）の入射光子面密度（黒線）を、レーザー中心からの距離の関数としてプロットしたものである。Stokes-on データ測定時の標的径は 2.0[mm] であることが分かる。

4.2 超放射の観測結果

4.2.1 Stokes-off データ

ここでは、ストークスレーザを照射していない場合に観測された超放射波形を示し、そこに超放射の特徴がみられるか検証する。また、これを2準位系の超放射模型を用いたシミュレーションと比較し、両者が一致するか確かめ、超放射機構の究明につなげる。図54はヒートパイプ内の最高温度が $T_{max} = 610, 640, 670[^\circ\text{C}]$ に対して観測された放射パワー（波長 $1500.3[\text{nm}]$ ）を時間の関数としてプロットしたものである。実線と破線はそれぞれ実験結果とシミュレーション結果である。図は左から T_{max} が $610, 640, 670[^\circ\text{C}]$ の結果に対応し、平均標的密度 $\langle n_e \rangle$ はそれぞれ $0.5, 1.0, 2.0 \times 10^{19}[\text{m}^{-3}]$ と見積もられている。ここで、 $\langle n_e \rangle$ は標的密度 $\langle n_g \rangle$ の内で、ポンプレーザによって $6s6p\ ^1P_1$ 準位に励起された原子の平均密度である。実験で使用しているポンプレーザは大強度であるため、 $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^1P_1$ 準位間の遷移で飽和が起こり、 $\langle n_e \rangle = \langle n_g \rangle / 2$ の関係を満たす。以下では断らない限り $\langle n_e \rangle$ のことを n_e と表記する。また、観測結果は平均を取らず、1回の超放射を測定して得られたものである。時間プロファイルを見ると自然放出のような指数関数的なものではなくパルス的な放射であり、自然放出の寿命である $4[\mu\text{s}]$ に比較して、数ナノ秒という非常に短時間で励起されていることが分かる。また、密度の増加に伴って超放射パルスのピークパワーは大きく、遅延時間及びパルス幅は短くなっており、超放射で予想される特徴と一致する。但し、実験結果ではリングングと思われる構造が観測されたが、シミュレーション結果では明確に見えておらず、細かい波形については実験を再現できていない。シミュレーション結果にはこのような欠点があるものの、ピークパワー、パルスエネルギーなど大まかな波形については実験結果を再現すると結論される。

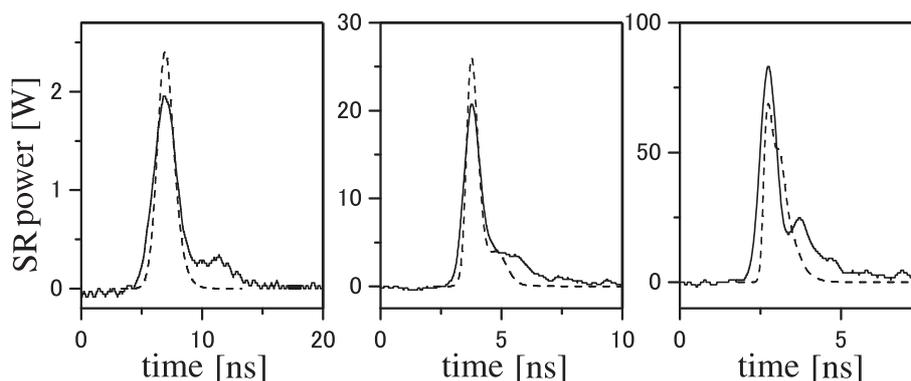


図54 T_{max} が (a) $610[^\circ\text{C}]$ 、(b) $640[^\circ\text{C}]$ 、(c) $670[^\circ\text{C}]$ における超放射パルス波形である。実線と破線はそれぞれ実験結果とシミュレーション結果である。両者とも密度が高くなるにつれて、ピークパワーが大きく、遅延時間及びパルス幅が短くなっており、超放射の特徴が表れている。但し、波形については実験ではリングングと思われる構造が見えているが、シミュレーション結果では明確に見えておらず、細かい波形については実験を再現できていない。

続いて、超放射のピークパワー、遅延時間、パルスエネルギーの標的密度 n_e に対する変化を詳しく見ることで、定量的な議論を行う。それぞれ図 55、図 56、図 57 は、ピークパワー、遅延時間、パルスエネルギーをそれぞれ n_e^2 , n_e^{-1} , n_e の関数としてプロットしたもので、黒丸が実験結果、赤四角がシミュレーション結果である。検出された放射が超放射であれば、どのグラフについても結果が直線になることが予想される。なお、エラーバーは超放射のショットごとの rmsf (root mean square fluctuation) であり、本章で示すグラフのエラーバーは断りがない限り rmsf を表す。^{*24}

まず、ピーク強度について議論する。図 55 に示したように、ピークパワーについては実験結果とシミュレーション結果は良く一致している。拡大図を見ると分かるように低密度側ではきれいに直線になっており、ピークパワーが密度の 2 乗に比例するという超放射の特徴がみられる。高密度側で直線にならない理由は、検出系の応答速度が遅いことに起因する。検出系はオシロスコープ及びフォトダイオード検出器（それぞれの立ち上がり時間は 0.3 及び 0.2[ns]）によって構成されており、シミュレーションでは検出系の応答関数で畳み込んだ結果を示している。シミュレーションにおいて検出系の応答を除いた理想的な場合には、高密度 ($n_e > 2.0 \times 10^{19}[\text{m}^{-3}]$) でもピークパワーが密度の 2 乗に比例することが確かめられている。

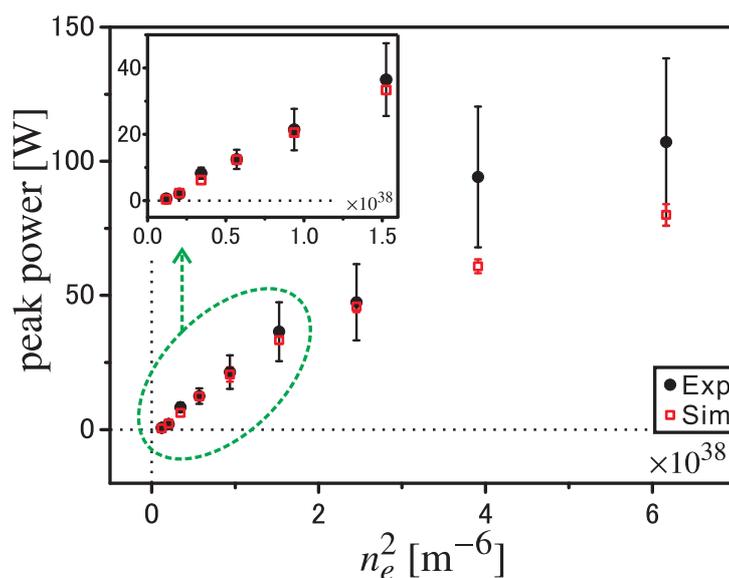


図 55 超放射ピークパワーを n_e^2 の関数としてプロットしたものである。黒丸が実験結果、赤四角が 2 準位系を用いたシミュレーション結果である。両者は低密度側では非常によく一致していることが分かる。また、左上の拡大図を見ると分かるように、ピークパワーが密度の 2 乗に比例するという超放射の特徴がみられる。高密度側では、密度の 2 乗に比例していないが、これは検出系の応答速度が遅いため、ピークパワーがなまってしまいうことに起因している。

次に、遅延時間について議論する。図 56 を見ると分かるように、実験結果はきれいに直線

^{*24} このような結果の揺らぎの原因は現在のところ分かっていない。ポンプレーザーパワーとの相関はほとんどなく、シミュレーションの結果から量子揺らぎ分極源に起因する量子揺らぎも小さいことが分かっている。

に乗っており、遅延時間が密度に反比例するという超放射の特徴がよく表れている。^{*25}シミュレーションについても非常によく直線に乗っているが、その傾きは実験と若干違う。点線で示されているのは、式 38 を用いて計算した理論直線である。理論の直線に比べて、シミュレーションでは直線の傾きが改善していることが分かる。なお、理論及びシミュレーションの直線は 2 準位模型を使用していることから、励起時間の不定性があり、 T_D の絶対値には意味がない。そのため、直線の傾きのみを議論することにし、傾きを比較しやすいように理論及びシミュレーションの遅延時間に 2[ns] 程度のオフセット時間を加えている。このオフセット時間は後に議論する 3 準位系のシミュレーションによって概ね理解できる。

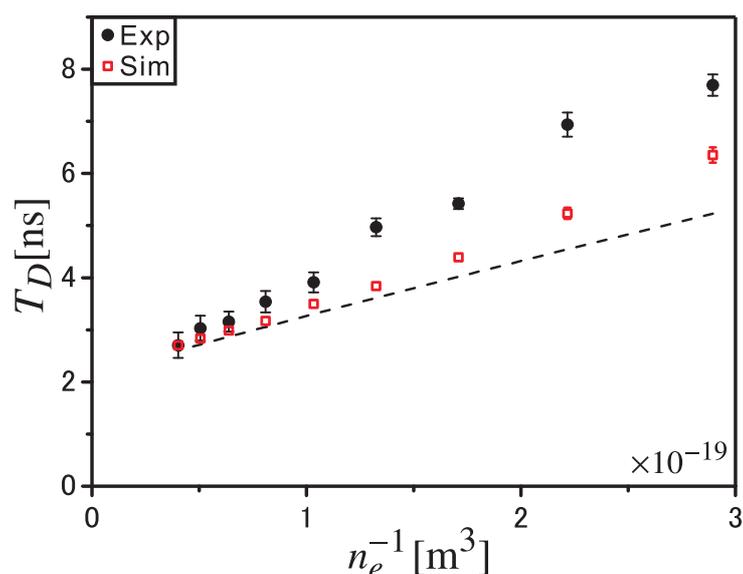


図 56 超放射遅延時間を n_e^{-1} の関数としてプロットしたものである。黒丸が実験結果であり、赤四角が 2 準位系を用いたシミュレーション結果、点線は式 38 を用いて計算した理論直線である。実験結果及びシミュレーションのどちらも超放射で予想されるように直線になっており、傾きも概ね一致している。傾きを比較しやすいように理論及びシミュレーションの遅延時間に 2[ns] 程度のオフセット時間を加えている。

最後に、パルスエネルギーについて議論する。図 57 は測定した超放射パルスエネルギーを n_e の関数としてプロットしたものである。図中黒丸は実験データ、赤四角はシミュレーション結果を表す。また、破線は $6s6p \ ^1P_1$ 準位に遷移した原子すべてが超放射として $6s5d \ ^1D_2$ に遷移した場合の超放射パルスエネルギーを示したもので、この直線に一致した場合には $6s6p \ ^1P_1 - 6s5d \ ^1D_2$ 準位間の転換効率が 100[%] であることを示す。低密度側ではデコヒーランスの影響で超放射が起こっておらず、実験結果から決定される転換効率は非常に小さいが、密度がある閾値（閾値密度）を超えると超放射が起こり始め、高密度側では転換効率は非常に大きく 100[%] に近く、シミュレーションでも 60[%] 以上となっている。拡大図を見る

^{*25} 本実験においては、ポンプレーザーが無視し得ないパルス幅を持つ。このため、励起時間、即ち原子励起が完了した時間についてはポンプレーザー幅程度の不定性を持つ。従って、図中に現れるオフセット時間 ($n_e \rightarrow \infty$ での遅延時間) は無視して議論する。

と超放射の起こり始める閾値密度は実験結果とシミュレーションの両方で一致しており、シミュレーションはこの領域における超放射のふるまいを再現する。

高密度側では、実際の実験データの方がシミュレーションよりやや大きな転換効率を示す。この原因は必ずしも明らかではないが、以下のようなものだと考えられる。実験で使用したポンプレーザーは強度が非常に強いため、レーザービームプロファイルの裾の部分まで標的が励起され、レーザー径よりも大きな標的径を持つ。しかしながら、レーザープロファイルの裾におけるビームプロファイルは正確に測定できていないために、超放射に寄与する原子数の決定に誤差が生じたことが原因であると考えられる。

本実験の課題の1つであるPSR始状態生成の観点から転換効率を考察する。この観点からは安全側に見積もると、転換効率は60[%]程度以上とすることができる。ポンプレーザーによる $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^1P_1$ 準位間の励起効率が50[%]であることを用いて、準安定状態生成率は30[%]程度以上と決定された。 $6s^2\ ^1S_0 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間のコヒーランスが最大となるときには、 $6s^2\ ^1S_0 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間の占有率が1:1となることから、十分に大きな生成効率を達成できた。以上のように、超放射による短時間で高効率な準安定状態の生成に成功し、

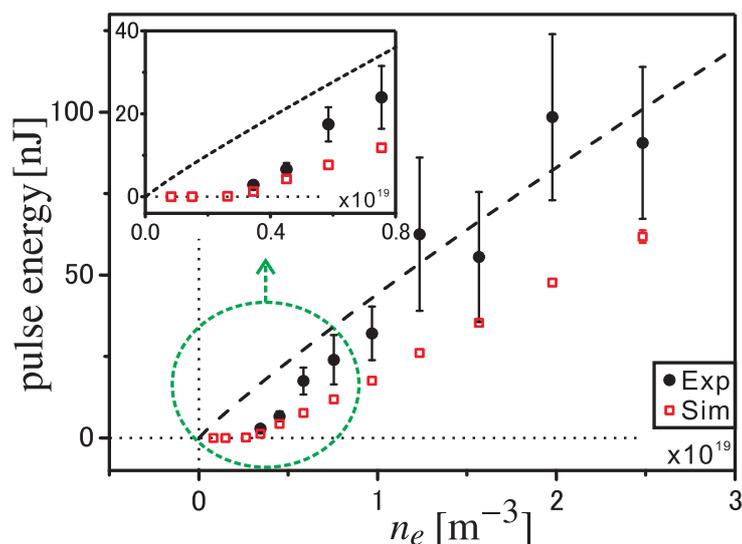


図 57 超放射パルスエネルギーを n_e の関数としてプロットしたものである。赤の実験結果と黒のシミュレーション結果の両方とも n_e に比例しており、概ね一致していることが分かる。密度が低い 600, 610[°C] 付近では十分に超放射が起こっていないため、ほとんど光子が放出されていないが、これもシミュレーションで再現された。

また、超放射の特徴の観測及びシミュレーションの一致から、超放射詳細の理解が進んだ。

4.2.2 Stokes-on データ

ここでは、ストークスレーザー照射時の遅延時間の短縮及び角分布の先鋭化の結果について議論する。

まず遅延時間の短縮について議論する。一般に超放射は標的軸に対して前方（ポンプレーザーと同方向）及び後方（ポンプレーザーと逆方向）に等しく放出されるが、ストークスレー

ザーを照射した場合にはストークスレーザと同方向の超放射のみ成長促進される。本実験ではストークスレーザは前方に照射しており、超放射は前方のみが成長促進されると予想される。図 58 は 600, 620[°C] において、ストークスレーザ強度を変化させ、超放射の遅延時間を測定した結果である。赤四角は前方超放射の遅延時間、黒丸は後方超放射の遅延時間をストークスレーザ強度の関数としてプロットしたものである。各ストークスレーザ強度に対して 100 ショット測定しており、ショットごとに遅延時間を決定してその平均値を取った。図から前方超放射のみで遅延時間の短縮が起こっており、後方超放射の遅延時間はほとんど変化していないことが分かる。また、超放射成長促進が起こるストークスレーザ閾値強度までは両者の遅延時間に違いは見られないが、それ以上の強度になると超放射の成長促進が起こり、遅延時間が短縮していることが分かる。これは、自然放出によるコヒーレンス成長をストークスレーザによる成長が上回った結果起こるもので、超放射成長促進の特徴を反映したものとなっている。なお、600[°C] の測定では標的密度が小さいため、ストークスレーザの強度が大きい場合には、前方超放射が成長促進されることで前方超放射と競合して成長する後方超放射は起こらなくなるため、プロットしていない。

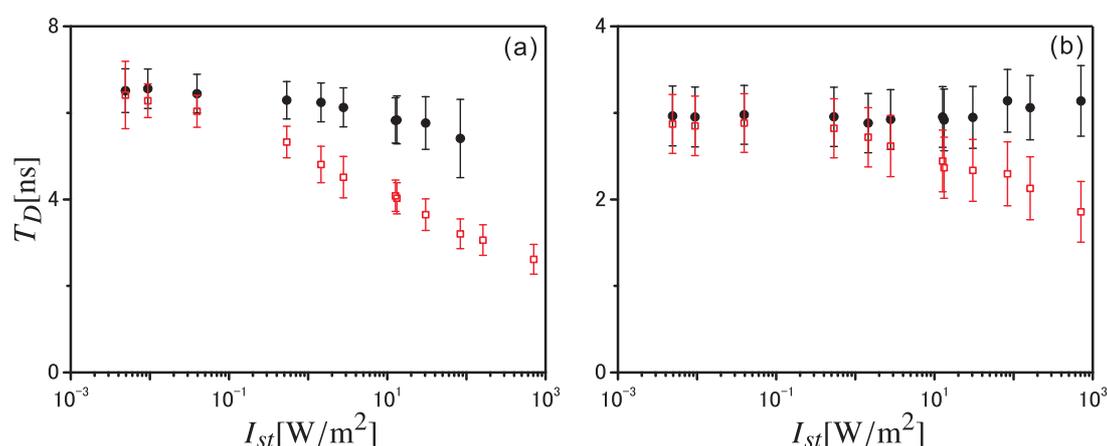


図 58 (a) 600[°C]、(b) 620[°C] について遅延時間をストークスレーザ強度の関数としてプロットしたものである。赤四角が前方超放射、黒丸が後方超放射の測定結果である。ストークスレーザと同方向の前方超放射にのみ遅延時間の短縮が起こっていることが分かる。また、遅延時間の短縮の起こるストークスレーザ閾値強度が観測されており、ストークスレーザによるコヒーレンス成長促進の特徴が表れている。

次に、実験結果とシミュレーション結果を、前方超放射について比較する。図 59 は 600, 620[°C] における前方超放射の遅延時間をストークスレーザ強度の関数としてプロットしたものである。黒丸が実験結果、赤四角がシミュレーション結果を示す。600, 620[°C] 共に実験結果とシミュレーションで良く一致している。620[°C] の結果では、成長促進の起こり始めるストークスレーザの閾値強度についても実験とシミュレーションで一致していることが分かる。以上から、ストークスレーザによる超放射の成長促進の詳細が理解できたと言える。なお、Stokes-off データ測定時と使用したポンプレーザが異なることに注意してほしい。また、Stokes-off データ解析の時と同様の理由で、遅延時間には -1[ns] のオフ

セット時間を加えている。

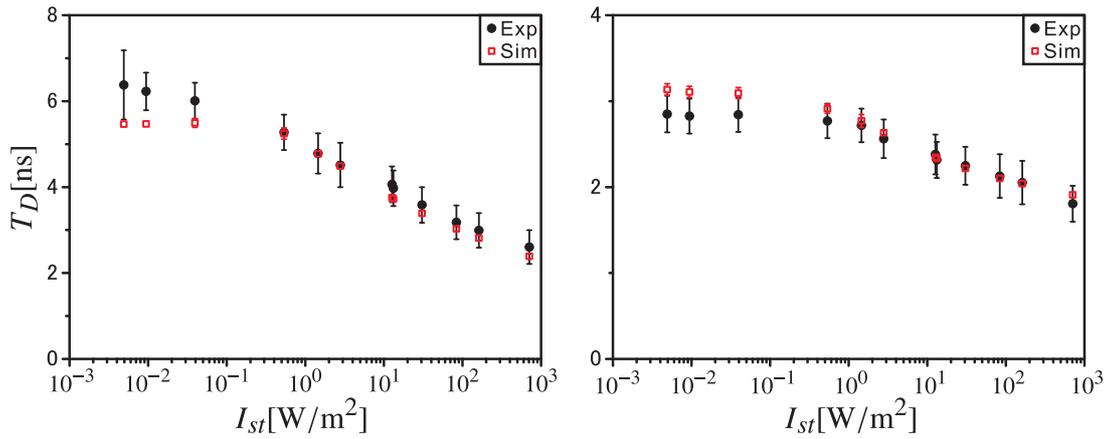


図 59 前方超放射の遅延時間をストークスレーザー強度の関数としてプロットしたものである。黒丸は実験結果、赤四角はシミュレーションに対応している。600, 620[°C] 共に実験とシミュレーションは良く一致しており、620[°C] では遅延時間の短縮が起こるストークスレーザーの閾値強度も両者で良く一致していることが分かる。

最後に、ストークスレーザーによる角分布先鋭化の結果について議論する。図 60 が超放射角分布の測定結果である。黒丸が測定結果であり、それぞれの点で超放射 10 ショットに対して平均を取ったパルス面積をプロットしている。赤丸はガウス関数によるフィットの結果で、青線は yz 面にその射影をプロットしたものである。ストークス光を入射していない場合には検出器位置での超放射の拡がり $21[\text{mm}]$ ($e^{-1/2}$ 全幅) であり、ヒートパイプ検出器間の距離 $800[\text{mm}]$ から超放射放射角は $27[\text{mrad}]$ である。一方、ストークスレーザーを照射した場合には、検出器位置での超放射の拡がり $0.82[\text{mm}]$ ($e^{-1/2}$ 全幅) であり、超放射放射角は $1.0[\text{mrad}]$ である。両者の放射角の比は 27 倍、ピーク強度比は 40 倍である。このことから、ストークスレーザーによって超放射が成長促進され、角分布の先鋭化が起こったことが分かる。この実験結果が妥当なものであるか理論計算との比較で検証する。まず、ストークスレーザーを照射しない場合には、2 章で議論したように角分布は幾何学角 $\theta_G = d/L$ で決まる。Stokes-on データ取得時には標的径は $d = 2[\text{mm}]$ 、標的長は $L = 65[\text{mm}]$ であることから

$$\theta = d/L = 2.0[\text{mm}]/65[\text{mm}] = 31[\text{mrad}] \quad (100)$$

となる。これは実験結果の $27[\text{mrad}]$ と良い一致をしている。次にストークスレーザーを照射した場合の超放射放射角は回折角 $\theta_d = \lambda/d$ であることから

$$\theta = \lambda/d = 1.5 \times 10^{-3}[\text{mm}]/2.0[\text{mm}] = 0.75[\text{mrad}] \quad (101)$$

となる。これも実験値 $1.0[\text{mrad}]$ と良い一致を示す。以上のように、ストークスレーザーによる超放射角分布の尖鋭化を測定し、理論と一致することを世界で初めて観測した。PSR 観測時におけるトリガー光による PSR 成長促進機構の理解にもつながる成果である。

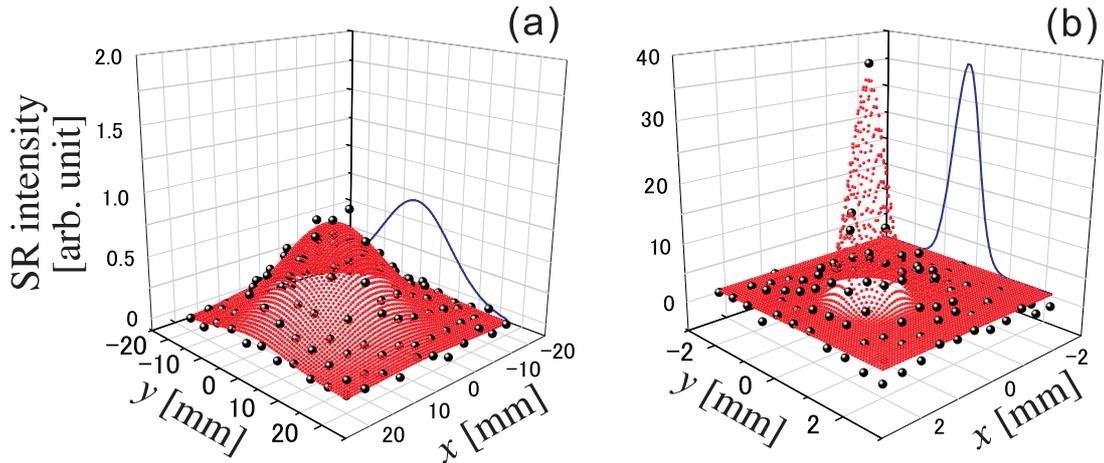


図 60 超放射強度の角分布を、(a) ストックスレーザーしない場合、(b) ストックスレーザー照射した場合についてプロットした。黒丸が実験結果、赤丸がガウス関数によるフィット、青線は yz 平面へのフィット関数の射影である。ストックスレーザーを照射しない場合には、 $27[\text{mrad}]$ の非常になだらかな角分布をしているのに対して、ストックスレーザーを照射した場合には $1.0[\text{mrad}]$ の非常にシャープな角分布になっていることが分かる。また、両者のピーク強度比についても 40 倍に増幅された。以上から、ストックスレーザー照射による超放射誘起に成功したと言える。なお、ストックスレーザーを入射しているものと、していないものではスケールが異なっていることに注意してほしい。

4.2.3 3準位系を用いたシミュレーション

ここでは、3準位模型を用いた超放射シミュレーション結果について議論する。前節で行ったシミュレーションは2準位模型を用いており、ポンプレーザー照射の超放射成長に与える影響が議論できていない。このため、観測された遅延時間に現れる有限のオフセット時間 ($n_e \rightarrow \infty$ での遅延時間) を説明することができない。また、2.4節で議論したように、ポンプレーザーは超放射の成長に関連する $6s6p^1P_1 - 6s5d^1D_2$ 準位間のコヒーランスの成長を阻害するが、これも2準位模型では取り扱えない。以下では、3準位模型を用いたシミュレーション結果と実験結果を比較して、2準位模型との違いを議論する。なお、2準位模型との比較を行いやすいように図の横軸に $\langle n_e \rangle \approx \langle n_g \rangle / 2$ を用いているが、シミュレーションでは始状態において密度 $\langle n_g \rangle$ の標的がすべて基底状態に占有しているとして計算を行っている。

図 61、図 62、図 63 はそれぞれ超放射の遅延時間、パルスエネルギー、ピークパワーを n_e^{-1}, n_e, n_e^2 の関数としてプロットしたものである。黒丸が実験結果、赤四角がシミュレーション結果である。また、エラーバーは rmsf を示す。

まず、遅延時間について議論する。図 61 を見ると3準位模型でも2準位模型と同様に直線となっており、理論で予想される通り遅延時間が密度に反比例するという特徴がみられた。また、直線の傾きについては実験結果より小さく、2準位模型を用いた場合と同程度のずれとなった。これらに加えて、遅延時間の絶対値についても実験とのずれが $1[\text{ns}]$ 程度に収まっており、遅延時間のオフセットを再現する。また、実験結果及びシミュレーション結果は共に

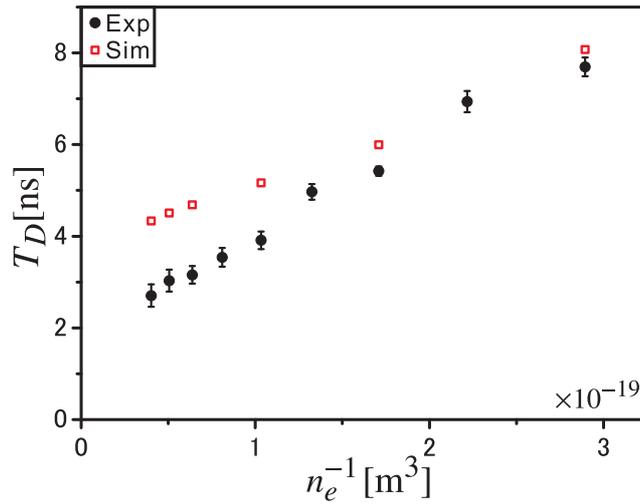


図 61 遅延時間を n_e^{-1} の関数としてプロットした。黒丸が実験結果、赤四角が 3 準位模型を用いたシミュレーション結果である。理論で予想されるように、遅延時間は直線になっている。また、2 準位模型では説明できなかった遅延時間のオフセットについても再現した。

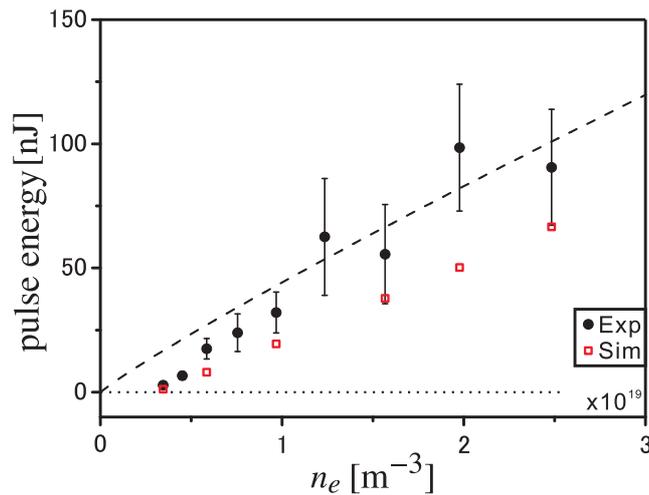


図 62 パルスエネルギーを n_e の関数としてプロットした。黒丸が実験結果、赤四角が 3 準位模型を用いたシミュレーション結果、破線が全原子の内 50[%] が超放射によって $6s5d\ ^1D_2$ 準位に遷移したとした場合に放出されるパルスエネルギーである。2 準位模型を用いた場合と同じく、実験結果とシミュレーションはおおむね一致している。また、低密度側で放出光子数が急激に増加する閾値密度も実験とシミュレーションで一致している。

正のオフセット時間を持つ。 $T_D = 0$ の点はポンプレーザーがピークパワーを取る時間と超放射がピークパワーを取る時間が一致することを示すことから、正のオフセット時間はポンプレーザー照射後に超放射が成長したことを意味する。これは 2.4 節で議論したように、ポンプレーザー照射によるデコヒーランスに起因したものである。

続いて、パルスエネルギーについて議論する。図 62 を見ると実験に対してシミュレーション結果は 30 から 40[%] 程度小さいが、概ね一致を示した。また、低密度側で放出光子数が急

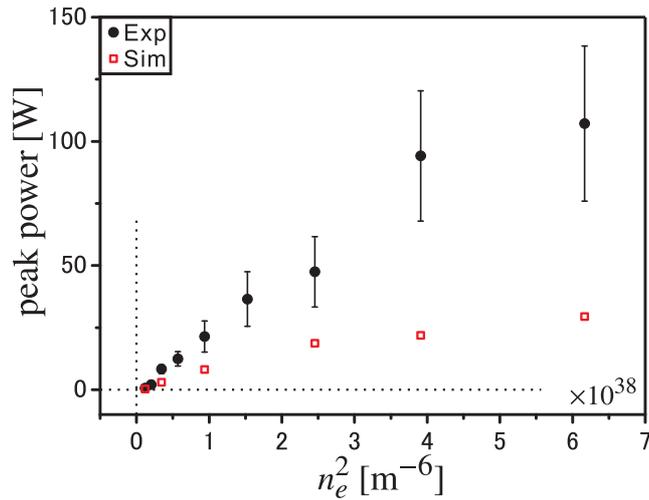


図 63 ピークパワーを n_e の関数としてプロットした。黒丸が実験結果、赤四角が 3 準位模型を用いたシミュレーション結果である。シミュレーション結果は実験結果より 2 倍以上小さくあまり一致していない。

激に増加する閾値密度も実験とシミュレーションで一致している。以上のように、パルスエネルギーについては 2 準位模型を用いた結果とほとんど違いがなかった。なお、図中の破線は全原子の 50[%] が超放射によって $6s5d \ ^1D_2$ に遷移された場合のパルスエネルギーを示している。

次に、ピークパワーについて議論する。図 63 を見ると実験結果と比べて 2 倍以上シミュレーション結果の方がピークパワーが小さい。実験結果からのずれの原因は必ずしも明らかではないが、以下のようなものが考えられる。シミュレーションでは、原子の位相がそろってコヒーラントに超放射遷移に寄与できる標的領域は、フレネル数が 1 となる領域であると仮定している (付録 B 参照)。このことから、標的軸 (z 軸) に垂直な方向に標的領域の分割が起こり、それぞれの領域が独立に超放射を起こすとしている。しかしながら、実際には各領域は完全には独立ではないと考えられるため、3 準位模型のシミュレーションではピークパワーが実験結果とずれたと予想される。^{*26} 以上のような取り扱いを行う理由は、シミュレーションに用いた模型が空間について 1 次元であることに由来し、空間について 2 次元の模型を用いることで、上記の仮定を用いず厳密なシミュレーションができる。^{*27}

最後に、ストークスレーザ照射時の遅延時間短縮のシミュレーション結果について議論する。図 64 は遅延時間を照射したストークスレーザ強度の関数としてプロットしたもので

^{*26} 2 準位模型を用いた結果ではこのようなずれは見られていない。しかし、2 準位模型では z 軸に垂直な方向のポンプレーザー強度変化を考えていないため、標的分割による影響が顕著に表れなかったと考えられる。3 準位模型では、標的中心ではポンプレーザー強度が大きく、周辺部ではポンプレーザー強度が弱いという事実を取り扱っている。ポンプレーザー強度が強いほどレーザーによるデコヒーランスは大きくなることから、中心部では超放射が遅く放出され、周辺部では早く放出されるということがシミュレーションで確認されている。各領域の超放射パワーを足し合わせると、それぞれピークパワーを取る時間が異なることから、ピークパワーがなまり、実験結果より小さくなったと考えられる。

^{*27} しかしながら、空間について 2 次元のシミュレーションは計算時間が長く、実行することが困難である。

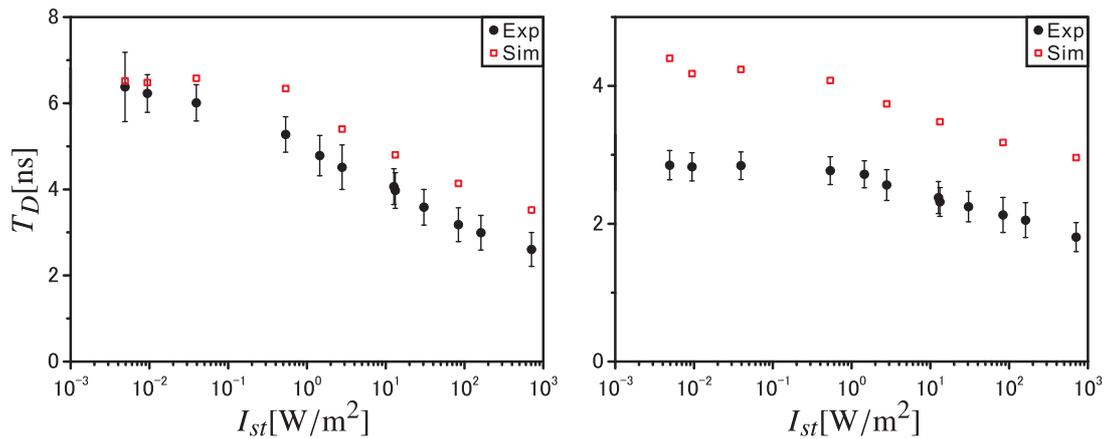


図 64 遅延時間を照射したストークスレーザー強度の関数としてプロットしたものである。左図は $T_{max} = 600[^\circ\text{C}]$ 、右図は $T_{max} = 620[^\circ\text{C}]$ に対応し、黒丸が実験結果、赤四角がシミュレーション結果である。ストークスレーザーを照射した場合にも、遅延時間の絶対値は $1[\text{ns}]$ 程度のずれに収まっている。また、 $T_{max} = 620[^\circ\text{C}]$ の結果については超放射誘起の始まるストークスレーザー強度（閾値強度）が実験と非常によく一致している。

ある。左図は $T_{max} = 600[^\circ\text{C}]$ 、右図は $T_{max} = 620[^\circ\text{C}]$ に対応し、黒丸が実験結果、赤四角がシミュレーション結果である。ストークスレーザーを照射した場合にも、遅延時間の絶対値は $1[\text{ns}]$ 程度のずれに収まっており、グラフの形状は概ね一致している。また、 $T_{max} = 620[^\circ\text{C}]$ の結果については超放射誘起の始まるストークスレーザー強度（閾値強度）が実験と非常によく一致している。

以上のように、3 準位模型は遅延時間のオフセットは概ね説明できた。また、パルスエネルギーについても 2 準位系と同じく実験と一致している。しかしながら、ピークパワーが実験と大きくずれるという欠点がある。

5 コヒーランス測定実験

対超放射 (PSR) の観測を行うには、生成されたバリウム標的が準安定状態 $6s5d\ ^1D_2$ 及び基底状態 $6s^2\ ^1S_0$ 間のコヒーランスを持たなければならない。本章では生成されたコヒーランスの測定実験について議論する。

本研究ではコヒーランス測定方法として、コヒーラント反ストークスラマン散乱 (Cohenrent Anti-Stokes Raman Scattering, CARS) を用いた。^{*28} [53–56] 一般に励起した原子にレーザー光を照射すると、原子は入射光より短い波長をもった光を放出して脱励起する。この過程は反ストークスラマン散乱過程と呼ばれ、図 65 のように照射したレーザーを吸収して、反ストークス光を放出する。このとき原子は、 $|2\rangle$ 準位から $|3\rangle$ 準位を経て、 $|1\rangle$ 準位に遷移する。CARS は、コヒーランスを持った原子集団が協同してラマン散乱を起こす現象で、その主な特徴は、放出される反ストークス光のパワーがコヒーランスの 2 乗に比例することである。この性質を用い、反ストークス光パワーを測定することでコヒーランスを決定できる。

以下では、CARS によるコヒーランス決定方法の詳細と、コヒーランス測定結果を示す。

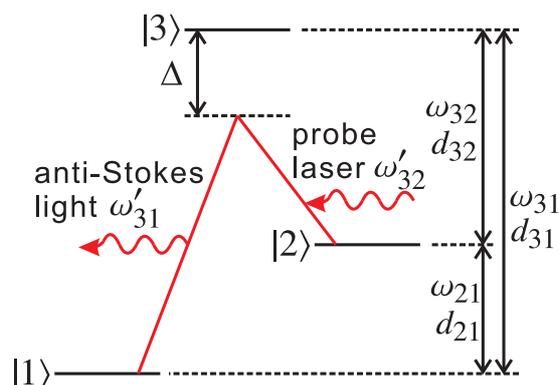


図 65 CARS の模式図である。 $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ の 3 準位を持つ原子を考える。 $|2\rangle - |1\rangle$ 準位間にコヒーランスが存在する原子集団に対してプローブレザー (周波数 ω'_{32}) を照射すると、これを吸収して反ストークス光 (周波数 ω'_{31}) を放出する CARS が起こる。CARS の主な特徴は反ストークス光のパワーがコヒーランスの 2 乗に比例することである。CARS のこの性質から反ストークス光のパワーを測定することで、コヒーランスを測定することができる。なお、 $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間のエネルギー差及び双極子モーメントはそれぞれ ω_{ij} 及び d_{ij} とし、 $|2\rangle - |1\rangle$ 準位間の 1 光子遷移は非常に弱いため、 $d_{21} = 0$ とする。また、ポンプレザー及び反ストークス光はそれぞれ $|3\rangle - |2\rangle$, $|3\rangle - |1\rangle$ 準位間の 1 光子共鳴周波数から大きく離調しており、その離調は共に Δ であるとする。

^{*28} コヒーランス測定手法として CARS を選んだ理由は、CARS が 2 光子遷移であるため、1 光子遷移が非常に弱い $6s5d\ ^1D_2 - 6s^2\ ^1S_0$ 準位間のコヒーランスを測定できることにある。

5.1 コヒーランス測定の原理

ここでは、CARS の発展を記述するマクスウェルプロットホ方程式を導出するとともに、それを用いてコヒーランスの決定手法について議論する。

図 65 のように $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ の 3 準位を持つ原子集団を考える。 $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間のエネルギー差及び双極子モーメントはそれぞれ ω_{ij} 及び \vec{d}_{ij} であり、 $|2\rangle - |1\rangle$ 準位間の 1 光子遷移は非常に弱いため $\vec{d}_{21} = 0$ であるとする。また、照射したプローブレーザー（周波数 ω'_{32} ）と、放出される反ストークス光（周波数 ω'_{31} ）の 2 色の光が原子集団と相互作用しているとする。プローブレーザー及び反ストークス光はそれぞれ $|3\rangle - |2\rangle$, $|3\rangle - |1\rangle$ 準位間の 1 光子遷移の共鳴周波数から大きく離調しており、その離調は共に Δ であるとする。^{*29} また、プローブレーザー及び反ストークス光は共に z 軸の正方向に指向性を持って伝搬するとし、 z 軸方向の変化のみ考慮する 1 次元モデルとして取り扱う。

CARS で放出される反ストークス光電場 E_{32} の伝搬はマクスウェル方程式から

$$\frac{\partial E_{31}(z, t')}{\partial z} = -i \frac{n\omega'_{31}}{2c\epsilon_0} \left\{ \left(\frac{\mu_{22,1} + \mu_{11,1}}{2} + \frac{\mu_{22,1} - \mu_{11,1}}{2} Z_{21} \right) E_{31} + \frac{1}{2} \mu_{21} R_{21} E_{32} \right\} \quad (102)$$

と書ける（付録 C 参照）。ここで、 $t' = t - z/c$ はいわゆる遅延時間、 $E_{31}(z, t')$ はプローブレーザー電場、 $Z_{21}(z, t')$ 及び $R_{21}(z, t')$ は $|2\rangle - |1\rangle$ 準位間の占有率差及びコヒーランス、 n は標的密度である。 μ_{11} , μ_{22} , μ_{21} はそれぞれ

$$\mu_{11,l} \equiv \frac{2\omega_{31}d_{11}^2}{\hbar(\omega_{31}^2 - \omega_{31,l}^2)}, \quad \mu_{22,l} \equiv \frac{2\omega_{32}d_{22}^2}{\hbar(\omega_{32}^2 - \omega_{32,l}^2)} \quad (103)$$

$$\mu_{21} = \mu_{12}^* \equiv d_{21}^2 \left(\frac{1}{\hbar(\omega_{31} + \omega'_{32})} + \frac{1}{\hbar(\omega_{31} - \omega'_{31})} \right) \quad (104)$$

で定義される。ここで、 $d_{ij}^2 \equiv d_{i3}d_{3j}$ である。上式の ω'_{31} , μ_{11} , μ_{22} , μ_{21} は使用したバリウム原子準位に対しては既知であり、 E_{31} , E_{32} , n は測定可能な量である。これらの量からコヒーランス R_{21} を決定することが目的である。

さて、式 102 の右辺には反ストークス光電場に比例する第 1 項とプローブ電場及びコヒーランスに比例する第 2 項がある。標的コラム密度及びコヒーランスがあまり大きくない場合にはプローブレーザーから反ストークス光への変換効率が小さくなる。このために、反ストークス光はプローブレーザーに比べて十分に弱くなる。以上から、式 102 の右辺第 1 項は無視でき^{*30}

$$\frac{\partial E_{31}(z, t')}{\partial z} = -i \frac{n\omega'_{31}\mu_{21}R_{21}(z, t')E_{32}(z, t')}{4c\epsilon_0} \quad (105)$$

^{*29} CARS でのコヒーランスの測定において、 $|3\rangle$ の準位への実遷移が起こった場合、 $|3\rangle - |1\rangle$ 準位間の 1 光子自然放出が起こり、測定のバックグラウンドとなる。さらに、 $|3\rangle$ 準位から下位準位への自然放出によって生成されたコヒーランスの破壊が起こる。 $|3\rangle$ 準位への遷移を防ぐために、入射したプローブレーザーは 1 光子共鳴周波数に対して、大きな離調 Δ を取っている。

^{*30} 本実験における実験条件ではこの近似は正しい。

となる。上式のように標的中の伝搬による反ストークス光の成長は、1光子過程である超放射と違い、コヒーランス及び双極子モーメントだけでなく、プローブ電場振幅にも比例する。続いて、 $R(z, t' = 0) = R_{21}(z)$, $E_{31}(z = 0, t') = 0$, $E_{32}(z = 0, t') = E_{32}(t')$ という初期境界条件で上式を解き、標的出射端面 $z = L$ における反ストークス光電場 $E_{31}(z = L, t')$ を得る。ここで、 L は標的長である。前述のようにプローブレザーから反ストークス光への変換効率は小さいとしたため、プローブレザー電場の伝搬による減衰は小さく、 $E_{32}(z, t') = E_{32}(t')$ と標的中で一様となる。このとき、式 105 を解くと

$$E_{31}(L, t') = -i \frac{nL\omega'_{31}\mu_{21}\tilde{R}_{21}(t')E_{32}(t')}{4c\epsilon_0} \quad (106)$$

が得られる。ここで、 $\tilde{R}_{21}(t') = \int_0^L R_{21}(z, t')dz/L$ であり、これは標的位置について平均を取ったコヒーランスである。入射したプローブレザー強度 $I_{32}(t') = \epsilon_0 c |E_{32}|^2 / 2$ と反ストークス光強度 $I_{31}(t') = \epsilon_0 c |E_{31}|^2 / 2$ を用いると、 $\tilde{R}_{21}(t')$ は

$$|\tilde{R}_{21}(t')| = \frac{4c\epsilon_0}{nL\omega'_{31}|\mu_{21}|} \sqrt{\frac{I_{31}}{I_{32}}} \quad (107)$$

と書ける。さらに、測定されるプローブレザー照射中のコヒーランスの代表値 \bar{R}_{21} を以下のように定義する。

$$|\bar{R}_{21}| \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I_{32}(t')\tilde{R}_{21}(t')dt'}{\int_{-\infty}^{\infty} I_{32}(t')dt'} = \frac{4c\epsilon_0}{nL\omega'_{31}|\mu_{21}|} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{I_{31}(t')I_{32}(t')}dt'}{\int_{-\infty}^{\infty} I_{32}(t')dt'} \quad (108)$$

上式から、標的コラム密度及びプローブレザーと反ストークス光の強度を測定することで、コヒーランス \bar{R}_{21} を決定できることが分かる。以下では \bar{R}_{21} をコヒーランスと呼び、CARS の測定からこれを決定する。

5.2 超放射で生成されたコヒーランスの測定

ここでは、超放射によって生成された標的コヒーランス測定実験の実験方法及び実験装置の詳細及び実験結果について議論する。図 66 が超放射によって生成されたコヒーランスの CARS による測定の模式図である。緑線は超放射によるコヒーランス生成スキームであり、赤線は CARS によるコヒーランス生成スキームである。まずコヒーランス生成では、ポンプレザー照射（波長 553.7[nm]、図中 a）によって基底状態 $6s^2 \ ^1S_0$ に占有している原子を $6s6p \ ^1P_1$ に励起し、そこから超放射（波長 1500.3[nm]、図中 b）による脱励起によって $6s5d \ ^1D_2$ に遷移させる。このとき、 $6s5d \ ^1D_2 - 6s^2 \ ^1S_0$ 準位間にコヒーランスが生成される。この際、ポンプレザーと同時にプローブレザー（波長 553.7[nm]、図中 c）を照射し、CARS によって生成された反ストークス光（波長 339.5[nm]、図中 d）を観測することで、コヒーランスを決定した。ポンプレザーとプローブレザーの波長が同じである理由は以下のようなものである。CARS の測定に使用するプローブレザー波長は、 $6s5d \ ^1D_2 - 6s6p \ ^1P_1$ 準位間の遷移に共鳴していない波長であれば自由に選ぶことができる。このことから、本実験で

は使用するレーザーが1つで済むという理由から、ポンプレーザーとプローブレーザーに同一のレーザーを使用した。

ここで、超放射によって生成されたコヒーランス測定の実験において、CARSの成長を記述するマクスウェル方程式に現れるパラメータを表7にまとめた。

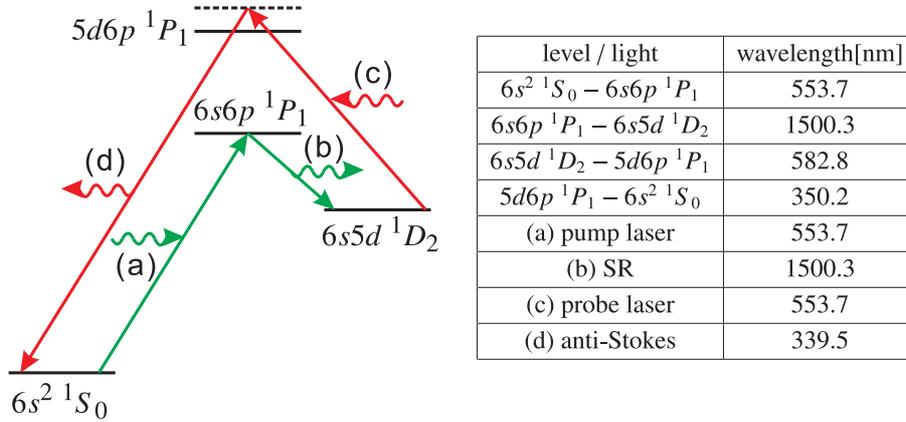


図 66 CARS によるコヒーランス測定実験の模式図である。緑線は超放射によるコヒーランス生成スキームであり、赤線は CARS によるコヒーランス生成スキームである。まず、基底状態 $6s^2 \ ^1S_0$ から (a) ポンプレーザーによって $6s6p \ ^1P_1$ に励起された後に、(b) 超放射によって $6s5d \ ^1D_2$ 準位に遷移し、PSR の始状態が生成される。生成された状態に対して (c) プローブレーザーを照射した際に CARS によって生じる (d) 反ストークス光を観測し、そのパワーからコヒーランスを見積もる。

表 7 超放射によって生成されたコヒーランス測定実験において、CARS の成長を記述するマクスウェルブロッホ方程式中に現れるパラメータの表である。

ω_{31} [$\times 10^{15}$ Hz]	ω_{32} [$\times 10^{15}$ Hz]	ω'_{31} [$\times 10^{15}$ Hz]	ω'_{32} [$\times 10^{15}$ Hz]	γ_{31} [Hz]	γ_{32} [Hz]	$ \mu_{22,1} + \mu_{11,1} $ [$\times 10^{-40}$ Fm ²]	$ \mu_{22,1} - \mu_{11,1} $ [$\times 10^{-40}$ Fm ²]	$ \mu_{21} $ [$\times 10^{-40}$ Fm ²]
5.4	3.2	5.5	3.4	3.5×10^7	4.5×10^7	6.2	11	63

5.2.1 実験セットアップ

ここでは、コヒーランス測定の実験手順及び実験装置について述べる。図 67 がコヒーランス測定実験の実験装置図である。まず、ヒートパイプを $1000[^\circ\text{C}]$ に熱し、密度 $1 \times 10^{22}[\text{m}^{-3}]$ の気体バリウム標的を生成し、生成された標的に対してポンプレーザー (図中 a) を照射することで超放射を起こし、コヒーランスを生成した。ポンプレーザーとして使用した図 67-a のレーザーは、同時にプローブレーザーの役割を担っているため、レーザー照射によるコヒーランス生成と同時に反ストークス光が放出される。生成された反ストークス光はポンプ・プローブレーザーに比べて非常にパワーが弱いため、ダイクロイックミラー (図中 VI)、バンドパスフィルター (図中 VII)、分光器 (図中 VIII) によってこれらを分離し、シリコンフォトダイオード検出器 (図中 E) によって反ストークス光のみを検出した。反ストークス光はレン

ズによって集光し、すべてシリコンフォトダイオードに入射しており、光学部品の透過率(反射率)や検出器感度を較正することでパワーを決定した。また、ポンプ・プローブレザーの時間プロファイルは、別途に分光器が波長 553.7[nm] の光を透過する構成で、波長選択フィルターを通過してきたレーザー光をシリコンフォトダイオード(図中 E)で検出して決定した。測定した反ストークス光及びプローブレザーのパワーからコヒーランスを決定した。

個々の実験装置の詳細については以下で議論する。

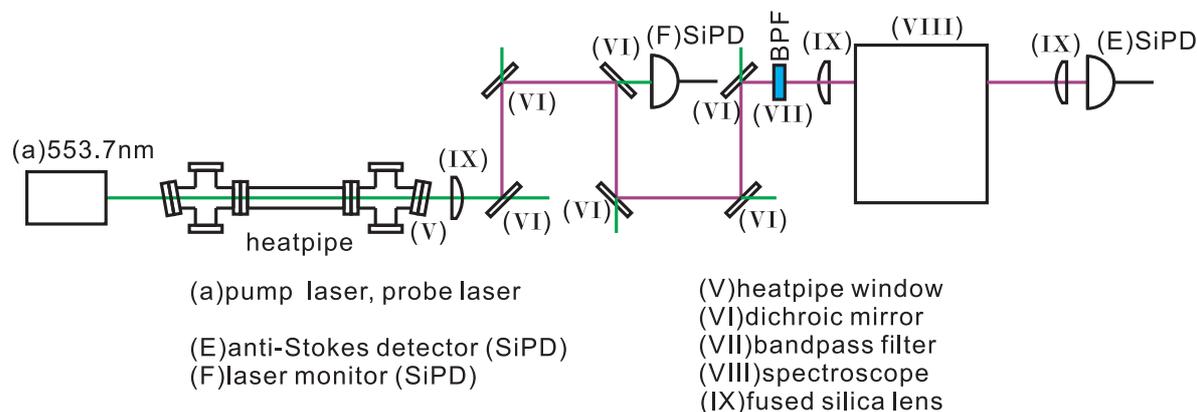


図 67 超放射で生成されたコヒーランス測定の実験装置図である。ヒートパイプで生成された気体バリウム原子に対して (a) ポンプレーザーを照射し、 $6s6p\ ^1P_1$ 準位に励起し、超放射によって $6s5d\ ^1D_2$ 準位に遷移させる。CARS に使用するプローブレザーはポンプレーザーと同一のレーザーであり、生成されたコヒーランスによってレーザーと同方向に反ストークス光が放出される。これを (VI) ダイクロイックミラー 6 枚、(VII) バンドパスフィルター、(VIII) 分光器によってレーザーと分離し、(E) シリコンフォトダイオードによって検出している。検出された信号はオシロスコープによって測定している。

■標的 式 324 を見ると分かるように、コヒーランスを決定するにはコラム密度を決定しなければならない。超放射観測実験では、コラム密度はヒートパイプ内の温度分布(及びレーザー吸収)によって決定していた。しかしながら、コヒーランス測定実験ではヒートパイプ内は $1000[^\circ\text{C}]$ の高温かつバリウム雰囲気中であるため、ヒートパイプ内に挿入する熱電対が破壊されてしまい、コラム密度を測定できない。また、バリウム原子が高密度になるとレーザー吸収によるコラム密度測定もできなくなる。^{*31}そこで、付録 E に記したように、ヒートパイプの外部温度を複数点モニターし、そのデータを用いて熱伝導方程式によるシミュレーションを行い、ヒートパイプ内部の温度分布を評価し、飽和蒸気圧から内部の標的密度分布を決定した。この結果からヒートパイプ内の最高標的密度は $1 \times 10^{22}[\text{m}^{-3}]$ であり、標的長は $15[\text{cm}]$ であることが分かった。

■ポンプ・プローブレザー 本実験ではポンプレーザーとプローブレザーに同一のレーザー(図 67-a)を用いた。ポンプ・プローブレザーに用いたレーザーは、YAG レーザーで励

*31 レーザー吸収の手法がうまくいなくなる原因は、衝突緩和によるスペクトル幅の増加にあると思われる。

起した色素パルスレーザー（Sirah、PrecisionScan）である。このレーザーは、線幅が 1[GHz] 程度、中心波長が 553.7[nm] であり、 $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^1P_1$ 準位間の遷移に共鳴している。ビーム形状はヒートパイプ中心にウエストを持っており、中心部での径は約 $\phi 0.1$ [mm] であり、パルスエネルギーは 10[mJ] である。

■**検出器** 反ストークス光及びプローブレーザーの検出にはシリコンフォトダイオード検出器 PDA10A を用いた。この検出器の応答速度は 150[MHz]、受光面積は 0.78[mm²]、感度は 250[V/W] である。レンズを用いて集光しており、すべての光が受光面に入射している。プローブレーザー検出時には、ダイクロイックミラーによって分離できなかった成分を検出した。この際、プローブレーザーのみが検出器に入射するように、バンドパスフィルターを取り除き、分光器による波長選択でプローブレーザー波長を選んだ。レーザーパルスエネルギーの測定にはパワーメーターを用いている。

■**光学素子** ポンプ・プローブレーザーパワーは反ストークス光のパワーより非常に大きいため、ハーモニクセパレーター、バンドパスフィルター、分光器を用いて波長選択し、反ストークス光のみ分離して検出した。反ストークス光が放出されるヒートパイプ内から検出器に到達するまでの間に配置した各光学素子の反ストークス光に対するロスを表 8 にまとめた。

表 8 反ストークス光の生成されるヒートパイプ内から検出器到達までに配置された各光学素子による反ストークス光のロスである。(t) は透過率を、(r) は反射率を表す。

symbol	element	transmittance(t) (reflectance(r))
(V)	heatpipe window	0.93 (t)
(VI)	dichroic mirror ×6	0.94 (r)
(VII)	bandpass filter	0.34 (t)
(VIII)	spectroscope	0.72
(IX)	fused silica lens ×3	0.85 (t)

■**オシロスコープ** オシロスコープ DPO7104（Tektronix）を使用して検出器の出力を測定している。このオシロスコープの帯域は 1[GHz] であり、十分にプローブレーザー及び反ストークス光の波形を測定できる。

5.2.2 実験結果

ここでは、超放射によって生成されたコヒーランスの大きさを、観測された反ストークス光を用いて決定する。図 68 は測定されたプローブ光と反ストークス光パワーを時間の関数としてプロットしたものである。プローブレーザーのパルスエネルギーは 10[mJ]、反ストークス光のパルスエネルギーは 0.2[nJ] であることから、両者のパルスエネルギー比は約 2×10^{-8} であり、反ストークス光への変換効率が非常に小さいことが分かった。また、ここで観測された光が反ストークス光であることは、プローブ光と同時にアンチストークス光が観測さ

れたことや、分光器によるスペクトルの測定から確かめられた。以上から、コヒーランスは $R_{21} = 5 \times 10^{-5}$ と決定され、非常に小さい値を持つことが分かった。PSR の観測には最大値である $R_{21} \sim 1$ 程度が必要であると見込まれており、超放射で生成されるコヒーランスがなぜ小さいのかという原因を突き止め、改良する必要がある。この原因究明は次節で行う。

なお、CARS によって $6s5d \ ^1D_2 - 6s^2 \ ^1S_0$ 準位間の遷移が起こる際、図 65 のように中間状態として $|3\rangle$ を経るが、 $5d6p \ ^1P_1$ の他にも $6s6p \ ^1P_1$ 等の準位も $|3\rangle$ として CARS に寄与する。しかしながら、使用したプローブレーザーの波長では、離調 Δ の違いから $5d6p \ ^1P_1$ 以外の寄与は小さなものであるため、この準位のみを考慮してコヒーランスを決定した。

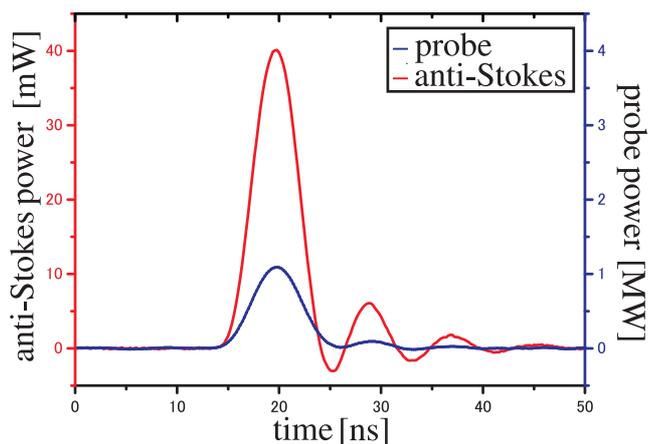


図 68 超放射で生成されたコヒーランスの CARS を用いた測定結果である。青線がプローブレーザーパワー、赤線が反ストークス光のパワーを時間の関数としてプロットしたものである。ポンプ、プローブレーザーの照射と同時に、反ストークス光が観測されていることが分かる。この結果から、コヒーランスは $R_{21} = 5 \times 10^{-5}$ であることが分かった。

5.2.3 考察

ここでは、超放射によって生成された $6s5d \ ^1D_2 - 6s^2 \ ^1S_0$ 準位間のコヒーランス測定結果について考察する。超放射によって生成されたコヒーランスは 5×10^{-5} と非常に小さいものであったが、その原因はポンプレーザーによって z 軸に垂直な方向（横方向）の原子位相がずれること（デコヒーランス）に起因する。以下では、ポンプレーザーによる $6s^2 \ ^1S_0 - 6s6p \ ^1P_1$ 準位間の励起を扱った 3 準位模型を用いて理論計算及びシミュレーションを行い、コヒーランスが成長しない理由がポンプレーザーによる横方向デコヒーランスにあることを示す。

まず、ポンプレーザーが照射された際に、コヒーランスがどのように成長するかを理論計算することで、ポンプレーザーによってデコヒーランスが起こるメカニズムを理解する。図 69 のように、3 準位原子の集団にポンプレーザーを照射することで $6s^2 \ ^1S_0 - 6s6p \ ^1P_1$ 準位間の励起を行い、 $6s6p \ ^1P_1 - 6s5d \ ^1D_2$ 準位間で超放射が起こる場合を考える。ここでは断りがない限り、超放射初期の成長のみを扱い、超放射電場は非常に小さく無視できるとし、簡単のためにデコヒーランスは無視する。このとき、コヒーランスの発展を記述するブロッホ

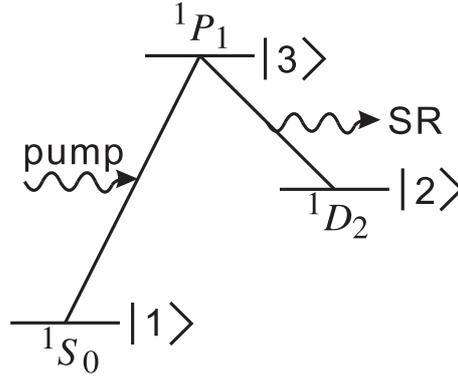


図 69 超放射シミュレーションで考える原子準位である。|1>, |2>, |3> の準位はそれぞれバリウム原子の $6s^2\ ^1S_0$, $6s6p\ ^1P_1$, $6s5d\ ^1D_2$ に対応している。ポンプレーザーによる |3> - |1> 準位間の遷移と超放射による |3> - |2> 準位間の遷移を考える。

方程式は

$$\frac{\partial R_{21}}{\partial \tau'} = \frac{1}{2} \varepsilon_{31} R_{32}^* \quad (109)$$

$$\frac{\partial R_{32}}{\partial \tau'} = -\frac{1}{2} \varepsilon_{31} R_{21}^* \quad (110)$$

と書ける。ここで、 ε_{31} は無次元化したポンプレーザー電場、 R_{ij} は $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間のコヒーランスである。これを解くことによって、コヒーランス R_{21} , R_{32} がどう成長するかを見る。ポンプレーザー電場が一定値 $\langle \varepsilon_{31} \rangle$ を取るとすると、式 109、式 110 は解くことができ、 $\tau' = 0$ で $R_{32} = R_0$, $R_{21} = 0$ とすると

$$R_{32} = R_0 \cos\left(\frac{|\langle \varepsilon_{31} \rangle| \tau'}{2}\right), \quad R_{21} = R_0 \sin\left(\frac{|\langle \varepsilon_{31} \rangle| \tau'}{2}\right) \quad (111)$$

が得られる。ここで、 $R_{32} = R_0$ は量子揺らぎ分極源によって生じる初期コヒーランスである。上式からコヒーランスがポンプレーザーの電場に比例した周波数で振動していることが分かる。一般にレーザーは有限のビーム径を持ち、完全に均一なレーザーは存在しない。レーザー強度は横方向に大きく変化し、原子ごとに感じる電場の大きさが異なるため、各原子のコヒーランスは異なる周波数で振動する。このことからポンプレーザー照射中は、標的全体の平均を取ると、異なる周波数成分同士で打ち消し合い、コヒーランス R_{21} , R_{32} は非常に小さな値を持つ。さらに、ポンプレーザーの照射が終わると同時に超放射が起こり、超放射の成長に関するコヒーランス R_{32} のみが大きく成長することとなる。このようなポンプレーザーによる横方向デコヒーランスが起こる根本的な原因は、用いたポンプレーザーが $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^1P_1$ 準位間の 1 光子遷移に共鳴していることにある。共鳴遷移を用いた場合にはレーザーのラビ振動数は大きくなり、その結果、各原子のコヒーランスの振動周波数の違いも大きくなる。これを解決する手法については次節で議論する。

最後にデコヒーランスや量子揺らぎ分極源を取り扱った 3 準位系に対するマクスウェルブロッホ方程式である式 59 から式 65 を数値計算によって解き、ポンプレーザー照射中及び超

放射放出中の標的コヒーランス分布を求める。図 70 がコヒーランス R_{21} 及び R_{32} を標的中の位置の関数としてプロットしたものである。図中 a はポンプレーザー照射中のコヒーランスを、図中 b は超放射放出中のコヒーランスをプロットしたものであり、黒線はコヒーランスの実部を、赤線は虚部をプロットしたものである。ポンプレーザー照射中は上記の予想通り、コヒーランス R_{21} , R_{32} は激しく振動しており、またその大きさはどちらも 10^{-4} 程度と非常に小さいことが分かる。これに対して、超放射の放射中では R_{21} に比べて R_{32} が 1 ケタ以上大きく、これも上記で予想されていたとおりである。超放射放出中に標的中に生成されるコヒーランス R_{21} は標的全体で平均を取ると $R_{21} = 3 \times 10^{-4}$ であり、実験と同様に非常に小さいことが分かった。なお、ここで示した結果は標的密度が $7.1 \times 10^{19}[\text{m}^{-3}]$ 、標的長が $6.5[\text{cm}]$ について計算したものである。また、ポンプレーザーのパルスエネルギーは $10[\text{mJ}]$ 、パルス幅は $2.2[\text{ns}]$ 、ビーム径は $0.1[\text{mm}]$ であるとし、ストークスレーザーは照射していないとした。計算条件では、標的密度及び標的長がコヒーランス測定時の実験条件より小さな値を仮定している。これは超放射シミュレーションにかかる計算時間が高密度であるほど長くなるため、現実的に可能な密度を選んだ結果である。しかしながら、実験条件のような高密度であってもポンプレーザーによる横方向のデコヒーランスは起こるため、上記の結果と同様にコヒーランスは小さいと考えられる。標的密度及び長さ以外のパラメータについては実験条件と同一の条件で計算している。

5.3 誘導ラマン散乱によるコヒーランスの生成と測定

ここでは、以下で述べる誘導ラマン散乱 (Stimulated Raman Scattering, SRS) という手法を用いて PSR 始状態を生成することで、超放射による生成では非常に小さかったコヒーランスの大きさを改善することを目指す。

超放射による励起では $6s^2 \ ^1S_0 - 6s6p \ ^1P_1$ 準位間の励起において、ポンプレーザーは 1 光子遷移に共鳴しているため、非常にラビ振動数が大きい。このとき、ポンプレーザー強度の不均一性から来る各原子位置におけるレーザーラビ振動数の違いが非常に大きく、原子ごとの時間発展が異なるため、デコヒーランスが起こってしまった。これを解決する手段の 1 つは、図 71 のように $|1\rangle - |3\rangle$ 及び $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間の 1 光子遷移から大きな離調 Δ を取ったポンプレーザー及びストークスレーザーを照射した際に起こる誘導ラマン散乱を用いて準安定状態を生成することである。通常のラマン過程では $|1\rangle$ 準位に占有している原子にポンプレーザーを照射し、 $|3\rangle$ 準位を経由して $|2\rangle$ 準位に遷移する際に、ポンプレーザー光子を吸収し、ポンプレーザーと波長の違うストークス光子が放出される。このとき、各原子は独立に (自然放出的に) 光子を放出するため、 $6s5d \ ^1D_2 - 6s^2 \ ^1S_0$ 準位間のコヒーランスは生成されない。これに対して、誘導ラマン散乱はポンプレーザーに加えてストークスレーザーを照射することで誘導放出によって遷移させるため、コヒーランスの生成が可能となる。[57–59] 誘導ラマン散乱を用いる利点は 2 光子過程であるためにラビ振動数は 1 光子過程に比べて小さいため、各原子位置でのラビ振動数の違いも小さくなり、レーザー強度の不均一性によるデコ

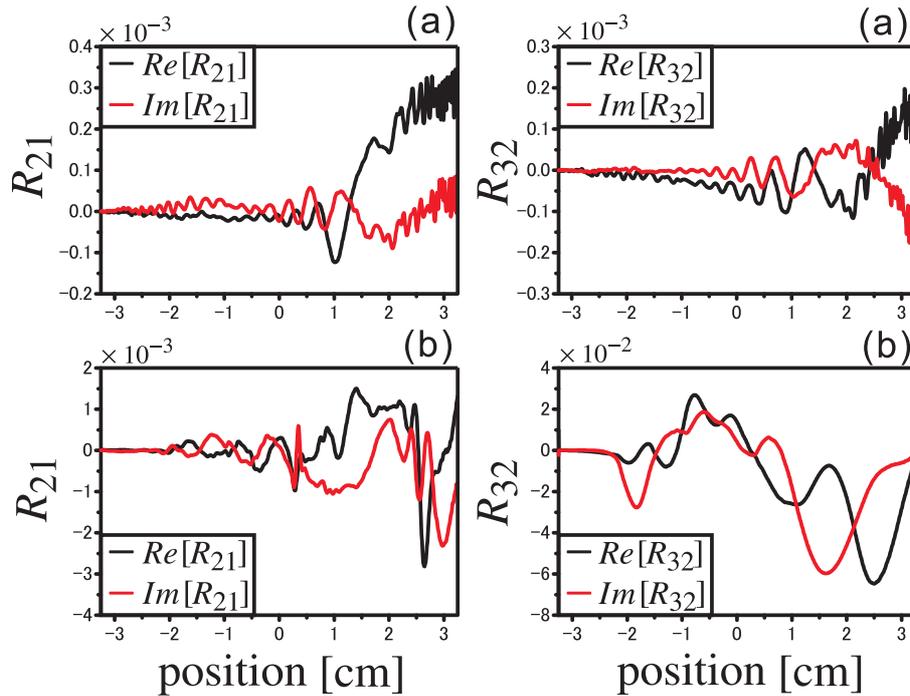


図 70 3 準位模型を用いた超放射シミュレーションによって計算したコヒーランス R_{21} , R_{32} を標的内の位置の関数としてプロットしたものである。(a) にはポンプレーザー照射中のコヒーランスを、(b) には超放射放出中のコヒーランスをプロットした。黒線がコヒーランスの実部、赤線がコヒーランスの虚部である。超放射放出中のコヒーランス R_{21} の平均値は 3×10^{-4} であり、実験同様非常に小さな値となった。なお、縦軸のスケールの違いに注意されたい。

ヒーランスは小さくなると考えられる点にある。^{*32}

図 72 がバリウム原子準安定状態生成に用いる誘導ラマン散乱の模式図である。それぞれ $6s^2 \ ^1S_0 - 5d6p \ ^1P_1$ 及び $5d6p \ ^1P_1 - 6s5d \ ^1D_2$ 準位間の 1 光子共鳴から大きな離調 Δ を取ったポンプレーザー（波長 354.8[nm]、図中 a）とストークスレーザー（波長 595.7[nm]、図中 b）を照射することで $6s^2 \ ^1S_0 - 6s5d \ ^1D_2$ 間のラマン遷移を起こす。

誘導ラマン散乱によるコヒーランス生成と同時に、CARS によるコヒーランスの測定を行う。図 72 のように、プローブレーザー（波長 1064.5[nm]、図中 c）を照射した際に CARS によって生成される反ストークス光（波長 480.9[nm]、図中 d）によって測定する。なお、誘導ラマン散乱によって生成されたコヒーランス測定の実験において、CARS の成長を記述するマクスウェル方程式に現れるパラメータを表 9 にまとめた。

5.3.1 実験セットアップ

図 73 がコヒーランス測定実験の実験装置図である。まず、ヒートパイプを 1050[°C] に熱し、 $2 \times 10^{22}[\text{m}^{-3}]$ の気体バリウムを生成した。ここに、ポンプレーザー（図中 e）及びストークス

^{*32} 超放射による方法でもポンプレーザーの強度を下げれば、ラビ振動数を小さくすることができる。しかし、レーザー強度を下げると光子数が少なくなるため、高密度の原子を励起することができなくなる。

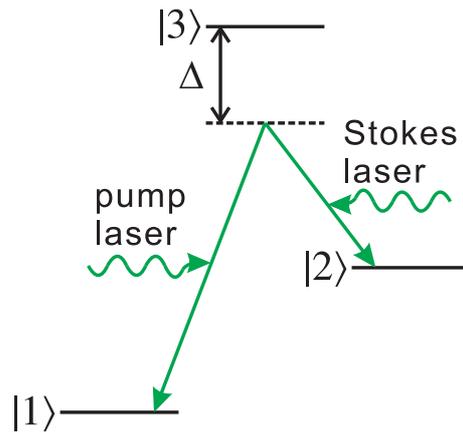


図 71 誘導ラマン散乱 (Stimulated Raman Scattering, SRS) によるコヒーランス生成の模式図である。1 光子共鳴したポンプレーザーを用いている超放射による励起に比べて、誘導ラマン散乱は 2 光子過程であるためラビ振動数が小さい。このことから、レーザー強度の不均一が原因となるデコヒーランスは小さいと考えられる。

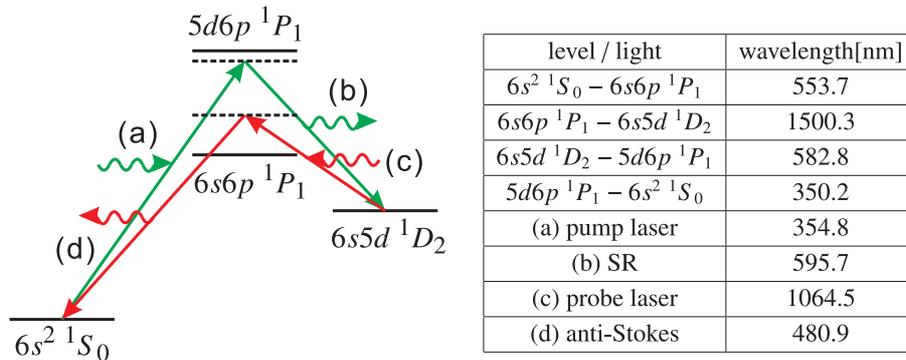


図 72 誘導ラマン散乱によるコヒーランス生成及び生成されたコヒーランス測定実験の模式図である。(a) ポンプレーザー及び (b) ストックスレーザーを照射することで誘導ラマン散乱を起こし、コヒーランスを生成する (黒矢印)。(c) プロブレーザーを照射によって生成された (d) 反ストークス光のパワーを測定し、誘導ラマン散乱によって生成されたコヒーランスを測定する (赤矢印)。

クスレーザー (図中 f) を同軸・同方向に入射し、誘導ラマン散乱によってコヒーランスを生成した。このとき同時にプロブレーザー (図中 g) を照射することで、CARS によって反ストークス光が生成される。反ストークス光はダイクロイックミラー (図中 XI, XII, XIII) 及びバンドパスフィルター (図中 XV) を用いてレーザーと分離し、シリコンフォトダイオード (図中 G) によって検出した。検出した信号はオシロスコープによって測定しており、検出器感度、光学素子でのロスを用いて出力電圧から反ストークス光のパワーを決定した。ポンプ、ストークス、プロブレーザーはシリコンフォトダイオード (それぞれ図中 I, J, H) によって時間プロファイルを測定した。ヒートパイプ中心から各検出器までの光路長はすべて一致しており、検出器とオシロスコープをつなぐケーブル長は一致していることから、反ストークス光がレーザー入射と同時に生成されたか確認できるようになっている。

表9 超放射によって生成されたコヒーランス測定実験において、CARSの成長を記述するマクスウェルブロッホ方程式中に現れるパラメータの表である。

ω_{31} [$\times 10^{15}$ Hz]	ω_{32} [$\times 10^{15}$ Hz]	ω'_{31} [$\times 10^{15}$ Hz]	ω'_{32} [$\times 10^{15}$ Hz]	γ_{31} [Hz]	γ_{32} [Hz]	$ \mu_{22,1} + \mu_{11,1} $ [$\times 10^{-40}$ Fm ²]	$ \mu_{22,1} - \mu_{11,1} $ [$\times 10^{-40}$ Fm ²]	$ \mu_{21} $ [$\times 10^{-40}$ Fm ²]
3.4	1.3	3.9	1.8	1.19×10^8	2.50×10^5	9.7	11	12

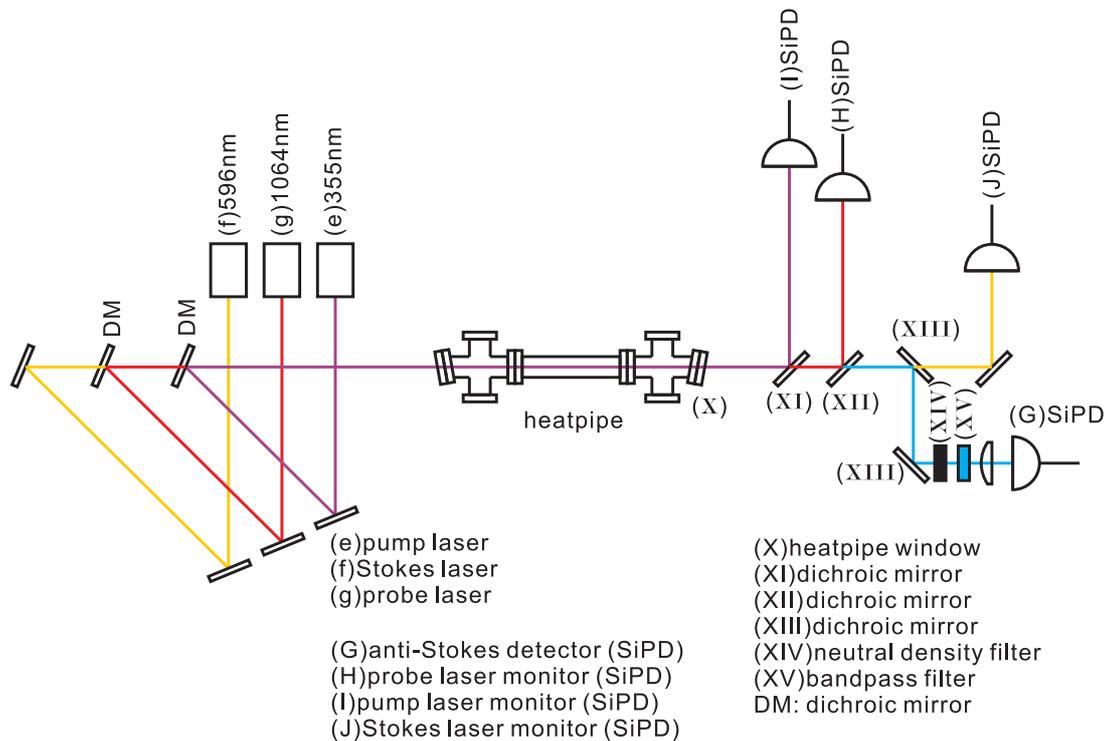


図73 誘導ラマン散乱によるコヒーランス生成及びコヒーランス測定実験の装置図である。(e)ポンプレーザー、(f)ストークスレーザー、(g)プローブレーザーを同軸・同方向に同時に入射した。生成された反ストークス光は(XI, XII, XIII)ダイクロイックミラー及び(XV)バンドパスフィルターによって分離し、(G)シリコンフォトダイオードによって検出した。透過してきたレーザーは、(H, I, J)シリコンフォトダイオードによって時間プロファイルを測定した。すべての検出器に対してヒートパイプ中心からの光路長は一致しており、オシロスコープとつないでいるケーブル長も一致している。

個々の実験装置の詳細については以下で議論する。

■標的 この実験ではヒートパイプは1050[°C]で実験しており、 2×10^{22} [m⁻³]の標的を用いている。前述のように、高温では熱電対で直接ヒートパイプ内部の温度を測定できず、温度から標的密度を決定することはできず、熱伝導シミュレーションすることでヒートパイプ内の温度分布を決定した。その結果から、飽和蒸気圧曲線を用いて最高標的密度 2×10^{22} [m⁻³]及び標的長15[cm]を決定した。

■レーザー ポンプレーザーには、シード光を注入同期した YAG レーザーの 3 倍波 (Continuum、SurliteII-10) を用いた。波長は 354.8[nm]、パルスエネルギーが 8[mJ]、パルス幅は 5[ns]、ビーム径は約 $\phi 5$ [mm] である。このレーザーはシード光を注入同期しているため、ほぼフーリエ変換限界の線幅を持っている。

ストークスレーザーには、YAG レーザーで励起された色素レーザー (Sirah、PrecisionScan) を用いた。波長は 595.7[nm]、パルスエネルギーは 8[mJ]、パルス幅は 2[ns]、ビーム径は約 $\phi 5$ [mm] である。このレーザーの線幅は約 1[GHz] 程度であり、フーリエ変換限界より太い線幅を持っている。

プローブレーザーには、シード光を注入同期した YAG レーザーの基本波 (Continuum、SurliteII-10) を用いた。波長は 1064.5[nm]、パルスエネルギーは 60[μ J]、ビーム径は $\phi 1$ [mm] である。ビーム径はポンプ及びストークスレーザーより十分に小さいため、レーザービームの重なりは十分に保たれている。このことから、プローブレーザーはコヒーランスが生成された場所に照射されていると考えられる。

■検出器 反ストークス光はシリコンフォトダイオード (Hamamatsu、S3399) を用いて検出した。応答速度は 100[MHz]、受光面積は $\phi 3$ [mm] である。反ストークス光検出器の感度は 5.8[V/W] である。検出器前にレンズを配置し、すべての反ストークス光が受光面に入射するようになっている。応答速度はレーザー照射時間と同程度のものであるが、パルスエネルギーの測定には問題ない。

ポンプ・ストークス・プローブレーザーのタイミングモニターには 818-BB-21 というシリコンフォトダイオード検出器を用いた。この検出器の応答速度は 1.2[GHz] であり、レーザーの時間プロファイルを十分に測定可能なものである。

レーザーのパルスエネルギーはパワーメーターを用いて測定した。

■光学素子 反ストークス光に比べて各レーザー強度が強いためダイクロイックミラーとバンドパスフィルターを用いて波長を分離して測定した。また、反ストークス光によって検出器が飽和しないように ND (Neutral Density) フィルターによって減光している。表 10 に光学素子による反ストークス光のロスをもとめた。検出器出力に対してこれらのロスを補正することで、反ストークス光のパワーを決定した。

表 10 反ストークス光の生成されるヒートパイプ内から検出器到達までに配置された各光学素子による反ストークス光のロスである。(t) は透過率を、(r) は反射率を表す。

symbol	element	transmittance(t) (reflectance(r))
(X)	heatpipe window	0.94 (t)
(XI)	dichroic mirror	0.99 (t)
(XII)	dichroic mirror	0.98 (t)
(XIII)	dichroic mirror $\times 2$	0.96 (r)
(XIV)	neutral density filter	0.01 (t)
(XV)	bandpass filter $\times 2$	0.25 (t)

■オシロスコープ オシロスコープ DPO7104 (Tektronix) を使用して検出器の出力を測定した。このオシロスコープの帯域は 1[GHz] であり、十分に各レーザー及び反ストークス光の波形を測定できる。

5.3.2 実験結果

図 74 が誘導ラマン散乱によるコヒーランス生成及び測定実験の結果である。レーザー照射と同時に反ストークス光が生成されていることが分かる。プローブ光のパルスエネルギーは 60[μ J]、反ストークス光のパルスエネルギーは 30[nJ] であることから、反ストークス光への変換効率は 5×10^{-4} である。実験結果から、 $6s5d\ ^1D_2 - 6s^2\ ^1S_0$ 準位間のコヒーランスは $R_{21} = 1 \times 10^{-2}$ であり、超放射によるコヒーランスの生成より 200 倍も改善した。なお、検出したシグナルが反ストークス光であることは以下のように確認した。まず、ポンプ、ストークス、プローブレザーのうち、いずれを照射しない場合でもシグナルが観測されなくなったことから、レーザーの散乱などによる迷光ではないことが分かった。また、反ストークス光のみ透過するバンドパスフィルターを透過していることから、波長が 480.9[nm] と同定されたことから、反ストークス光であることを確かめた。

コヒーランスは改善されたものの、その大きさはコヒーランスの最大値である 1 より小さいものとなっている。PSR の観測には 1 程度のコヒーランスが必要であり、さらなる改善が必要である。コヒーランスを制限する要因として 2 つのものが考えられる。第一に、現在使用しているポンプ・ストークスの 2 本のレーザーは独立なレーザーシステムであるため、空間および時間的なレーザーパルスの重なりが悪く、このために生成されるコヒーランスが小さくなった可能性が考えられる。第二に、ストークスレーザーに使用している色素レーザーは線幅が広くこれがコヒーランス生成に影響を与える可能性が考えられる。これらを改善することで、さらに大きなコヒーランスの生成が期待される。

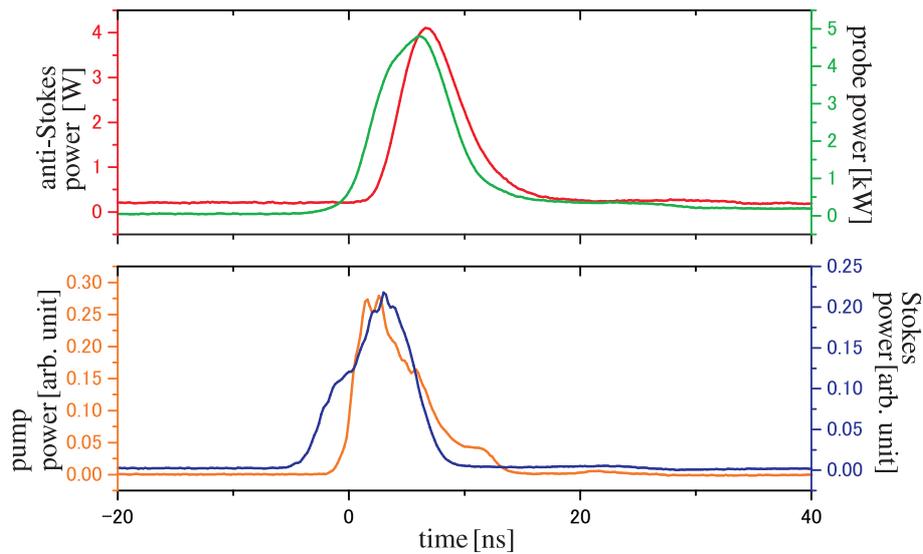


図 74 誘導ラマン散乱によるコヒーランス生成と、CARS によるコヒーランス測定結果である。(下図) 橙線がポンプレーザーパワー、青線がストークスレーザーパワー、(上図) 緑線がプローブレーザーパワー、赤線が反ストークス光のパワーを時間の関数としてプロットしたものである。ポンプ、ストークス、プローブレーザーの照射と同時に反ストークス光が観測されている。この結果から、コヒーランスは $R_{21} = 0.01$ であることが分かった。

6 結論

6.1 まとめ

マクロコヒーラント増幅機構はコヒーラントな原子集団から複数の粒子が放出される過程で、超放射と比べて非常に大きなコヒーラント領域を持つため、放出レートの莫大な増幅が起こると予想されている。このような性質から、マクロコヒーラント増幅機構はニュートリノ対生成のような稀な現象の観測への応用が期待される。マクロコヒーラント増幅機構を用いるには、増幅機構を検証し、その詳細を究明することが不可欠であるが、2光子過程に対して増幅機構を適用した対超放射 (PSR) を観測することで、増幅機構の検証及び詳細の究明が可能となる。本研究では PSR 観測に向けた基礎開発研究として以下に記述したことを達成した。

まず、PSR の観測に向けて標的である気体バリウム原子の準安定状態を生成した。PSR 観測に必要な標的生成の条件は、高密度で長い標的を短時間に効率よく励起すること、生成された状態に $6s5d\ ^1D_2 - 6s^2\ ^1S_0$ 準位間 (PSR 始状態及び終状態間) の大きなコヒーランスが生成されていることである。準安定状態の生成は、パルスのポンプレーザー (波長 553.7[nm]) により $6s^2\ ^1S_0$ 準位から $6s6p\ ^1P_1$ への励起後に起こる超放射 (波長 1500.4[nm]) による $6s6p\ ^1P_1 - 6s5d\ ^1D_2$ 準位間の脱励起を用いて生成した。観測された超放射パルス幅は 1[ns] 程度と非常に短時間の励起に成功し、準安定状態の生成効率 ($6s^2\ ^1S_0 \rightarrow 6s5d\ ^1D_2$) は 30[%] と高効率な励起を達成した。また、標的密度及び標的長についても、標的密度測定を行い、

それぞれ $2 \times 10^{22}[\text{m}^{-3}]$ 及び $0.15[\text{m}]$ を達成した。しかしながら、コヒーラント反ストークスラマン散乱 (Coherent Anti-Stokes Raman Scattering, CARS) を用いて超放射で生成されたコヒーランスを測定した結果、 5×10^{-5} と非常に小さい値を持つことが分かった。以上のように、PSR 観測に必要な条件は、コヒーランスを除いてほぼ達成できた。生成コヒーランス改善の結果については別途議論する。続いて、ここで観測された超放射の遅延時間、ピークパワー、パルスエネルギーを解析し、遅延時間が標的密度に反比例し、ピークパワーが標的密度の 2 乗に比例するという超放射の特徴が確認された。また、超放射模型を構築してシミュレーションを行い、実験結果とシミュレーション結果を比較し、ピークパワーについては実験結果を良く再現でき、遅延時間及びパルスエネルギーについても概ね再現することができた。実験結果では低密度においてパルスエネルギーの急激な減少が起こったが、これもシミュレーションによって再現することができた。この事実は、標的密度が減少し、閾値密度以下になるとデコヒーランスにより超放射が起こらなくなることから理解できる。以上のように、シミュレーションによって、超放射の主な特徴を再現することに成功し、有効な 2 準位系に対する超放射模型を構築することができた。これは、超放射と同様のコヒーラント現象である PSR 機構の究明につながる成果である。

PSR 観測には PSR と同じ波長のレーザー (トリガーレーザー) の照射が不可欠である。PSR におけるトリガーレーザー動作機構究明のために、超放射で同様の役割を持つストークスレーザー (超放射と同じ波長) を照射して超放射を観測し、ストークスレーザー動作機構を究明した。超放射初期の成長においてコヒーランスは自然放出によって成長し、それを種にして超放射が成長する。十分な強度のストークスレーザー照射はコヒーランス成長を促進し、自然放出によるコヒーランス成長を上回った場合、遅延時間 (励起から超放射が起こるまでの時間) の短縮が予想される。遅延時間短縮の観測に成功し、短縮の起こるストークスレーザー強度の閾値が理論で予想される結果と一致した。また、ストークスレーザーによって複数の超放射モードの内、1 モードが選ばれ、角分布の先鋭化が起こると予想される。照射した場合としない場合で放射角が 1/27 倍も変化し、角分布の先鋭化が起こることを観測し、この実験結果は理論予想と一致した。以上のようにストークスレーザーによるコヒーランス成長促進機構を究明できた。

最後に、生成コヒーランスの改善について述べる。超放射によって生成されるコヒーランスが小さい原因を探るために、ポンプレーザーによる励起を含めた $6s^2\ ^1S_0$, $6s6p\ ^1P_1$, $6s5d\ ^1D_2$ の 3 準位系の超放射模型を構築し、これを用いて $6s5d\ ^1D_2 - 6s^2\ ^1S_0$ 準位間のコヒーランスを評価した。その結果、各原子位置でのポンプレーザーラビ振動数が異なることから、原子ごとにコヒーランスの成長が異なり、標的全体の平均ではコヒーランスの打ち消しが起こり、小さなコヒーランスを持つことが判明した。超放射による励起では $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^1P_1$ 準位間に共鳴したポンプレーザーを使用しているため、ラビ振動数が大きく、この効果が大きくあらわれたと考えられる。これを解決するために、1 光子共鳴から離調した 2 本のレーザーを用いた誘導ラマン散乱によって、PSR 標的の生成を行った。誘導ラマン散乱による励起では 1 光子共鳴からの大きな離調のため、ラビ振動数は比較的小さく、上記のレーザーによる

デコヒーランスは小さいと考えられる。誘導ラマン散乱で生成されたコヒーランスを CARS によって測定し、 1×10^{-2} と超放射による励起に対して 200 倍の改善がみられた。しかしながら、PSR 観測のためにはさらなるコヒーランスの改善が必要である。

6.2 今後の展望

今後の課題としては、PSR 観測に向けて生成コヒーランスのさらなる改良が必要となる。現在の実験条件では、最大コヒーランスの生成に十分な誘導ラマン散乱の 2 光子ラビ振動数を達成しており、他の原因によって生成コヒーランスの大きさが制限されていると考えられる。^{*33} 誘導ラマン散乱によるコヒーランス生成を妨げている原因としては、レーザー線幅がフーリエ限界線幅よりも大きいこと、使用しているポンプレーザー及びストークスレーザーの時間及び空間プロファイルが一致していないこと等が考えられる。これらを改善することで生成コヒーランス制限の原因を探ること及び改善を目指すことが目標となる。また、誘導ラマン散乱の解析は現在、レーザーの伝搬を扱っていない光学ブロッホ方程式を用いているが、より正確な予測ができるようにマクスウェルブロッホ方程式を用いたシミュレーションを行っていく必要がある。

また標的である気体バリウム原子を、さらに高密度に生成することも PSR をより詳細に観測する上で重要である。これには、標的生成に用いているヒートパイプの改良が必要である。より高耐熱で液体バリウムに対して安定なものを使用すること、より高出力のヒーターを用いる等の改良が考えられる。

*33 コヒーランスの最大値は 1 である。

付録 A 超放射

A.1 2 準位系に対する量子論的マクスウェルブロッホ方程式の導出

ここでは、超放射の発展を記述するために、2 準位原子集団と 2 準位のエネルギー間隔に共鳴する電磁波との相互作用を考える。以下の議論は文献 [14] を参考にしている。

A.1.1 ハイゼンベルグ方程式

■2 原子系のハミルトニアン 図 75 のような $|e\rangle, |g\rangle$ の 2 準位を持つ原子集団と電場の相互作用を考える。準位間のエネルギー差を ω_0 と記す。原子系の状態は密度行列演算子

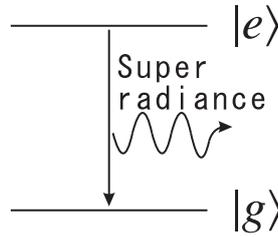


図 75 本章で取り扱う 2 準位原子の準位構造である。この準位構造を持つ原子集団について、エネルギーの高い準位 $|u\rangle$ から低い準位 $|l\rangle$ への遷移に伴う超放射を考える。

$$\rho_j^+ = |e\rangle_j \langle g|_j, \quad \rho_j^- = |g\rangle_j \langle e|_j, \quad \rho_j^3 = \frac{1}{2}(|e\rangle_j \langle e|_j - |g\rangle_j \langle g|_j) \quad (112)$$

と書ける。ここで添え字 j は各原子を表し、標的中には総数 N 個存在すると仮定する。また標的は断面 S 、長さ L の円柱形をしており、フレネル数は $F = S/(\lambda_0 L) = 1$ であるとする。上記した演算子を使うとハミルトニアンは

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_F + \hat{H}_I$$

$$\hat{H}_A \equiv \hbar\omega_0 \sum_{j=1}^N \rho_j^3, \quad \hat{H}_F \equiv \sum_k \hbar\omega_k a_k a_k^\dagger, \quad \hat{H}_I \equiv - \sum_{j=1}^N \hat{d}_j E(r_j) \quad (113)$$

と与えられる。ここで d_j は遷移双極子モーメント演算子であり*34

$$\hat{d}_j = d\rho_j^+ + d^*\rho_j^-, \quad d \equiv \langle g|er|e\rangle \quad (114)$$

と定義される量である。また一般に波数 \vec{k} はベクトル量であるが、混乱の無い限り簡単に k と記す（従って、 $kr_j \rightarrow \vec{k} \cdot \vec{r}_j$ ）。電磁場の偏極状態については、今後の応用を考え、常に進行方向 (z 方向) に垂直であると仮定し、表示しないこととした。電場については一般に正負の周波数部分 ($E^{(+)} \sim e^{-i\omega t}$ 及び $E^{(-)} \sim e^{+i\omega t}$) に分解することが可能であり、例えば

$$E^{(+)}(r) = i \sum_k e_k e^{ikr} a_k(t), \quad e_k = \sqrt{\frac{\hbar kc}{2\epsilon_0 V_q}} \quad (115)$$

34 d は遷移双極子モーメントベクトルの大きさを表す。 $dd^ = d_x^2 + d_y^2 + d_z^2$

等となる。ここで場の時間依存性については、消滅演算子 $a_k(t)$ に組み込まれていることに注意されたい。なお $V_q = L_q^3$ は量子化体積で、最終結果は勿論 V_q に依存しない。

■ハイゼンベルグ方程式 式 112 の密度行列をハイゼンベルグ方程式に代入し、回転波近似 (Rotating Wave Approximation) を施すことで以下の方程式が得られる。

$$\frac{d\rho_j^3}{dt} = \frac{i}{\hbar}(\rho_j^+ dE^{(+)} - \rho_j^- d^* E^{(-)}) = \frac{i}{\hbar}(\rho_j^+ dE^{(+)} - d^* E^{(-)} \rho_j^-) \quad (116)$$

$$\frac{d\rho_j^-}{dt} = -i\omega_0 \rho_j^- - \frac{2i}{\hbar} \rho_j^3 dE^{(+)} \quad (117)$$

$$\frac{da_k}{dt} = -i\omega_k a_k(t) + \frac{1}{\hbar} \sum_j e^{-ikr_j} g_k^* \rho_j^- \quad (118)$$

$$g_k \equiv de_k = d \sqrt{\frac{\hbar kc}{2\epsilon_0 V_q}} \quad (119)$$

この式の導出は以下の通りである (添え字 j を省略)。まず密度行列演算子がスピン代数

$$[\rho^+, \rho^-] = 2\rho^3, \quad [\rho^3, \rho^+] = +\rho^+, \quad [\rho^3, \rho^-] = -\rho^- \quad (120)$$

を満たすことに注意すると、第一式及び第二式については

$$\begin{aligned} -i\hbar \frac{d\rho^3}{dt} &= [\hat{H}, \rho^3] = -[(d\rho^+ E + d^* \rho^- E), \rho^3] = -(-d\rho^+ E + d^* \rho^- E) \\ -i\hbar \frac{d\rho^-}{dt} &= \hbar\omega_0 [\rho^3, \rho^-] - [(d\rho^+ E + d^* \rho^- E), \rho^-] = -\hbar\omega_0 \rho^- - 2d\rho^3 E \end{aligned} \quad (121)$$

となる。この式に回転波近似を行うことで式 116、式 117 が得られる。回転波近似とは ρ_j^3 や ρ_j^+ の時間微分を考える際に、これらのメインの振動成分と同程度の振動項のみ残し、他の振動項を落とすというものである。例えば、 ρ^- については、 $\rho^\pm \sim e^{\pm i\omega_0 t}$ の依存性を持ち、 ρ_j^3 にはそのような速い振動項は存在しない。 $\rho^+ E^{(+)}$, $\rho^- E^{(-)}$ は ω_0, ω_k 程度の早い振動は存在せず、 $\rho^+ E^{(-)}$, $\rho^- E^{(+)}$ はそれぞれ $e^{2i\omega t}$ 及び $e^{-2i\omega t}$ という依存性を持っている。第三式については交換関係

$$[a_k, a_{k'}^\dagger] = \delta_{k,k'} \quad (122)$$

を用いる。重要な部分 (\hat{H}_I) だけを書くと

$$\begin{aligned} [\hat{H}_I, a_k] &= - \sum_j [(\mu\rho_j^+ E^{(-)} + \mu^* \rho_j^- E^{(+)}) , a_k] \simeq - \sum_j [\mu^* \rho_j^- E^{(+)}, a_k] \\ &= i \sum_j \sum_{k'} [\rho_j^- g_{k'}^* e^{-ikr_j} a_{k'}^\dagger, a_k] = -i \sum_j g_k^* e^{-ikr_j} \rho_j^- \end{aligned} \quad (123)$$

となる。第一式から第二式へは $[a_k, a_k] = 0$ の事実を用い、第二式から第三式へは RWA 近似を適用した。

■Normal ordering 式 116、式 117 の最右辺をよく見ると、原子演算子 ρ_j^\pm と電場演算子 $E^{(\pm)}$ との可換性を利用し、両者の相対位置を一部入れ替えている。これは Normal ordering と呼ばれる措置で、具体的には a_k^\dagger (a_k) を原子演算子の左 (右) 側に配置する。こうすると縦緩和や横緩和の項が “Radiation reaction” の項で記述可能となる。

A.1.2 電磁場と放射反作用

■電磁場 電磁場 E は様々な起源を持つ。まず真空も場を提供する (真空の輻射場と呼ぶ)。これ以外にも原子遷移が起源となる場が存在する。準古典近似ではこれらのうち最も大きくなる原子遷移起源の場のみを扱っているが、我々の注目する超放射の初期状態では、真空の輻射場も同様に重要である。真空の輻射場は

$$E_{vac}^{(+)}(r_j, t) = i \sum_k a_k(0) e_k e^{-i(\omega_k t - kr_j)} \quad (124)$$

と表すことが出来る。原子遷移起源の場については、更に注目している原子 (j) 自身が放出する電磁場 (放射反作用: Radiation Reaction) とその他の原子集団が放出する電磁場 (双極子電場: Dipole Field) とに分離し

$$E_{rr}(r_j, t) + E_{dip}(r_j, t) \quad (125)$$

と表すことが出来る。この2つは微分方程式 (式 118) を解き、その結果を式 115 に代入することで得られる。各々の正周波数パートは、

$$\begin{aligned} E_{dip}^{(+)}(r_j, t) &= \frac{i}{\hbar} \sum_{j' \neq j} \sum_k g_k^* e_k e^{ik(r_j - r_{j'})} \int_0^t dt' e^{-i\omega_k(t-t')} \rho_{j'}^-(t') \\ E_{rr}^{(+)}(r_j, t) &= \frac{i}{\hbar} \sum_k' g_k^* e_k \int_0^t dt' e^{-i\omega_k(t-t')} \rho_j^-(t') \end{aligned} \quad (126)$$

により与えられる。なお \sum_k' は、偏極状態の和または平均操作を含む、全ての波数ベクトルについての和 (実際には積分) を意味する。

■放射反作用 (自然放出) ここでは注目する原子が自発放射する過程を考察する。まず式 126 の右辺で、原子演算子 $\rho_j^-(t')$ は、 $t > t'$ の時間帯は他の原子や場と相互作用せず自由に発展すると近似する。そうすると

$$\rho_j^-(t') = \rho_j^-(t) e^{-i\omega_0(t-t')} \quad (127)$$

が成り立つ。式 126 に $-id/\hbar$ を掛けた量は、 $t \gg 1/\omega_0$ の時間領域に於いて^{*35}

$$\begin{aligned} \frac{-id}{\hbar} E_{rr}^{(+)}(r_j, t) &\simeq \frac{1}{\hbar^2} \sum_k' |g_k|^2 \int_0^{t \rightarrow \infty} dt' e^{-i(\omega_k - \omega_0)(t-t')} \rho_j^-(t') \\ &= \frac{1}{\hbar^2} \sum_k' |g_k|^2 \pi \delta(\omega_k - \omega_0) \rho_j^-(t) = \frac{\gamma}{2} \rho_j^-(t), \\ \gamma &\equiv \frac{2\pi}{\hbar^2} \sum_k' |g_k|^2 \delta(\omega_k - \omega_0) \end{aligned} \quad (128)$$

が成り立つ。新たに導入した γ については、波数ベクトルの和記号は積分

$$\sum_k \rightarrow \int \frac{d^3k}{(2\pi/L_q)^3} = \frac{V_q}{(2\pi)^3} \int k^2 dk d\Omega \quad (129)$$

*35 デルタ関数が偶関数であることを使う。虚数部は発散するが考察する物理過程では無視可能。

に置き換えられることに注意すると

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{\hbar^2} \sum_k |g_k|^2 \delta(\omega_k - \omega_0) &= \frac{2\pi}{\hbar^2} \frac{V_q}{(2\pi)^3} \int k^2 dk d\Omega \left\{ |d|^2 \left(\frac{\hbar kc}{2\epsilon_0 V_q} \right) \delta(c(k - k_0)) \right\} \\ &= \frac{|d|^2 k_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 \hbar} (4\pi) = \frac{|d|^2 k_0^3}{2\pi \epsilon_0 \hbar} \end{aligned} \quad (130)$$

と結論される。最後に偏極について考察する。和記号 \sum' は偏極については和及び平均化を想定している。今の場合原子に特定の方向性がないとすると

$$\sum' |d|^2 = d_y^2 + d_z^2 = \frac{2}{3} |d|^2 \quad (131)$$

と考えると良い。よって

$$\gamma = \frac{|d|^2 k_0^3}{3\pi \epsilon_0 \hbar} = \frac{1}{\tau_N} \quad (132)$$

となり、 γ は自然放出の幅（寿命 τ_N の逆数）を表す事が判明する。

さて、式 128 を考慮すると、式 116 の右辺については

$$\frac{i}{\hbar} (\rho_j^+ d E_{rr}^{(+)} - d^* E_{rr}^{(-)} \rho_j^-) = -\gamma \rho_j^+ \rho_j^- = -\gamma \left(\rho_j^3 + \frac{1}{2} \right) \quad (133)$$

と変形でき、また式 117 の右辺については

$$-\frac{2i}{\hbar} \rho_j^3 d E_{rr}^{(+)} = \gamma \rho_j^3 \rho_j^- = -\frac{\gamma}{2} \rho_j^- \quad (134)$$

と変形できる。これらの計算においてはスピン代数

$$\begin{aligned} \rho^+ \rho^- &= |e\rangle \langle e| = \rho^3 + \frac{1}{2} (|e\rangle \langle e| + |g\rangle \langle g|) = \rho^3 + \frac{1}{2} \\ \rho^3 \rho^- &= \frac{1}{2} (|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g|) |g\rangle \langle e| = -\frac{1}{2} |g\rangle \langle e| = -\frac{1}{2} \rho^- \end{aligned} \quad (135)$$

を用いる。以上の計算を纏めると、自然放出の影響を取り入れた運動方程式は

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_j^3}{dt} &= -\gamma \left(\rho_j^3 + \frac{1}{2} \right) + \frac{i}{\hbar} (\rho_j^+ d (E_{vac}^{(+)} + E_{dip}^{(+)} - d^* (E_{vac}^{(-)} + E_{dip}^{(-)}) \rho_j^-) \\ \frac{d\rho_j^-}{dt} &= -\left(i\omega_0 + \frac{\gamma}{2} \right) \rho_j^- - \frac{2i}{\hbar} \rho_j^3 d (E_{vac}^{(+)} + E_{dip}^{(+)} \end{aligned} \quad (136)$$

となる。

A.1.3 エンベロープの変化を記述する方程式

■原子集団演算子 まず各原子すべてについて運動方程式を解くことは不可能であるので、原子 j に関して平均化操作

$$\rho_z^\alpha(t) = \frac{1}{N_s} \sum_{j \in \Delta L(z)} \rho_j^\alpha(t), \quad \alpha = (\pm, 3) \quad (137)$$

を定義し、連続変数 z に移行する。^{*36}ここで N_s は z 近傍領域 $\Delta L(z) = [z - \Delta L/2, z + \Delta L/2]$ に存在する原子数を表す。(図 76 参照)。この定義により式 136 は

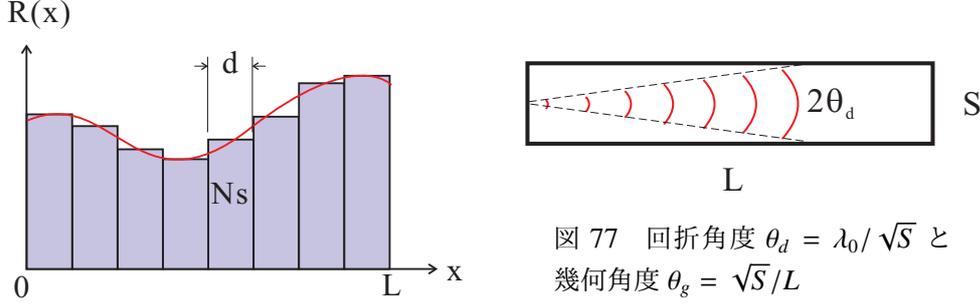


図 76 領域の定義と積分

図 77 回折角度 $\theta_d = \lambda_0 / \sqrt{S}$ と幾何角度 $\theta_g = \sqrt{S} / L$

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_z^3}{dt} &= -\gamma \left(\rho_z^3 + \frac{1}{2} \right) + \frac{i}{\hbar} \left(\rho_z^+ d(\bar{E}_{vac}^{(+)} + \bar{E}_{dip}^{(+)}) - d^* (\bar{E}_{vac}^{(-)} + \bar{E}_{dip}^{(-)}) \rho_z^- \right) \\ \frac{d\rho_z^-}{dt} &= -\left(i\omega_0 + \frac{\gamma}{2} \right) \rho_z^- - \frac{2i}{\hbar} \rho_z^3 d(\bar{E}_{vac}^{(+)} + \bar{E}_{dip}^{(+)}) \end{aligned} \quad (138)$$

と変形される。但し、一次元模型 (z 方向のみ) に帰着させるため、連続変数に移行するとき、式 124 及び式 126 で与えた電場については以下の修正 (断面平均) を加えている。

$$\begin{aligned} \bar{E}_{vac}^{(+)} &= i \sum_k F_d(k_x, k_y) a_k(0) e_k e^{-i(\omega_k t - k_z z)} \\ \bar{E}_{dip}^{(+)} &= \frac{iN_s}{\hbar} \sum_{\{\Delta L(z')\}} \sum_k F_d(k_x, k_y) g_k^* e_k \int_0^t dt' e^{ik_z(z-z') - ick(t-t')} \rho_{z'}^-(t') \end{aligned} \quad (139)$$

ここで $F_d(k_x, k_y)$ は位相因子に関する断面平均であり、

$$F_d(k_x, k_y) = \frac{1}{S} \int_S e^{ik_y y + ik_z z} dy dz \quad (140)$$

により定義される量である。また $\bar{E}_{dip}^{(+)}$ については、各原子 i からの和を

$$\sum_{j' \neq j} \rightarrow N_s \sum_{\{\Delta L(z')\}} \quad (141)$$

と書き改めた。 $\{\Delta L(z')\}$ は標的を厚み ΔL の領域で分割したときの各領域を表し、総数は $L/\Delta L$ である。勿論 $N/l = N_s/d$ が成り立つ。 $F_d(k_x, k_y)$ を古典電磁気学の立場で解釈すると、開口部 S を通過した平面波の遠方に於ける角度拡がり因子に他ならない。良く知られたように、遠方電磁場は回折角度内 ($\theta_d = \lambda_0 / \sqrt{S}$) に限定される。重要な考察は、標的下流への影響がどの様に現れるかである。このため回折角度と幾何角度 ($\theta_g = \sqrt{S} / L$) の関係を用い、3つの場合に分類する。即ち

$$\begin{cases} \theta_g \gg \theta_d & \rightarrow F \gg 1 \\ \theta_g \simeq \theta_d & \rightarrow F \simeq 1 \\ \theta_g \ll \theta_d & \rightarrow F \ll 1 \end{cases} \quad (142)$$

^{*36} 後に議論するように $\lambda \ll d, d \ll L$ のような標的形状では超放射は軸方向に指向性を持つため、 $F \sim 1$ では 1 次元模型がよい近似であると考えられる。

に分類する。最も簡単なのは $F \simeq 1$ の場合であり、このときは下流においても断面全体が同一位相で励起される。従ってコヒーランスは下流標的全体に拡大し、標的全体から超放射が成長する。 $F \gg 1$ の場合 (Ba 実験の場合 F は 10 程度) は、回折角度は幾何角度より小さいので、下流の標的断面は同一位相で励起されない。この場合 $F = 1$ の多数の円柱に分割され、いわゆる“スパゲティの束”になるであろう。逆に $F \ll 1$ の場合には、実質的に電場は標的断面より大きな角度で放射されることになり、有効電場角度領域は小さくなる。(光子の言葉で言えば、確率的に有効な方向に放射される数は減少する。) 以下では断りがない限り、考察を $F = 1$ の場合に限定する。この場合波数ベクトルが回折角に入るか否かで分類し

$$F_d(k_x, k_y) = \begin{cases} 1 & \vec{k} \in \Delta\Omega_d = \frac{\lambda_0^2}{S} \\ 0 & \vec{k} \notin \Delta\Omega_d \end{cases} \quad (143)$$

として良いだろう。更に $k_z \simeq k$ とすると

$$\begin{aligned} \mu\bar{E}_{vac}^{(+)} &= i \sum_{k \in \Delta\Omega_d} a_k(0) g_k e^{-ik(ct-z)} \\ \mu\bar{E}_{dip}^{(+)} &= \frac{iN_s}{\hbar} \sum_{\{\Delta L(x')\}} \sum_{k \in \Delta\Omega_d} |g_k|^2 \int_0^t dt' e^{ik((z-z')-c(t-t'))} \rho_z^-(t') \end{aligned} \quad (144)$$

が成り立つ。以上の近似で重要なのは、前提としたフレネル数 $F = 1$ なる仮定である。

■微小振幅変動近似 (Slowly Varing Envelope Approximation) 次に微小振幅変動近似 (Slowly Varing Amplitude Approximation) を適用する。このため^{*37}

$$\begin{aligned} \rho_z^-(t) &= \tilde{\rho}^-(z, t) e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} \\ \rho_z^3(t) &= \tilde{\rho}^3(z, t) \end{aligned} \quad (145)$$

等と書き表す。 $\tilde{\rho}$ は ω に比べて緩やかに変化する量である。以下では右に進行する電磁波のみを考察する。式 138 に上式を代入すると

$$\frac{d\tilde{\rho}^-}{dt} e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} = -\frac{\gamma}{2} \tilde{\rho}^- e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)} - \frac{2i}{\hbar} \tilde{\rho}^3 \mu(\bar{E}_{vac}^{(+)} + \bar{E}_{dip}^{(+)}) \quad (146)$$

となるが、式 144 を用いて整理すると

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\rho}^-}{dt} &= -\frac{\gamma}{2} \tilde{\rho}^- + 2\tilde{\rho}^3 A^{(+)} + F^{(+)} \\ A^{(+)}(z, t) &= \frac{-i}{\hbar} \bar{E}_{dip}^{(+)} e^{i(\omega_0 t - k_0 z)} = \frac{N_s}{\hbar^2} \sum_{k \in \Delta\Omega_d} \sum_{\{d(z')\}} |g_k|^2 \int_0^t dt' e^{i(k-k_0)((z-z')-c(t-t'))} \tilde{\rho}^-(z', t') \\ F^{(+)}(z, t) &= \frac{2}{\hbar} \tilde{\rho}^3 \sum_{k \in \Delta\Omega_d} a_k(0) g_k e^{-i(k-k_0)(ct-z)} \end{aligned} \quad (147)$$

が得られる。定義からも分かるように $A^{(+)}$ は電気双極子電場のラビ振動数に該当する。また、真空の輻射場に起因する $F^{(+)}$ は次章で考察するように確率的で、ランジュバン力に相当

^{*37} $\tilde{\rho}^3$ を定義するのは、単に統一的記法を採用するためである。

する。これらの項は共にコヒーランスの生成 (または減衰) に関連するが、超放射の初期においては後者が主要な項となる。 $A^{(+)}$ については、恒等式

$$\int_0^{\infty} e^{i(k-k_0)\alpha} dk = 2\pi\delta(\alpha) \quad (148)$$

を使うと更に簡単化される。上式において積分の寄与は主として $k \sim k_0$ に起因することにも注意すると式 147 は

$$\begin{aligned} A^{(+)}(z, t) &= \frac{N_s}{\hbar^2} \Delta\Omega_d \sum_{\{\Delta L(z')\}} \int_0^t dt' \int_0^{\infty} \frac{k^2 dk}{(2\pi/L_q)^3} (|g_k|^2 e^{i(k-k_0)((z-z')-c(t-t'))} \tilde{\rho}^-(z', t')) \\ &= \frac{N_s}{\hbar^2} \Delta\Omega_d \sum_{\{d(z')\}} \int_0^t dt' \left\{ (2\pi)\delta((z-z')-c(t-t')) \frac{k_0^2 |d|^2}{(2\pi/L_q)^3} \frac{\hbar k_0 c}{2\epsilon_0 V_q} \tilde{\rho}^-(z', t') \right\} \\ &= \frac{N_s}{\hbar} \Delta\Omega_d \sum_{z' < z} \frac{k_0^3 |d|^2}{8\pi^2 \epsilon_0} \tilde{\rho}^-(z', t - (z-z')/c) = \frac{\Delta\Omega_d}{4\pi} \frac{3\gamma}{2} N_s \sum_{z' < z} \tilde{\rho}^-(z', t - (z-z')/c) \end{aligned}$$

と変形できる。上式で和記号に関する添え字 $z' < z$ は、因果律に起因する因子で $z' < z$ を満たす領域全体の和を表す。ここで特性時間

$$T_R^{-1} \equiv \frac{3}{2} \left(\frac{\lambda_0^2}{4\pi S} \right) N\tau_N^{-1}, \quad (149)$$

を導入すると、最終的に

$$A^{(+)}(z, t) = \frac{N_s}{NT_R} \sum_{z' < z} \tilde{\rho}^-(z', t - (z-z')/c) \quad (150)$$

が得られる。上式は $N_s/N = d/L$ であることに注意すると

$$A^{(+)}(z, t) = \frac{1}{LT_R} \int_0^z \tilde{\rho}^-(z', t - (z-z')/c) dz' \quad (151)$$

と書くことも出来る。これを古典量だと見なせば、マクスウェル方程式

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) A^{(+)}(z, t) = \frac{c}{LT_R} \tilde{\rho}^-(z, t) \quad (152)$$

を満たす。最後に $\tilde{\rho}^3(z, t) \equiv \tilde{\rho}_z^3(t)$ に対する方程式は

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma \right) \left(\tilde{\rho}^3(z, t) + \frac{1}{2} \right) = -\tilde{\rho}^{(+)}(z, t) A^{(+)}(z, t) + h.c. \quad (153)$$

で与えられる。なお右辺にランジュバン力に起因する項が付け加わるが、効果は小さく重要でないので無視した。

A.1.4 量子揺らぎに起因する巨視的原子分極源

■ランジュバンカ ここでは導出したランジュバンカ $F_R^{(+)}$ (式 147 参照) をより詳しく考察する。超放射の初期状態を考察対象とするとき、原子は全て励起状態にあり、従って占有率差は $\tilde{\rho}^3(z, t) = \frac{1}{2}$ と見なして構わない。そこで、この仮定を考慮した演算子 $f_R^{(+)}$ を

$$f_R^{(+)}(t') \equiv \frac{1}{\hbar} \sum_{k \in \Delta\Omega_d} g_k a_k(0) e^{-ic(k-k_0)t'}, \quad t' = t - \frac{z}{c} \quad (154)$$

と定義しよう。 $f_R^{(-)}$ は $f_R^{(+)}$ のエルミート共役演算子である。また真空についての期待値を $\langle \dots \rangle$ で表そう。そうすると

$$\langle f_R^{(+)}(t') f_R^{(-)}(\tilde{t}') \rangle = \frac{1}{N\tau_R} \delta(t' - \tilde{t}') \quad (155)$$

が成立する。これが主要な結論の一つであるので、まずそれを証明する。生成消滅演算子の交換関係及び $a_k(0)|vac\rangle = 0$ を考慮すると

$$\langle a_k(0) a_{k'}^\dagger(0) \rangle = \delta_{k,k'}, \quad \langle a_k^\dagger(0) a_{k'}(0) \rangle = 0 \quad (156)$$

が成り立つ。これを使うと、式 155 を以下の如く証明することが出来る。

$$\begin{aligned} & \langle f_R^{(+)}(t') f_R^{(-)}(\tilde{t}') \rangle \\ &= \frac{1}{\hbar^2} \sum_{k \in \Delta\Omega_d} \sum_{k' \in \Delta\Omega_d} g_k g_{k'}^* \delta_{k,k'} \exp(-ic(k-k_0)t') \exp(+ic(k'-k_0)\tilde{t}') \\ &= \frac{1}{\hbar^2} \sum_{k \in \Delta\Omega_d} |g_k|^2 \exp(-ic(k-k_0)(t' - \tilde{t}')) \\ &= \frac{|d|^2}{\hbar^2} \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{(2\pi/L_q)^3} \Delta\Omega_d \cdot \frac{\hbar kc}{2\epsilon_0 V_q} \exp(-ic(k-k_0)(t' - \tilde{t}')) \\ &= \frac{|d|^2}{\hbar} \frac{k_0^3}{16\pi^3} \Delta\Omega_d (2\pi c \delta(c(t' - \tilde{t}'))) = \frac{3\gamma}{2} \frac{\Delta\Omega_d}{4\pi} \delta(t' - \tilde{t}') \end{aligned} \quad (157)$$

A.1.5 半古典的マクスウェルブロッホ方程式

ランジュバンカが定まったので、今後は解法が容易な半古典的な方程式に注目する。量子論に於ける演算子と古典量を

$$\tilde{\rho}^- \rightarrow R/2, \quad \tilde{\rho}^+ \rightarrow R^*/2, \quad \tilde{\rho}^3 \rightarrow Z/2, \quad A^{(+)} \rightarrow \Omega_0 \varepsilon \quad (158)$$

と対応させよう。また、以下のような無次元量を導入して変形する。

$$\tau \equiv \Omega_0 t, \quad \xi \equiv \Omega_0 z/c \quad (159)$$

これらの古典量を用いると Maxwell-Bloch Equations は

$$\frac{\partial Z}{\partial \tau} = -\kappa(Z + 1) - \frac{1}{2}(R\varepsilon^* + R^*\varepsilon) \quad (160)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \tau} = Z\varepsilon + 2\Lambda_p - \frac{\kappa}{2}R \quad (161)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} = R \quad (162)$$

で与えられる。ここで、 $\kappa \equiv \gamma/\Omega_0$ 、 $\Lambda_p \equiv f_R/\Omega_0$ である。^{*38}

A.2 超放射の特徴

A.2.1 超放射波形

ここでは、超放射がどのように成長するか、超放射がどのような特徴を持つかということを見る。超放射は以下のようにして成長する。まず、超放射の初期状態では原子内にコヒーランス R は存在せず、超放射電場は成長しない。まず、超放射初期の成長では、式 161 に現れる自然放出によるコヒーランス成長である Λ_p によって初期の小さなコヒーランスが成長する。これによって成長したコヒーランスを種として超放射電場が成長を始め（式 162）、同時に超放射が伝搬し、標的による放出吸収を繰り返すことによってコヒーランスの位相をそろえ、より大きなコヒーランスを生成する（式 161）。これを繰り返すことによって超放射パルスに成長する。式 160、式 161、式 162 に現れる自然放出による縦緩和及び横緩和は、自然放出寿命が考えている時間スケールより十分に長いことから無視でき、以下の議論では $\kappa \rightarrow 0$ とする。すると式 160、式 161、式 162 は

$$\frac{\partial Z}{\partial \tau'} = -\frac{1}{2}(R\varepsilon^* + R^*\varepsilon) \quad (163)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \tau'} = Z\varepsilon + 2\Lambda_p \quad (164)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = R \quad (165)$$

と簡素化される。ここで $\tau' \equiv \tau - \xi$ である。以下では式 163、式 164、式 165 を数値計算で解くことで、超放射がどのように成長するのを見る。

■初期の超放射成長 まず、ブロッホベクトルについて説明し、これを用いて超放射がどのように成長していくのを見ていく。簡単に分かるように式 163 と式 164 より

$$RR^* + Z^2 = 1 \quad (166)$$

が成立する。式 166 は

$$R = \sin \theta e^{i\phi}, \quad Z = \cos \theta \quad (167)$$

^{*38} 横緩和レートは自然放出レートの 1/2 となる。[60]

と纏めることが出来る。図 78 のように (θ, ϕ) はブロッホベクトル (R, Z) のブロッホ球面上の位置を表す。 $\theta = 0$ はすべての原子が励起状態に占有していることを意味し、コヒーランスは全く存在しない。 $\theta = \pi/2$ では励起状態と基底状態に 1 対 1 で占有しており、コヒーランスは最大となる。 $\theta = \pi$ ではすべての原子が基底状態に遷移しており、コヒーランスも全く存在しない。次に超放射初期における成長を見る。図 79 は超放射初期におけるブロッホベクトル

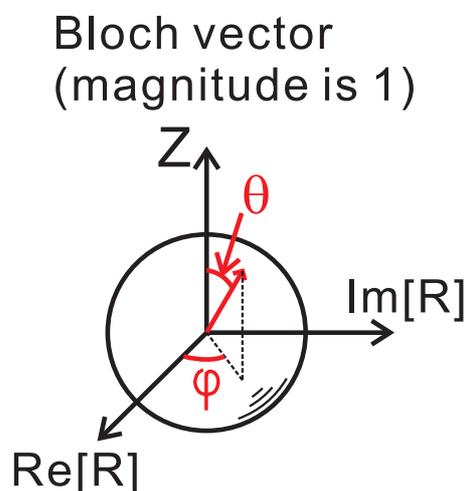


図 78 ブロッホ球面上のブロッホベクトルを図示したものである。緩和がない場合にはブロッホベクトルの大きさが保存されるため、ブロッホベクトルは傾斜角 $\theta(\xi, \tau')$ 及び方位角 $\phi(\xi, \tau')$ によって規定できる。 $\theta = 0$ はすべての原子が励起状態に占有していることを意味し、コヒーランスは全く存在しない。 $\theta = \pi/2$ では励起状態と基底状態に 1 対 1 で占有しており、コヒーランスは最大となる。 $\theta = \pi$ ではすべての原子が基底状態に遷移しており、コヒーランスも全く存在しない。

の傾斜角 θ 及び方位角 ϕ 及び超放射電場の標的分布を示したものである。図 79a の超放射電場の伝搬によって図 79b の傾斜角 θ が成長している。また、方位角 ϕ は各位置 z におけるコヒーランスの位相を表すが、図 79c のように超放射電場の伝搬した部分では各位置における位相がそろっている。これに対して、超放射電場の伝搬していない標的端点ではまだ位相がそろえられておらず、ランダムな位相を持つことが分かる。このように、初期の超放射の成長では初めに自然放出によって、ランダムな位相を持った非常に小さなコヒーランスが生成され、それを種として成長した超放射電場の伝搬によってコヒーランスの大きさが成長し、その位相がそろえられていく。

■パルス波形 次に、超放射の典型的な波形はどんなものかを見る。図 80 が計算によって得られた標的端面 $\xi = \Omega_0 L/c$ における超放射の典型的な波形である。図 80b のようにコヒーランスの成長に伴って、図 80a のように超放射パワーが成長し、励起原子が基底状態に遷移していることが分かる。超放射パワーが波打つリングングと呼ばれる現象が見られる。これは媒質内部を超放射光が伝搬する際に、標的原子による放出吸収を繰り返すことが原因で起こる。しかし、デコヒーレンスが大きい場合にはこのような複雑な構造は消えてしまう。図 81 は標的密度を変化させたときの超放射波形の変化であり、それぞれ標的密度が $n, 2n, 3n$ のも

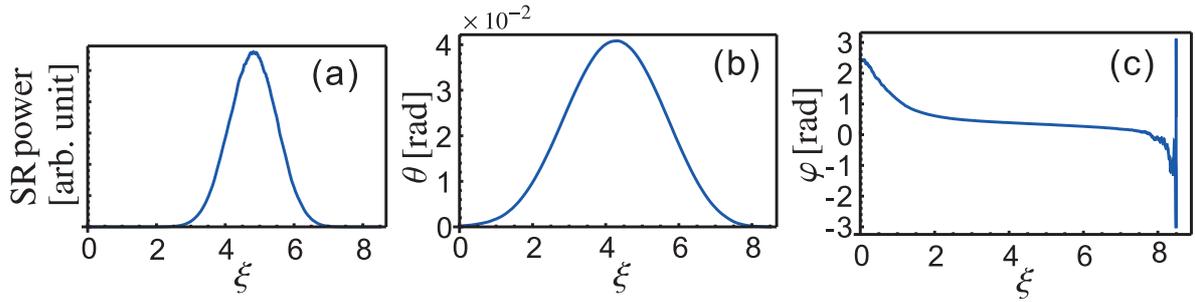


図 79 超放射初期の (a) 超放射電場とブロッホベクトルの (b) 傾斜角及び (c) 方位角の標的分布をプロットしたものである。傾斜角 θ はコヒーランスの大きさを、方位角 ϕ はコヒーランスの位相を表す。自然放出によって非常に小さなランダムな位相を持ったコヒーランスが成長するが、超放射電場の伝搬によって傾斜角が成長し、位相もそろえられていることが分かる。

のである。超放射の特徴がよくあらわれる量として、超放射のピークパワー及び始状態からピークパワーを取るまでの時間である遅延時間がある。超放射パワー時間変化のグラフに現れる始めのピークの大きさと位置を見ると、遅延時間 T_D が標的密度に反比例して小さくなっており、ピークパワーは標的密度の 2 乗に比例して大きくなっている。

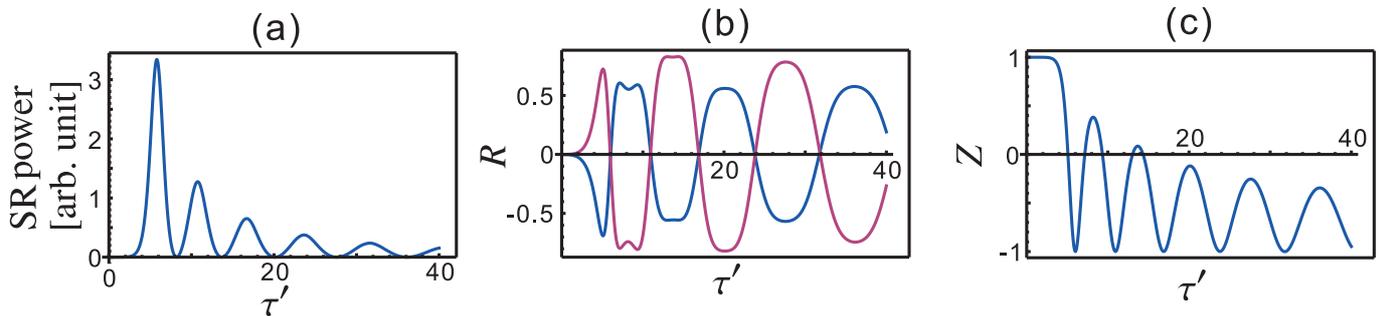


図 80 典型的な (a) 超放射波形とその時の超放射出射端面での (b) コヒーランス及び (c) 占有率差をプロットしたものである。コヒーランスの成長に伴って、超放射パルスが成長し、励起原子が基底状態に遷移している。また、原子による超放射電場の放出吸収によって超放射パワーが波打つリングングが起こっている。

A.2.2 遅延時間

ここでは、理論計算によって遅延時間を決定する。まず、超放射初期の成長を考える。超放射において初期のコヒーランス成長は量子揺らぎ分極源 Λ_p によって行われる。分極源による初期の傾斜角 θ の成長を θ_0 と書き、しばらく Λ_p の項を無視する。付録 A で θ_0 をランジュバン力の性質を用いて定量的に評価するが、 $\theta_0 \ll 2\pi$ である。これと共に $\epsilon = |\epsilon|e^{i\phi}$ と置くと式 (164) は

$$\theta(\xi, \tau') = \theta_0 + \int_0^{\tau'} |\epsilon(\xi, \tau')| d\tau' \quad (168)$$

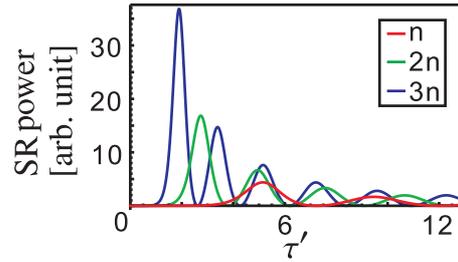


図 81 密度を変化させた場合の超放射パルスの変化をプロットしたものである。密度が赤： n 、緑： $2n$ 、青： $3n$ について計算を行っており、ピーク強度が密度の 2 乗に比例するという超放射の特徴がみられる。また、遅延時間についても密度に反比例しており、超放射の特徴を示している。

により満足する。但しブロッホベクトルの方位角 ϕ については時間によらない定数としている。

■反古典論と傾斜角 以下では θ_0 と R の時間依存性の関連を解析的に求める。考察する時間領域では $Z = \cos \theta$ 及び $|R| = \sin \theta \sim \theta$ と仮定して問題ない。この仮定の下で方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau'} = \varepsilon, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = \theta \quad (169)$$

と簡素化される。ここで、この方程式に対して ξ 及び τ' についてのラプラス変換 \mathcal{L}_ξ 及び $\mathcal{L}_{\tau'}$ を両辺に施すと

$$-\varepsilon(\xi = 0, \tau') + q\varepsilon(q, s) = \theta(q, s) \quad (170)$$

$$-\theta(\xi, \tau' = 0) + s\theta(q, s) = \varepsilon(q, s) \quad (171)$$

となる。ここで、 $\varepsilon(q, s) \equiv \mathcal{L}_{\tau'}[\mathcal{L}_\xi[\varepsilon(\xi, \tau')]]$ 、 $\theta(q, s) \equiv \mathcal{L}_{\tau'}[\mathcal{L}_\xi[\theta(\xi, \tau')]]$ である。初期境界条件を $\varepsilon(\xi = 0, \tau') = 0$ 、 $\theta(\xi, \tau' = 0) = \theta_0$ とおいて、式 170、式 171 を $\varepsilon(q, s)$ について解くと

$$\varepsilon(q, s) = \frac{\theta_0}{s(q - \frac{1}{s})} \quad (172)$$

となる。この式を q に対して逆ラプラス変換すると

$$\varepsilon(\xi, s) = \frac{\theta_0}{s} e^{\xi/s} \quad (173)$$

となり、さらに s に対して逆ラプラス変換することで

$$\varepsilon(\xi, \tau') = \theta_0 I_0(2\sqrt{\tau'\xi}) \quad (174)$$

が得られる。^{*39} ここで、 I_0 は 0 次の変形ベッセル関数である。これを用いて θ を計算すると

$$\theta(\xi, \tau') = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = \theta_0 \sqrt{\frac{\tau'}{\xi}} I_1(2\sqrt{\tau'\xi}) \quad (175)$$

*39

$$\mathcal{L}_s^{-1}\left[\frac{1}{s}e^{\xi/s}\right] = I_0(2\sqrt{\tau'\xi})$$

を用いばよい。

となる。ここで、 I_1 は 1 次の変形ベッセル関数である。 n 次の変形ベッセル関数は $w \equiv 2\sqrt{\tau'\xi} \rightarrow \infty$ の極限で $I_n(w) \sim e^w / \sqrt{2\pi w}$ という漸近形を持つため

$$\theta(\xi, \tau') = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = \frac{\theta_0}{2} \sqrt{\frac{\tau'}{\xi}} \frac{e^{2\sqrt{\tau'\xi}}}{\sqrt{\pi\sqrt{\tau'\xi}}} \quad (176)$$

と書ける。遅延時間 T_D を $\theta = \pi$ が実現する時間として定義すると、

$$T_D \simeq \frac{1}{4} T_R \left| \log \left(\frac{\theta_0}{2\pi} \right) \right|^2 \quad (177)$$

となる。但し、 \log 内の因子 2π は実験値との一致を改良するために挿入されている。遅延時間は超放射が起こるために必要なコヒーランスが成長するまでの時間であり、 $\theta = \pi$ において ε が最大になるため、遅延時間は超放射パワーがピークパワーを取るまでの時間でもある。

■古典論とランジュバン力 次にランジュバン力 Λ_p が存在する場合について議論する。この場合考察すべき方程式は式 169 の右辺にランジュバン項を追加し

$$\frac{\partial R}{\partial \tau'} = \varepsilon + 2\Lambda_p, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} = R \quad (178)$$

である。この場合は R に対する解は、 $\frac{dI_0(w)}{dw} = I_0'(w)$ と表すと

$$R(\xi, \tau') = 2 \int_0^{\tau'} d\tilde{\tau}' I_0(2\sqrt{\xi(\tau' - \tilde{\tau}')}) \Lambda_p(\tilde{\tau}') \quad (179)$$

$$\varepsilon(\xi, \tau') = 2 \int_0^{\tau'} d\tilde{\tau}' I_0'(2\sqrt{\xi(\tau' - \tilde{\tau}')}) \sqrt{\frac{\xi}{\tau' - \tilde{\tau}'}} \Lambda_p(\tilde{\tau}') \quad (180)$$

と与えられる。これは式 179、式 180 を式 178 に代入することで確かめられる。^{*40} R の二乗平均は、

$$\begin{aligned} \langle R(\xi, \tau') R(\xi, \tau') \rangle &= 4 \int_0^{\tau'} d\tau'_1 \int_0^{\tau'} d\tau'_2 I_0(2\sqrt{\xi(\tau' - \tau'_1)}) I_0(2\sqrt{\xi(\tau' - \tau'_2)}) \langle \Lambda_p(\tau'_1) \Lambda_p(\tau'_2) \rangle \\ &= \frac{4}{N\tau_R} \int_0^{\tau'} d\tau'_1 I_0^2(2\sqrt{\xi(\tau' - \tau'_1)}) = \frac{4}{N\tau_R} \int_0^{\tau'} d\tilde{\tau}' I_0^2(2\sqrt{\xi\tilde{\tau}'}) \end{aligned} \quad (181)$$

となる。ここで、 $\tau_R \equiv T_R / \Omega_0$ である。導出の際に $\langle \Lambda_p(\tau'_1) \Lambda_p(\tau'_2) \rangle = \delta(\tau'_2 - \tau'_1) / (N\tau_R)$ を用いた。よって傾斜角 θ については、 $\theta = R$ だから

$$\langle \theta^2(\xi, \tau') \rangle = \frac{4}{N\tau_R} \int_0^{\tau'} d\tilde{\tau}' I_0^2(2\sqrt{\xi\tilde{\tau}'}) \quad (182)$$

*40

$$\frac{d}{dx_1} \int_0^{x_1} f(x_1, x_2) dx_2 = f(x_1, x_1) + \int_0^{x_1} \frac{d}{dx_1} f(x_1, x_2) dx_2$$

を用いばよい

と与えられる。特に $\tau' \ll 1$ のときは

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{4\tau'}{N\tau_R} \quad (183)$$

となり、また $\tau' \gg 1$ のときは、 $\xi = \Omega_0 L/c \equiv \xi_L$ ($x = L$) の位置に注目すると

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{4}{N\tau_R} \int_0^{\tau'} \frac{e^{4\sqrt{\xi_L \tilde{\tau}'}}}{4\pi\sqrt{\xi_L \tilde{\tau}'}} d\tilde{\tau}' = \frac{1}{2\pi N} \exp\left(4\sqrt{\tau'/\tau_R}\right) \quad (184)$$

とすることが出来る。これより $\theta \approx 1$ が実現する時間は

$$T_D \approx \frac{T_R}{4} \left| \log \sqrt{2\pi N} \right|^2 \quad (185)$$

で与えられる。この式と式 177 を比較すると、半古典論においては初期傾斜角を

$$\theta_0 \approx \sqrt{\frac{2\pi}{N}} \quad (186)$$

と仮定すれば良いことになる。なお文献 [14] では、より近似の精度を上げて

$$\theta_0 \approx \sqrt{\frac{4}{N} \log(2\pi N)^{1/8}} \quad (187)$$

としている。以上の議論では標的形状に対してフレネル数が 1 であるという仮定を設けている。一般には量子揺らぎ分極源の大きさは、標的密度を一定だとするとフレネル数の平方根に比例して大きくなる。このことから、初期傾斜角は標的のフレネル数の平方根に比例することが分かる。

A.2.3 観測条件

超放射が起こる条件は、コヒーランスが壊れるまでの時間 (デコヒーランス時間) が、超放射のコヒーランス成長にかかる時間である遅延時間 T_D より長いことである。デコヒーランスの原因にはドップラー拡がり、原子間の衝突など様々なものが存在するが、気体原子を標的として用いた場合のデコヒーランスの主要な原因であるドップラー拡がりを考える。ドップラー拡がりとは原子がそれぞれマクスウェル分布に従ってばらばらの速度を持って動いているために、原子によって電磁波の振動数が異なって感じることから原子同士の位相がずれるというものである。ドップラー拡がりの幅 Δ_{Dop} は以下のようにあらわされる。

$$\Delta_{Dop} = \frac{v}{c} \omega \quad (188)$$

$$v = \sqrt{\frac{k_B T}{M}} \quad (189)$$

ここで v は原子速度の分散、 k_B はボルツマン定数、 M は原子質量である。超放射は標的長手方向に指向性があるとしており、原子速度については超放射進行方向の速度分布しか考えていない。ドップラー拡がりは温度の平方根に比例するため、温度を低くすることで小さくできる。しかしながら、気体原子を用いる場合には飽和蒸気圧を大きくして超放射の遅延時間を短くするために、温度はある程度高くする必要がある。

A.2.4 角分布

ここでは超放射角分布がどう決まるかを議論する。超放射の放射角 θ_{SR} を決定する要素には以下で述べる 2 つ存在する。1 つ目は、超放射は標的長が大きいほうが起こりやすいことから、図 82 のように十分な標的長が確保できる幾何角 θ_G があげられる。もう 1 つはコヒーレントな原子集団からの干渉効果によって決まる回折角 θ_d である。実際の超放射角分布は以下のように回折角と幾何角の内大きいほうに一致する。つまり、 $\theta_{SR} = \max(\theta_G, \theta_d)$ である。以下ではこれらについて詳しく見ていく。なお、本節では標的のフレネル数 F が 1 以外の場合も取り扱う。

まず幾何角について議論する。細長い円筒形の標的では、超放射時間 T_R が標的密度及び標的長に反比例して短くなるため、標的長が長い方向に出やすいことになる。超放射が進行方向 (z 軸方向) に標的長程度進む間にそれと垂直な方向に標的半径よりずれた場合には有効な標的長が短くなるため、その方向には超放射は起こりにくくなる。つまり、図 82 のように幾何角は $\theta_G = d/L$ となる。

次に、回折角について議論する。この節では標的中の全原子の位相がそろった場合のみを考える。^{*41}位相のそろった全原子について 1 光子を放出する遷移行列要素の和を取り、絶対値の 2 乗を取ると放射強度が得られ、そこから角分布は

$$\Gamma(\vec{k} - \vec{k}_0) = \frac{1}{N_{eff}} \left| \sum_{j=1}^{N_{eff}} \mathcal{M}_j e^{i(\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{r}_j} \right|^2 \quad (190)$$

$$= \frac{|\mathcal{M}|^2}{N_{eff}} \left| \sum_{j=1}^{N_{eff}} e^{i(\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{r}_j} \right|^2 \quad (191)$$

となる。ここで、 \mathcal{M} は原子の遷移行列要素、 \vec{k} は放出光子の波数ベクトル、 \vec{r}_j 各原子の位置ベクトル、 $e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_j}$ は初期の超放射の成長によって原子がもつ位相である。初期位相の持つ波数ベクトル \vec{k}_0 は z 軸に平行であるとする。 \vec{k} と \vec{k}_0 のなす角が θ_d であるので

$$\Gamma(\vec{k} - \vec{k}_0) \simeq \frac{|\mathcal{M}|^2}{N_{eff}} \left| \sum_{j=1}^{N_{eff}} e^{i|k_0| \theta_d \sqrt{x^2 + y^2}} \right|^2 \quad (192)$$

となる。各原子に対する遷移振幅の位相項について和を取っているが、この位相が各原子で異なると打ち消しが起こる。超放射が強くなるためには位相のずれが π 程度である必要があるため $F > 1$ では

$$|k_0| \frac{\theta_d}{2} d = \pi \quad (193)$$

$$\theta_d = \lambda/d \quad (194)$$

^{*41} この条件は例えばトリガーレーザー照射によって標的全体の位相がそろえられた場合に達成される。

となる。 $F < 1$ では

$$|k_0| \frac{\theta_d^2}{2} L = \pi \quad (195)$$

$$\theta_d = \sqrt{\lambda/L} \quad (196)$$

となる。

回折角と幾何角が一致するときは $F = d^2/(\lambda L) = 1$ となる時である。図 82 のように標的形狀が $F > 1$ の場合には超放射角分布は幾何角 θ_G で決まり、 $F < 1$ では回折角 θ_d で決まる。なお、A.2.6 節で述べるように、標的全体の位相は必ずしも一致せず、超放射進行方向と垂直な方向に位相の分断が起こる場合がある。このとき、超放射の回折角は全体の位相がそろっている場合よりも大きくなると考えられる。

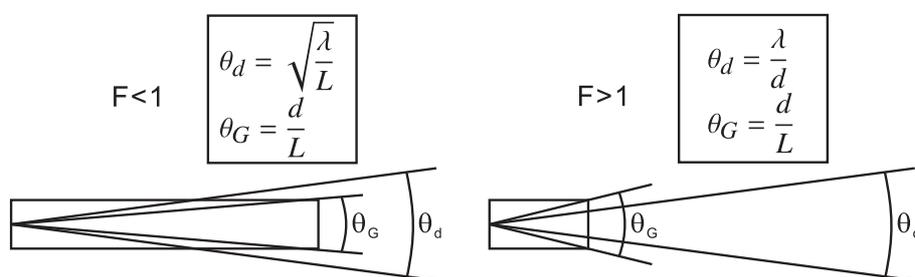


図 82 超放射標的形狀と超放射角分布の模式図である。超放射角分布は回折角 θ_d と幾何角 θ_G によって決まり、フレネル数 $F \approx d^2/(\lambda L)$ が 1 以上か否かで異なってくる。 $F > 1$ の場合には角分布は幾何角 θ_G で決まり、 $F \leq 1$ では角分布は回折角 θ_d で決まる。

A.2.5 ストークスレーザー照射による超放射成長促進

超放射初期のコヒーランスの成長は、量子揺らぎ分極源 Λ_p つまり自然放出光によって行われる。これに加えて、外部から超放射と同じ波長のストークスレーザーを照射することによって、超放射を成長促進することができる。ここではストークスレーザーによる照射によって起こる超放射角分布の尖鋭化と遅延時間の短縮について議論する。

■遅延時間の短縮 ストークスレーザーによる超放射の誘起によって初期の傾斜角 θ の成長が促進され、遅延時間の短縮という形で観測される。このことは以下のようにして占めされる。超放射初期の発展では超放射電場は無視でき、ブロッホ角は $\varepsilon = \partial\theta/\partial\tau'$ を積分すると

$$\theta(\tau') = \theta_0 + \int_0^{\tau'} \varepsilon_s d\bar{\tau} \quad (197)$$

と書き表すことができる。ここで、 $\varepsilon_s = dE_s/(\hbar\Omega_0)$ であり、 E_s はストークスレーザー電場である。このように自然放出によるブロッホ角の成長に加えて、ストークスレーザーによる成長が存在する。以下の初期境界条件のもとで解いて遅延時間を評価する。

$$\theta(\xi, \tau' = 0) = \theta_0, \quad \varepsilon(\xi = 0, \tau') = \varepsilon_s \quad (198)$$

方程式を解くと（例えばラプラス変換を用いる）

$$\varepsilon = \theta_0 I_0(2\sqrt{\xi\tau'}) + \varepsilon_s \sqrt{\frac{\xi}{\tau'}} I_1(2\sqrt{\xi\tau'}) \quad (199)$$

$$\theta = \theta_0 \sqrt{\frac{\tau'}{\xi}} I_1(2\sqrt{\tau'\xi}) + \frac{\varepsilon_s}{2} (I_0(2\sqrt{\xi\tau'}) + \frac{1}{\sqrt{\xi\tau'}} I_1(2\sqrt{\xi\tau'}) + I_2(2\sqrt{\xi\tau'})) \quad (200)$$

となる。 $\theta = \pi$ となる時間が遅延時間であることから

$$T_D \sim \frac{T_R}{4} \left| \ln \left(\frac{\theta_0 + \varepsilon_s}{2\pi} \right) \right|^2 \quad (201)$$

と書ける。^{*42}自然放出による超放射初期のブロッホベクトル傾斜角 θ の成長 θ_0 に、ストークスレーザによる成長 ε_s が加えられている。これによってストークスレーザ強度が大きくなり、 $\theta_0 < \varepsilon_s$ を満たした時に遅延時間が短縮される。

■角分布の先鋭化 ストークスレーザを照射した場合には、幾何角 θ_G 内に含まれる複数の横モードの内 1 モードのみが選択的に成長促進される。^{*43}その結果、超放射の角分布は標的形狀に関わらず回折角 θ_d となる。つまり、 $\theta_G > \theta_d$ が成り立つ場合 ($F > 1$) にはストークスレーザの照射によって、超放射角分布の先鋭化が起こることになる。なお、位相のそろったストークスレーザを照射することで標的全体の位相がそろえられるため、回折角 $\theta_d = \lambda/d$ に現れる d は標的全体の径を意味する。

A.2.6 コヒーラントな体積

超放射では初期のコヒーランス成長は自然放出に起因した量子揺らぎ分極源によって行われるため、各原子の持つコヒーランスの位相はランダムである。そこから、超放射の種となる放射が成長して伝搬するとともに標的による放出吸収を繰り返して、原子間の位相をそろえていく。このときフレネル数が 1 より大きな標的においては標的全体で位相がそろえることはなく、超放射進行方向と垂直な方向に対して同位相を持つ複数の領域に分断され、それぞれの領域で独立に超放射が起こると考えられる。以下では超放射伝搬に伴い、標的内の位相がどのようにそろえられていくかを見ていく。

図 83 のように位相のそろった領域からの超放射放射角が θ' であるとする。まず、 θ' を決定する。標的の位相は超放射伝搬に伴う標的原子による放出吸収であるため、超放射（の種となる光）の通過した領域内に含まれる原子のみが位相をそろえられる。この超放射の通過する領域の径 d' は

$$d' = L\theta_i \quad (202)$$

と書ける。

次に、超放射によって標的原子に与えられる初期位相を考える。初期の超放射成長において標的内の j 番目の原子に与えられる位相は $e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}_j}$ と書ける。このとき、超放射遷移振幅の 2

^{*42} n 次の変形ベッセル関数は $w \equiv 2\sqrt{\tau'\xi} \rightarrow \infty$ の極限で $I_n(w) \sim e^w / \sqrt{2\pi w}$ という漸近形を持つことを使う。

^{*43} 当然、ストークスレーザの放射角は回折角より小さくなければならない。

乗は

$$\left| \sum_j \mathcal{M}_j e^{i(\vec{k}-\vec{k}_0) \cdot \vec{r}_j} \right|^2 \sim |\mathcal{M}|^2 \left| \sum_j e^{i\Delta k_z \sqrt{x_j^2+y_j^2}} \right|^2 \quad (203)$$

となる。ここで、 $\Delta k_z = \theta |\vec{k}|$ である。位相のそろった領域においては各原子は遷移振幅に同位相に寄与する。式 203 の左辺の位相項が d' だけ離れた原子間で π だけずれるとすると

$$(|\vec{k}_0| \frac{\theta'}{2}) d' = \pi \quad (204)$$

$$d' = \frac{\lambda}{\theta'} \quad (205)$$

なる条件を満たすことが分かる。式 202 及び式 205 から、 $\theta' = \sqrt{\lambda/L}$ 、 $d' = \sqrt{\lambda L}$ となることが分かる。このとき、図 83 に示したように標的は $d^2 / (\sqrt{\lambda L})^2 = F$ 個の小領域に分割されてそれぞれが独立に超放射を起こすことが分かる。

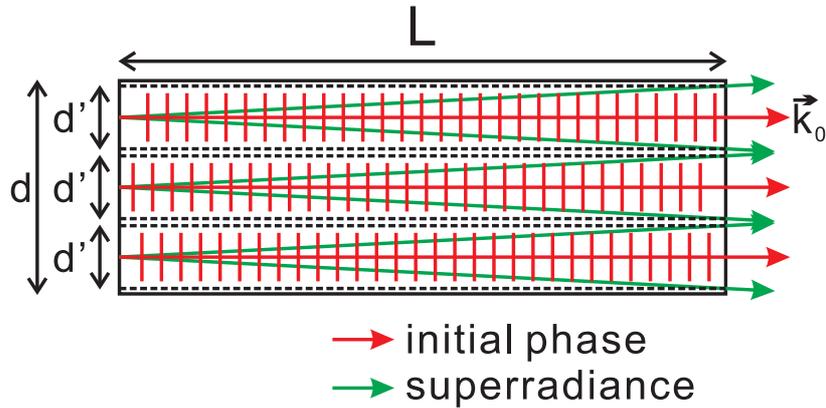


図 83 超放射の成長において位相がそろった領域を示す。各領域で超放射初期の成長で原子に与えられる位相が異なる。標的は F 個の小領域に分割され、それぞれの領域で独立に超放射が成長する。

付録 B 超放射シミュレーションの詳細

ここでは実験結果と超放射シミュレーション結果との比較に使用した超放射模型について述べる。超放射による遷移の起こる 2 準位のみを扱った 2 準位模型と、ポンプレーザーによる励起を含めて取り扱った 3 準位系の超放射模型の 2 つの模型の詳細を説明する。これらの模型では、これまでの議論で取り扱わなかった縦緩和、横緩和、超放射電場のロス等を取り扱っている。また、シミュレーションに使用しているパラメータは実験によって決定しているが、このパラメータを実験誤差程度変化させて計算結果がどの程度変化するのか評価した。

B.1 2準位系を用いたシミュレーション

以下では、2準位系に対するマクスウェルブロッホ方程式について述べる。図 84 がここで取り扱う超放射模型の模式図である。 $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ の準位はそれぞれバリウム原子の $6s^2\ ^1S_0$, $6s6p\ ^1P_1$, $6s5d\ ^1D_2$ に対応し、 $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間の双極子モーメントを d_{ij} 、エネルギー差を ω_{ij} とする。 $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間に結合する電場のみ取り扱い、 $|3\rangle - |1\rangle$ 準位に結合する電場の発展及びこの電場による原子系の発展は考えない。標的については直径 d (x, y 方向)、長さ L (z 方向) の細長い円筒形 ($d \ll L$) であるとする。このとき、超放射は z 軸方向に指向性を持っていることから、以下では空間について 1次元の問題として扱い、 z 軸方向の変化のみ考える。また、ポンプレーザーは非常に短時間で照射されているとして、 $t = 0$ において $|3\rangle - |1\rangle$ 準位に 1:1 で占有しているとする。シミュレーションに使用した 2準位系のマクス

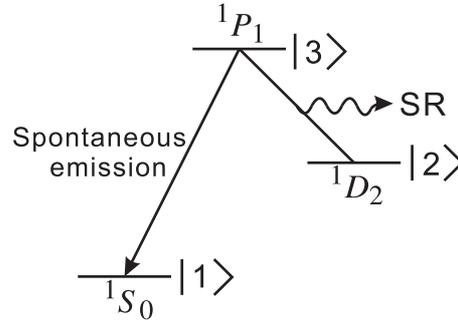


図 84 2準位系に対するシミュレーションの模式図である。 $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$ の準位はそれぞれバリウム原子の $6s^2\ ^1S_0$, $6s6p\ ^1P_1$, $6s5d\ ^1D_2$ に対応する。 $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間に結合する電場のみ取り扱い、ポンプレーザー電場による $|3\rangle - |1\rangle$ 準位間の遷移は考えない。 $|3\rangle - |1\rangle$ 準位間の自然放出に縦緩和を取り扱っている点以外は、模型は 2準位で閉じている。

ウェルブロッホ方程式は

$$\frac{\partial R_R}{\partial \tau'} = \varepsilon_R Z - \kappa_2 R_R + 2\Lambda_{p,R}\rho_{33} \quad (206)$$

$$\frac{\partial R_L}{\partial \tau'} = \varepsilon_L Z - \kappa_2 R_L + 2\Lambda_{p,L}\rho_{33} \quad (207)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \tau'} = -\text{Re}[\varepsilon_R^* R_R + \varepsilon_L^* R_L] - \kappa_1 \rho_{33} \quad (208)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_R}{\partial \xi} = R_R - \kappa_3 \varepsilon_R \quad (209)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_L}{\partial \xi} = R_L - \kappa_3 \varepsilon_L \quad (210)$$

と書ける。^{*44} ここで、 $\tau' = \Omega_0(t - z/c)$, $\xi = \Omega_0 z/c$, $R_{R,L}$, Z , $\varepsilon_{R,L} = -id_{32}E_{R,L}/\hbar\Omega_0$, ρ_{33} はそれぞれ、 $t - z/c$ (いわゆる遅延時間) を無次元化したもの、位置 z を無次元化したもの、 $|3\rangle - |2\rangle$

^{*44} 式 208 は 2.2 節のマクスウェルブロッホ方程式と対比して見やすくするために用いたもので、実際にシミュレーション用いた式は

$$\frac{\partial \rho_{33}}{\partial \tau'} = -\frac{1}{2}\text{Re}[\varepsilon_R^* R_R + \varepsilon_L^* R_L] - (\kappa_{31} + \kappa_{32})\rho_{33}$$

準位間のコヒーランス及び占有率差、超放射電場 $E_{R,L}$ を無次元化したもの、|3〉準位の占有率である。また、 $\Omega_0 = \sqrt{nd_{32}^2 \omega_{32} / 2\epsilon_0 \hbar}$ であり、下付きの R, L はそれぞれ右向き (z 軸正の方向) 及び左向き (z 軸負の方向) への伝搬モードに対応している。 $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ はそれぞれ無次元化した縦緩和、横緩和のレート及び超放射電場の散逸項であり、 $\Lambda_{p,R}, \Lambda_{p,L}$ は量子揺らぎ分極源である。

まず、緩和及び散逸について説明する。縦緩和としては |3〉-|2〉及び |3〉-|1〉準位間の自然放出を考えており、そのレート κ_1 は

$$\kappa_1 = \frac{\gamma_{31} + 2\gamma_{32}}{\Omega_0} \quad (211)$$

と書ける。ここで γ_{31}, γ_{32} はそれぞれ |3〉-|1〉, |3〉-|2〉準位間の自然放出レートである。横緩和としてはドップラー拡がり及び自然放出を考えており、

$$\kappa_2 = \frac{\gamma_{31} + \gamma_{32} + 2\Delta_{Dop}}{2\Omega_0} \quad (212)$$

と書ける。ここで、 Δ_{Dop} はドップラー拡がりの幅である。 κ_3 は超放射の回折によっておこる超放射電場の散逸を記述する項である。マクスウェルブロッホ方程式は空間について1次元の模型であるため、厳密に回折現象を取り扱うことはできないため、これを電場の散逸として取り扱っており、

$$\kappa_3 = c_{\kappa_3} \frac{c}{L\Omega_0} \quad (213)$$

と書ける (後述する)。ここで、 c_{κ_3} は実験との一致を良くするための経験的な係数で、 $F > 1$ では $c_{\kappa_3} = 0.35$ である。

ここで、 $F > 1$ の標的における超放射の成長について述べる。本章ではここまで標的全体がコヒーラントだとしてきたが、実は $F > 1$ の標的においてはこれは正しくない。^{*45} この場合、図 85 のように、標的は複数の位相のそろった領域に分かれて、それぞれ独立に超放射が発達する (以下の議論の詳細については付録 A 参照)。この領域の直径を d' 、長さを L とすると、フレネル数は $F' = d'^2 / (\lambda L) = 1$ となるのが分かっているため、 $d' = \sqrt{\lambda L}$ となる。以上から、分割された領域の数 $(d/d')^2$ は

$$\left(\frac{d}{d'}\right)^2 = \frac{d^2}{\lambda L} = F \quad (214)$$

と書ける。つまり、標的径方向に F 個に分割された領域 ($F = 1$) で、 F 個の独立な超放射が発達する。また、原子同士の干渉は位相のそろった $F = 1$ の領域内に存在する原子間でのみ起こる。このため、干渉効果によって決まる回折角は $\theta'_d = \lambda/d' = \sqrt{\lambda/L}$ となり、原子全体の位相がそろった場合である $\theta_d = \lambda/d$ とは異なる。なお、シミュレーションでは超放射は各

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial \tau'} = \frac{1}{2} \text{Re}[\epsilon_R^* R_R + \epsilon_L^* R_L] + \kappa_{32} \rho_{33}$$

という2つの式であるが、どちらも本質的には同じである。ここで、 ρ_{22} は|2〉準位の占有率、 κ_{31}, κ_{32} はそれぞれ |3〉-|1〉, |3〉-|2〉準位間の無次元化された自然放出レートで $\kappa_{31} = \gamma_{31}/\Omega_0$, $\kappa_{32} = \gamma_{32}/\Omega_0$ と書ける。

^{*45} ストークスレーザーを照射しない場合に限る。ストークスレーザーを照射した場合にはこのレーザーによって原子間の位相がそろえられる。

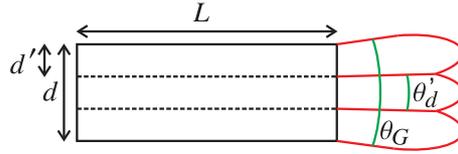


図 85 $F = d^2/(\lambda L) > 1$ を満たす標的では、複数のコヒーレント領域に分割されて、それぞれ独立に超放射が起こる。コヒーレントな領域の個数は F 個となる。このとき超放射角分布は、 F 個の領域に対して放射角が θ_d' となり、全体としては放射角 θ_G となる。

モードで独立に成長することから、標的を各領域に分割し、それぞれ独立にマクスウェルブロッホ方程式を解き、それぞれの超放射強度をインコヒーレントに足し合わせて結果を得ている。

次に、量子揺らぎ分極源 Λ_p について述べる。量子揺らぎ分極源は自然放出に起因したコヒーレンスの成長である。自然放出電場はランダムな位相を持っており、原子系のコヒーレンスはその電場によってランダムウォークしながら成長する。以下では Λ_p がどのように表せるかについて議論する。量子揺らぎ分極源 Λ_p の特性は自己相関関数を用いて記述でき

$$\langle \Lambda_{p,j}(\tau') \Lambda_{p,j}(\tilde{\tau}') \rangle = c_{\Lambda_p}^2 \frac{3}{8\pi} \frac{\gamma_{32}}{\Omega_0} \theta_d'^2 \delta(\tau' - \tilde{\tau}') = c_{\Lambda_p}^2 \frac{3}{8\pi} \frac{\gamma_{32}}{\Omega_0} \left(\frac{\lambda_{32}}{L} \right) \delta(\tau' - \tilde{\tau}') \quad (215)$$

と表される (付録 A 参照)。ここで、 λ_{32} は超放射の波長であり、それぞれの伝搬方向に対する量子揺らぎ分極源である $\Lambda_{p,R}$ と $\Lambda_{p,L}$ は完全に独立な量で相関をもたない。また、 c_{Λ_p} は標的の形状に依存する量でフレネル数が $F = 1$ の標的に対しては $c_{\Lambda_p} = 1$ となり、 $F > 1$ の標的に対してはフレネル数の平方根に比例する量である。自己相関関数が $\tilde{\tau}' = \tau'$ のみ 0 にならないことから、 Λ_p は遅延時間 τ' について完全にランダムな位相を持っている。また、上式の右辺は回折角内に自然放出の光子が放出されるレートに比例していることが分かる。 c_{Λ_p} が \sqrt{F} に比例することは、以下のようにして理解できる。 $F > 1$ の標的では位相のそろった小領域でそれぞれ独立に超放射は起こるが、自然放出による初期のコヒーレンス成長ではすべての領域から放出される自然放出が同等に寄与する。^{*46}標的は $F = 1$ の小領域 F 個に分かれていることから、コヒーレントな領域 ($F = 1$) に対する量子揺らぎ分極源 $\Lambda_p^{F=1}$ の和を取ればよい。各領域の位相は完全に無相関であるため、平均すると標的全体に対する Λ_p の大きさは、 $\Lambda_p^{F=1}$ と比べて小領域の数の平方根である \sqrt{F} 倍となる。

最後に、初期境界条件について議論する。2 準位系のシミュレーションに使用した初期境

*46 自然放出はランダムな位相をもったものであり、位相の違う他のコヒーレント領域からの自然放出も等しく寄与すると考えられる。

界条件は

$$Z(\xi, \tau' = 0) = \frac{1}{2} \quad (216)$$

$$\varepsilon_R(\xi, \tau' = 0) = \varepsilon_s \quad (217)$$

$$\varepsilon_L(\xi, \tau' = 0) = 0 \quad (218)$$

$$Z\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = \frac{1}{2} \quad (219)$$

$$\varepsilon_R\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = \varepsilon_s \quad (220)$$

$$\varepsilon_L\left(\xi = \frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = 0 \quad (221)$$

である。初期状態において、原子は $|3\rangle$ 、 $|1\rangle$ 準位に 1 : 1 で占有しており、コヒーランスについては $R_{R,L} = 0$ でまったく存在しないとしている。また、ストークスレーザは z 軸に平行に z 軸正の方向に CW で照射されており、これはストークスレーザ入射標的端面 $z = -L/2$ における境界条件である式 220 として与えられている。左向きに伝搬する電場についてはストークスレーザを入射していないことから、標的端面 $z = L/2$ において 0 であるとしている。

B.2 3 準位系を用いたシミュレーション

これまでの議論では、ポンプレーザによる励起を含む 3 準位系を取り扱うことによる超放射への影響を議論していない。本実験では、使用したポンプレーザは時間幅が $1 \sim 2[ns]$ と超放射の継続時間と同程度であるために、3 準位系を取り扱う必要がある。ここでは、3 準位系を扱ったシミュレーションの詳細を議論する。

B.2.1 3 準位原子に対するマクスウェルブロッホ方程式

ここでは、超放射を記述する 3 準位系に対するマクスウェルブロッホ方程式を導く。図 86 のような 3 準位原子集団と周波数 $\omega'_{31}, \omega'_{32}$ の電磁波がそれぞれ $|3\rangle$ (1P_1) - $|1\rangle$ (1S_0) 及び $|3\rangle$ - $|2\rangle$ (1D_2) 準位間に結合している場合を考える。 $|3\rangle$ - $|1\rangle$ 及び $|3\rangle$ - $|2\rangle$ 準位間のエネルギー差はそれぞれ ω_{31} 、 ω_{32} とし、 $\omega_{31} \approx \omega'_{31}$ 、 $\omega_{32} \approx \omega'_{32}$ である。 $|2\rangle$ - $|1\rangle$ は準安定状態であるため、電場との相互作用は考えない。また、フレネル数が 1 より大きな標的は $F = 1$ 小領域 F 個に分割されそれぞれ独立に超放射を起こす。 $F = 1$ の小領域からの超放射は z 軸方向に指向性を持つことから、電磁波の伝搬方向は z 軸方向の 1 次元のみ取り扱うとする。まず原子状態の発展を考える。この系のハミルトニアン H は原子系のハミルトニアン H_A と原子と電磁波との相互作用 H_I の和で書ける。

$$H_A = \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 \end{pmatrix}, \quad H_I = \begin{pmatrix} 0 & 0 & b_{13} \\ 0 & 0 & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & 0 \end{pmatrix} \quad (222)$$

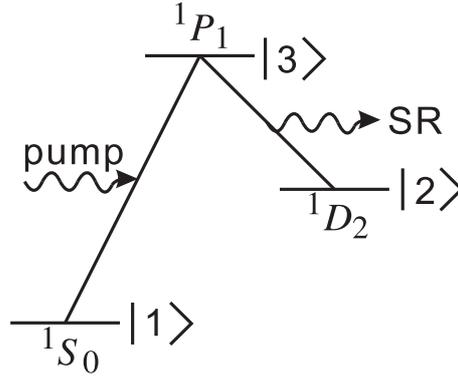


図 86 超放射シミュレーションで考える原子準位である。 $|3\rangle - |1\rangle$ 準位間にポンプレーザーが共鳴しており、 $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間の遷移に伴い超放射が起こる。

原子と光の相互作用として双極子相互作用を考えた場合、 b_{13} 及び b_{23} は

$$b_{13} = \frac{1}{2\hbar}(-d_{13}E_{13})e^{-i(\omega'_{13}t - k'_{13}z)} \quad (223)$$

$$b_{23} = \frac{1}{2\hbar}(-d_{23}E_{23})e^{-i(\omega'_{23}t - k'_{23}z)} \quad (224)$$

と書ける。

まずは原子状態の発展を記述するブロッホ方程式の導出を行う。原子の状態は密度行列 ρ で表現され、 ρ_{ii} は $|i\rangle$ 準位の占有率、 ρ_{ij} ($i \neq j$) は $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間のコヒーレンスである。密度行列の時間発展は以下のフォンノイマン方程式で記述される。

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] \quad (225)$$

式 225 に式 222 を代入して計算すると、右辺の H_A の項は

$$[H_A, \rho] = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \omega_{12}\rho_{12} & \omega_{13}\rho_{13} \\ \omega_{21}\rho_{21} & 0 & \omega_{23}\rho_{23} \\ \omega_{31}\rho_{31} & \omega_{32}\rho_{32} & 0 \end{pmatrix} \quad (226)$$

と書け、右辺の H_I の項は

$$[H_I, \rho] = \begin{pmatrix} 2i\text{Im}[b_{13}\rho_{31}] & b_{13}\rho_{32} - b_{32}\rho_{13} & b_{13}(\rho_{33} - \rho_{11}) - b_{23}\rho_{12} \\ b_{23}\rho_{31} - b_{31}\rho_{23} & 2i\text{Im}[b_{23}\rho_{32}] & b_{23}(\rho_{33} - \rho_{22}) - b_{13}\rho_{21} \\ -b_{31}(\rho_{33} - \rho_{11}) - b_{32}\rho_{21} & -b_{32}(\rho_{33} - \rho_{22}) - b_{31}\rho_{12} & 2i\text{Im}[b_{31}\rho_{13}] + 2i\text{Im}[b_{32}\rho_{23}] \end{pmatrix} \quad (227)$$

と書ける。ここで $\omega_{ij} = \omega_i - \omega_j$ である。以上から密度行列の時間発展は

$$i \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = 2i \text{Im}[b_{13} \rho_{31}] \quad (228)$$

$$i \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = 2i \text{Im}[b_{23} \rho_{32}] \quad (229)$$

$$i \frac{\partial \rho_{33}}{\partial t} = 2i \text{Im}[b_{31} \rho_{13}] + 2i \text{Im}[b_{32} \rho_{23}] \quad (230)$$

$$i \frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = \omega_{21} \rho_{21} + b_{23} \rho_{31} - b_{31} \rho_{23} \quad (231)$$

$$i \frac{\partial \rho_{31}}{\partial t} = \omega_{31} \rho_{31} + b_{32} \rho_{21} - b_{31} (\rho_{33} - \rho_{11}) \quad (232)$$

$$i \frac{\partial \rho_{32}}{\partial t} = \omega_{32} \rho_{32} + b_{31} \rho_{12} - b_{32} (\rho_{33} - \rho_{22}) \quad (233)$$

と書ける。新たな変数 $t' = t - z/c$, $\rho_{ij} = \frac{1}{2} R'_{ij} e^{-i(\omega'_{ij} t - k'_{ij} z)}$, $\rho_{33} - \rho_{11} = Z_{31}$, $\rho_{33} - \rho_{22} = Z_{32}$, $\Omega_{31} = d_{31} E_{31} / \hbar$, $\Omega_{32} = d_{32} E_{32} / \hbar$ を導入し、これらに加えて式 224 を用いて変形を行う。さらに、 $2\omega_{21}$, $2\omega_{31}$, $2\omega_{32}$ 程度の速い振動をする項は原子系の成長にほとんど影響を与えないという回転波近似 (Rotating Wave Approximation, RWA) を行う。 ρ_{ij} を光の振動数及び波数で速く振動する項である $e^{-i(\omega_{ij} t - k_{ij} z)}$ とそれに比べて非常にゆっくり変化する項である R_{ij} に分けて $\rho_{ij} = R_{ij} e^{-i(\omega_{ij} t - k_{ij} z)}$ と書き、ゆっくり振動する項のみ残すと

$$\frac{\partial Z_{31}}{\partial t'} = \text{Im}[-\Omega_{31} R_{13}] + \frac{1}{2} \text{Im}[-\Omega_{32} R_{23}] \quad (234)$$

$$\frac{\partial Z_{32}}{\partial t'} = \frac{1}{2} \text{Im}[-\Omega_{31} R_{13}] + \text{Im}[-\Omega_{32} R_{23}] \quad (235)$$

$$\frac{\partial R_{21}}{\partial t'} = i\delta_{21} R_{21} - \frac{i}{2} (-\Omega_{23} R_{31} - \Omega_{31} R_{23}) \quad (236)$$

$$\frac{\partial R_{31}}{\partial t'} = i\delta_{31} R_{31} - \frac{i}{2} (-\Omega_{32} R_{21}) - i\Omega_{31} Z_{31} \quad (237)$$

$$\frac{\partial R_{32}}{\partial t'} = i\delta_{32} R_{32} - \frac{i}{2} (-\Omega_{31} R_{12}) - i\Omega_{32} Z_{32} \quad (238)$$

が得られる。ここで、 $\delta_{31} = \omega'_{31} - \omega_{31}$, $\delta_{32} = \omega'_{32} - \omega_{32}$ はそれぞれレーザー及び超放射の離調であり、 $\delta_{21} = \delta_{31} - \delta_{32}$ である。方程式の無次元化のために新たな変数 $q_{ij} = \delta_{ij} / \Omega_0$, $\varepsilon_{ij} = -id_{ij} E_{ij} / (\hbar \Omega_0)$, $\tau' = \Omega_0 t'$, $\Omega_0 = \sqrt{d_{31} d_{32} n \sqrt{\omega_{31} \omega_{32}} / (2\varepsilon_0 \hbar)}$ を導入すると (n は原子密度、 ε_0 は真空の誘電率)

$$\frac{\partial Z_{31}}{\partial \tau'} = -\text{Re}[\varepsilon_{31}^* R_{31} + \frac{1}{2} \varepsilon_{32}^* R_{32}] \quad (239)$$

$$\frac{\partial Z_{32}}{\partial \tau'} = -\text{Re}[\frac{1}{2} \varepsilon_{31}^* R_{31} + \varepsilon_{32}^* R_{32}] \quad (240)$$

$$\frac{\partial R_{21}}{\partial \tau'} = iq_{21} R_{21} + \frac{1}{2} (\varepsilon_{32}^* R_{31} + \varepsilon_{31} R_{32}^*) \quad (241)$$

$$\frac{\partial R_{31}}{\partial \tau'} = iq_{31} R_{31} - \frac{1}{2} \varepsilon_{32} R_{21} - \varepsilon_{31} Z_{31} \quad (242)$$

$$\frac{\partial R_{32}}{\partial \tau'} = iq_{32} R_{32} - \frac{1}{2} \varepsilon_{31} R_{21}^* + \varepsilon_{32} Z_{32} \quad (243)$$

となる。これが 3 準位系原子の発展を記述するブロッホ方程式である。

続いて、電磁波の伝搬を記述するマクスウェル方程式について議論する。媒質中の電磁波の伝搬を記述する 1 次元波動方程式は

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (244)$$

で与えられる。ここで右辺に現れる P は媒質 (原子集団のこと) のマクロな偏極である。これは原子偏極の密度で表わされ

$$P = N_0 \text{Tr}(\rho \vec{d}) \cdot \varepsilon_{pol} = -n(d_{13}\rho_{31} + d_{23}\rho_{32} + c.c.) \quad (245)$$

と書ける。ここで $d_{ij} = \langle i | (-\vec{d} \cdot \varepsilon_{pol}) | j \rangle$ である。 E_{31} , E_{32} に対して導出方法はほとんど同じであるため、 E_{31} についてのみ式の導出を行う。式 244 の左辺を計算する。超放射の伝搬方向は z 軸性の方向のみを考えているため、電場を $E = E_{31}/2e^{-i(\omega'_{31}t - k'_{31}z)} + c.c.$ とすると

$$\begin{aligned} (\text{left - hand side}) &= \frac{1}{2} \left((-i\omega'_{31})^2 E_{31} - 2i\omega'_{31} \frac{\partial E_{31}}{\partial t} + \frac{\partial^2 E_{31}}{\partial t^2} - (-ik'_{31})^2 c^2 E_{31} - 2ik'_{31} c^2 \frac{\partial E_{31}}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 E_{31}}{\partial z^2} \right) \quad (246) \\ &= \frac{1}{2} \left(-2i\omega'_{31} \frac{\partial E_{31}}{\partial t} + \frac{\partial^2 E_{31}}{\partial t^2} - 2ik'_{31} c^2 \frac{\partial E_{31}}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 E_{31}}{\partial z^2} \right) + c.c. \quad (247) \end{aligned}$$

となる。 ω'_{31}, k'_{31} に比べて電場の包絡線関数である E_{31} が十分ゆっくり変化するため、 $(\partial E_{ij}/\partial t) \ll \omega_{ij} E_{ij}$, $(\partial E_{ij}/\partial z) \ll k_{ij} E_{ij}$ とする slowly varying envelope approximation (SVEA) を行う。これによって $\partial^2 E_{31}/\partial x^2, \partial^2 E_{31}/\partial t^2$ の項は消えて

$$(\text{left - hand side}) = -i\omega'_{31} \left(\frac{\partial E_{31}}{\partial t} + c \frac{\partial E_{31}}{\partial z} \right) e^{-i(\omega'_{31}t - k'_{31}z)} + c.c. \quad (248)$$

となり、 $z, t' = t - z/c$ を用いて書きなおすと

$$(\text{left - hand side}) = -i\omega'_{31} c \frac{\partial E_{31}}{\partial z} e^{-i\omega'_{31}t'} + c.c. \quad (249)$$

次に、式 244 右辺の計算を行う。このとき、 $|3\rangle - |1\rangle$ 間の遷移に関係ない d_{23} に関する項は無視することができる。 $\rho_{31} = R_{31} \exp(-i\omega_{31}^{\text{prime}} t')/2$ を用いて変形すると

$$(\text{right - hand side}) = -\frac{nd_{31}}{2\varepsilon_0} (R_{31}(-i\omega'_{31})^2 + \frac{\partial R_{31}}{\partial t}(-i\omega'_{31}) + \frac{\partial^2 R_{31}}{\partial t^2}) e^{-i\omega'_{31}t'} + c.c. \quad (250)$$

となる。電場と同様に SVEA を行うと、 $(\partial R_{ij}/\partial t) \ll \omega_{ij} R_{ij}$, $(\partial R_{ij}/\partial z) \ll k_{ij} R_{ij}$ となることから

$$(\text{right - hand side}) = -\frac{nd_{31}\omega_{31}^{\prime 2}}{2\varepsilon_0} R_{31} e^{-i\omega'_{31}t'} + c.c. \quad (251)$$

となる。以上の結果から式 244 は

$$\frac{\partial E_{31}}{\partial z} e^{-i\omega'_{31}t'} + c.c. = i \frac{nd_{31}\omega_{31}^{\prime 2}}{2\varepsilon_0 c} R_{31} e^{-i\omega'_{31}t'} + c.c. \quad (252)$$

と書け、さらに式 252 の両辺に $e^{i\omega'_{31}z}$ をかけて回転波近似を行うと

$$\frac{\partial E_{31}}{\partial z} = i \frac{nd_{31}\omega'_{31}}{2\epsilon_0 c} R_{31} \quad (253)$$

となる。 $\xi = \Omega_0 z/c$, $\mu = d_{32}/d_{31}$, $g = \omega_{32}/\omega_{31}$ を用いて無次元化すると

$$\frac{\partial \epsilon_{31}}{\partial \xi} = \frac{1}{\sqrt{g\mu}} R_{31} \quad (254)$$

となる。同様に ϵ_{32} について計算すると

$$\frac{\partial \epsilon_{32}}{\partial \xi} = \sqrt{g\mu} R_{32} \quad (255)$$

となる。これが電場の伝搬を記述するマクスウェル方程式である。

以上をまとめると

$$\frac{\partial Z_{31}}{\partial \tau'} = -\text{Re}[\epsilon_{31}^* R_{31} + \frac{1}{2} \epsilon_{32}^* R_{32}] \quad (256)$$

$$\frac{\partial Z_{32}}{\partial \tau'} = -\text{Re}[\frac{1}{2} \epsilon_{31}^* R_{31} + \epsilon_{32}^* R_{32}] \quad (257)$$

$$\frac{\partial R_{21}}{\partial \tau'} = iq_{21} R_{21} + \frac{1}{2} (\epsilon_{32}^* R_{31} + \epsilon_{31} R_{32}^*) \quad (258)$$

$$\frac{\partial R_{31}}{\partial \tau'} = iq_{31} R_{31} - \frac{1}{2} \epsilon_{32} R_{21} - \epsilon_{31} Z_{31} \quad (259)$$

$$\frac{\partial R_{32}}{\partial \tau'} = iq_{32} R_{32} - \frac{1}{2} \epsilon_{31} R_{21}^* + \epsilon_{32} Z_{32} \quad (260)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{31}}{\partial \xi} = \frac{1}{\sqrt{g\mu}} R_{31} \quad (261)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{32}}{\partial \xi} = \sqrt{g\mu} R_{32} \quad (262)$$

であり、これが超放射の成長を記述する方程式となる。

次に、シミュレーションに用いた方程式と初期境界条件について簡単に述べる。実際のシミュレーションで使用した 3level マクスウェルブロッホ方程式は

$$\frac{\partial R_{21}}{\partial \tau'} = iq_{21} R_{21} + \frac{1}{2} \epsilon_{32}^* R_{31} + \frac{1}{2} \epsilon_{31} R_{32}^* - \kappa_{2,21} R_{21} \quad (263)$$

$$\frac{\partial R_{31}}{\partial \tau'} = iq_{31} R_{31} + \epsilon_{31} Z_{31} - \frac{1}{2} \epsilon_{32} R_{21} - \kappa_{2,31} R_{31} \quad (264)$$

$$\frac{\partial R_{32}}{\partial \tau'} = iq_{32} R_{32} + \epsilon_{32} Z_{32} - \frac{1}{2} \epsilon_{31} R_{21}^* - \kappa_{2,32} R_{32} + 2\Lambda_p \frac{1 + Z_{31} + Z_{32}}{3} \quad (265)$$

$$\frac{\partial Z_{31}}{\partial \tau'} = -\text{Re}[\epsilon_{31}^* R_{31} + \frac{1}{2} \epsilon_{32}^* R_{32}] - (2\kappa_{1,31} + \kappa_{1,32}) \frac{1 + Z_{31} + Z_{32}}{3} \quad (266)$$

$$\frac{\partial Z_{32}}{\partial \tau'} = -\text{Re}[\frac{1}{2} \epsilon_{31}^* R_{31} + \epsilon_{32}^* R_{32}] - (\kappa_{1,31} + 2\kappa_{1,32}) \frac{1 + Z_{31} + Z_{32}}{3} \quad (267)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{31}}{\partial \xi} = \frac{\partial \epsilon'}{\partial \xi} + \frac{1}{\sqrt{g\mu}} R_{31} \quad (268)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{32}}{\partial \xi} = \sqrt{g\mu} R_{32} - \kappa_3 \epsilon_{32} \quad (269)$$

である。ここで、 Λ_p は自然放出に起因する巨視的な量子揺らぎ分極源である。 $\kappa_{1,ij}$, $\kappa_{2,ij}$ はそれぞれ $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間の縦緩和及び横緩和レートを無次元化したものである。ドップラー拡がりは横緩和として取り扱っている。 κ_3 は超放射電場の回折による標的中からの散逸項である。 $\varepsilon'(\xi)$ は超放射の通過する経路上での位置 ξ における典型的なポンプレーザー電場の変化を表すが、詳細は次節で議論する。 $\xi_L = L\Omega_0/c$ は無次元化した標的長である。各項の詳細については後節で議論する。上式を見ると、ブロッホ方程式ではコヒーランス及び占有率差の成長させる項は電場に比例している。マクスウェル方程式では電場の成長を起こす項はコヒーランスに比例している。このように、2 準位系と同じく原子系は電場によって成長し、電場は伝搬しつつコヒーランスによって成長するという形となっている。

次に、シミュレーションに用いた初期境界条件について議論する。初期境界条件は

$$Z_{31}(\xi, \tau' = 0) = -1 \quad (270)$$

$$Z_{32}(\xi, \tau' = 0) = 0 \quad (271)$$

$$\varepsilon_{31}(\xi, \tau' = 0) = \varepsilon'(\xi)v(\tau' = 0) \quad (272)$$

$$\varepsilon_{32}(\xi, \tau' = 0) = \varepsilon_s \quad (273)$$

$$Z_{31}\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = -1 \quad (274)$$

$$Z_{32}\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = 0 \quad (275)$$

$$\varepsilon_{31}\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = \varepsilon'\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}\right)v(\tau') \quad (276)$$

$$\varepsilon_{32}\left(\xi = -\frac{\xi_L}{2}, \tau'\right) = \varepsilon_s \quad (277)$$

を用いた。全原子が始状態及び境界において基底状態 $|1\rangle$ に占有しているとし、ポンプレーザー電場及びストークスレーザー電場を入射面である $z = -L/2$ の境界条件として取り扱っている。 $v(\tau')$ はポンプレーザーの時間プロファイルでレーザー位相のランダムウォーク (レーザー線幅に対応する) はここに入っており、 ε_s 入射したストークスレーザーの電場である。コヒーランス R_{ij} については、始状態及びポンプレーザー入射面 $z = -L/2$ では全く存在せず、0 であるとした。

B.2.2 3 準位系を用いたシミュレーションの詳細

ここでは、緩和過程や電場の散逸、レーザーの位相揺らぎ (レーザー線幅) や量子揺らぎ分極源などの確率過程、ポンプレーザー電場 ε' の空間的な不均一性についてどのように取り扱ったか、より詳細にみていく。

■コヒーラント領域 標的のフレネル数 F が 1 より大きい場合には、標的は複数のコヒーラント領域に分かれ、独立に超放射を起こす。(付録 A 参照) コヒーラント領域のフレネル数は 1 程度になると予想され、シミュレーションでは標的を $F = 1$ の小領域に分割してそれぞれ独立に計算を行い、計算された超放射パワーをインコヒーラントに足し合わせた。

■ **ガウスビーム** シミュレーションに用いているマクスウェル方程式は空間について1次元であり、平面波以外は厳密には取り扱えない。しかし、実験で使用したポンプレーザーの電場は空間的に強度の変化しており平面波ではない。ここではこのような不均一なビームによる原子励起やビーム伝搬を1次元の模型にどう取り込むかということを議論する。

超放射の伝搬経路は超放射の回折を考えることで決定できるが、この経路上でのポンプレーザー強度の変化を用いることで励起を含めた超放射の発展を計算することができる。超放射は標的の内を回折角程度広がって伝搬するため、超放射経路として図87のように回折角程度広がった円錐内に含まれる直線上を伝搬するとした。実際の計算では、複数の経路を超放射角分布の重みを付けてランダムに選び、ポンプレーザーの電場について平均値を取り、位置 ξ でのポンプレーザー電場代表値 $E'(\xi)$ とし、これを無次元化し $\varepsilon'(\xi) = -id_{31}E'(\xi)/(\hbar\Omega_0)$ とした。ポンプレーザーのビームプロファイルはバリウムを透過させずに測定しており、原



図87 標的の中を伝搬する超放射の経路である。赤色の領域が超放射角分布を表し、円錐内を通る直線上を超放射は伝搬し成長する。超放射経路上での典型的なポンプレーザー電場の平均を取り、これを用いてシミュレーションを行う。

子によるレーザーの吸収は測定できていない。そこで、平均電場 ε' が吸収によってどう変わるかを議論する必要がある。吸収がない場合にはポンプレーザーの伝搬は以下の方程式で記述される。

$$\frac{\partial \varepsilon_{31}(\xi, \tau')}{\partial \xi} = \frac{\partial \varepsilon'(\xi, \tau')}{\partial \xi} \quad (278)$$

ここに吸収を表す項である $1/(\sqrt{g\mu})R_{31}$ を加えて

$$\frac{\partial \varepsilon_{31}(\xi, \tau')}{\partial \xi} = \frac{\partial \varepsilon'(\xi, \tau')}{\partial \xi} + \frac{1}{\sqrt{g\mu}}R_{31}(\xi, \tau') \quad (279)$$

とすることで、レーザー強度の不均一性及びレーザー吸収を取り扱った電場の伝搬方程式が得られた。

■ **量子揺らぎ分極源** 超放射の初期において、コヒーランスの成長は自然放出によって行われるが、このコヒーランス成長を量子揺らぎ分極源 Λ_p と呼ぶ。ここでは量子揺らぎ分極をシミュレーション上でどのように取り扱ったかを述べる。

量子揺らぎ分極はその自己相関関数によって規定され

$$\Omega_0 \langle \Lambda_p(\tau'_1) \Lambda_p(\tau'_2) \rangle = \frac{3\gamma}{2} \frac{\Delta\Omega_d}{4\pi} \delta(\tau'_1 - \tau'_2) \quad (280)$$

と書ける。これは自然放出電場の内、超放射の成長が起こる立体角 $\Delta\Omega_d = \theta_d^2$ 中に放出された自然放出電場のみがコヒーランスの成長に寄与し、自然放出電場がランダムな位相を持つこ

とから理解できる。自己相関関数がデルタ関数となっているため、 Λ_p はの位相は遅延時間 τ' に対して完全にランダムな値を持つ。また、微小時間 $\delta\tau'$ の間に成長するコヒーランスの大きさは $1/\sqrt{N_{eff}\tau_R\delta\tau'}$ である。以上から量子揺らぎ分極は

$$\Lambda_p = \frac{c_{\Lambda_p}}{\sqrt{N_{eff}\tau_R\delta\tau'}} e^{iP_{\pm\pi}(\tau')} \quad (281)$$

と書ける。ここで、 N_{eff} はコヒーラントな領域内部にいる原子数、 $\tau_R = T_R/\Omega_0$ は超放射時間 T_R を無次元化したもの、 $P_{\pm\pi}(\tau')$ は微小時間 $\delta\tau'$ 毎に $-\pi$ 以上 π 以下のランダムな値を持つ位相である。 c_{Λ_p} は 2 準位模型と同じく、 $F = 1$ の標的では $c_{\Lambda_p} = 1$ で、 $F > 1$ の標的では F の平方根に比例する量である。

■ポンプレーザー線幅 一般に、パルスレーザーの線幅 γ_L はレーザーパルス電場振幅のフーリエ変換限界で与えられる線幅よりも大きな値を持つ。これはレーザー電場の位相 ϕ のランダムウォークに起因したものである。ここでは、レーザー線幅をシミュレーションにどう取り入れるか議論する。

レーザー位相は、ランダムな位相時間変化レート f の自己相関関数によって規定され

$$\frac{\partial\phi}{\partial\tau'} = f(\tau') \quad (282)$$

$$\langle f(\tau'_1)f(\tau'_2) \rangle = 2\kappa_L\delta(\tau'_1 - \tau'_2) \quad (283)$$

と書ける。ここで、 $\kappa_L = \gamma_L/\Omega_0$ はレーザー線幅 γ_L (レーザー周波数スペクトルの半値半幅) を Ω_0 を用いて無次元化したものである。式 283 は自己相関関数がデルタ関数となることから、 f が白色ノイズでありレーザー位相はランダムウォークすることが分かる。また、ランダムウォークによって時間 $\delta\tau'$ の間に起こる位相変化量は $\pm\sqrt{2\gamma_L\delta\tau'}$ のどちらかをランダムに選んだものとなる。シミュレーションでも同様に、ある時間間隔に分割を行い、各時間領域において正負どちらに位相が変化するか選んで計算を行った。当然、計算結果は時間分割幅によらないが、レーザー線幅の逆数より小さな値を取る必要がある。なお、レーザー位相は電場に対する境界条件として取り扱われている。

■輻射のロス 超放射は回折を起こすことで、標的内のコヒーラント領域 ($F = 1$ の領域) の外に散逸することから、超放射電場の散逸を考える必要がある。以下ではこのような散逸があるときに超放射電場に対するマクスウェル方程式がどのように記述されるか議論する。

距離 z_0 進んだときのビームの拡がり回折角を θ_d として $\theta_d z_0$ と書ける。このビームの拡がりコヒーラントな領域の直径 $d' = \sqrt{\lambda L}$ が一致するときの距離 z_0 が、散逸の起こる典型的な長さである。標的のフレネル数が 1 以上の場合、回折角は $\theta_d = \lambda/d' = \sqrt{\lambda/L}$ と書けるので、 $z_0 = L$ となる。以上の議論から、超放射の伝搬方程式はマクスウェル方程式に散逸項 κ_3 を加えて

$$\frac{\partial\epsilon_{32}}{\partial\xi} = \sqrt{g\mu}R_{32} - \kappa_3\epsilon_{32} \quad (284)$$

$$\kappa_3 = c_{\kappa_3} \frac{c}{L\Omega_0} \quad (285)$$

と書ける。ここで、 $c_{k_3} = 0.35$ であり、この係数は実験との一致を良くするために導入されたものである。

B.3 計算結果の各パラメーター依存性

超放射シミュレーションにおいてマクスウェルブロッホ方程式を数値計算する際にはさまざまなパラメーターが使用されている。これらのパラメーターのほとんどは測定されており、フリーパラメーターはほとんど存在しない。ここではシミュレーションに使用した各種パラメーターを測定誤差程度変化させた場合に超放射波形に与える影響を調べた。パラメーターを変化させる際には個別に変化させ、パラメーターごとに遅延時間、ピークパワー、パルスエネルギーについて誤差を評価した。現実的な計算時間に収めるためには、実験したすべてのバリウム密度及びストークスレーザー強度について誤差を評価することは不可能である。このため、以下では特に断らない限り $600[^\circ\text{C}]$ においてストークスレーザーを照射していない場合について評価した。また、以下の計算では、パラメーター変動による影響を調べたいので、超放射初期の量子揺らぎやレーザー位相のランダムウォークによる結果の変動を排除するため、これらに関係して使用した乱数はすべての計算で一致させている。なお、シミュレーションによって得られる超放射波形については2章を参照されたい。

B.3.1 ターゲット長、密度

ターゲット長はヒートパイプ内の温度分布から測定しており、以下のように定義している。

$$L = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} dx n(x)}{n_{max}} \quad (286)$$

温度分布の測定の結果、ターゲット長が $6.5 \pm 0.2[\text{cm}]$ であることが分かっている。

バリウムターゲット密度 n とターゲット長 L の積を吸収測定で決定している。 nL の誤差はその値の 10^{-3} と非常に小さいので、 nL の値を固定して L を変化させた場合について計算する。シミュレーション結果である図 88 を見ると、遅延時間、ピークパワー、パルスエネルギーすべてに対してあまり影響を与えていないことが分かる。

B.3.2 ドップラー拡がり

ドップラー拡がりは原子の平均速度に比例するため、温度の平方根に比例する。ヒートパイプ内の温度は一様ではなく温度勾配があるため、ドップラー拡がりも場所によって変化することになる。 $600[^\circ\text{C}]$ においては、密度分布の半値となる温度は $25[^\circ\text{C}]$ であり、この程度はドップラー拡がりは変化する。しかし、シミュレーションではこのような温度勾配の影響は取り扱っていない。そこで、これに対応する分だけドップラー幅を変化させ、シミュレーションに与える影響を調べた。シミュレーション結果である図 89 を見ると、ほとんど結果を変えていないことが分かる。

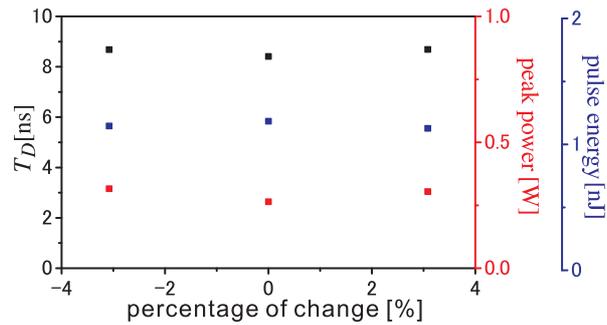


図 88 ターゲット長をベストフィットの値である $6.5[cm]$ から測定誤差である $\pm 0.2[cm]$ だけ変化させた場合の超放射遅延時間、ピークパワー、パルスエネルギーの変化を調べた。測定誤差の範囲ではターゲット長の変化はシミュレーション結果にあまり影響を与えないことが分かる。

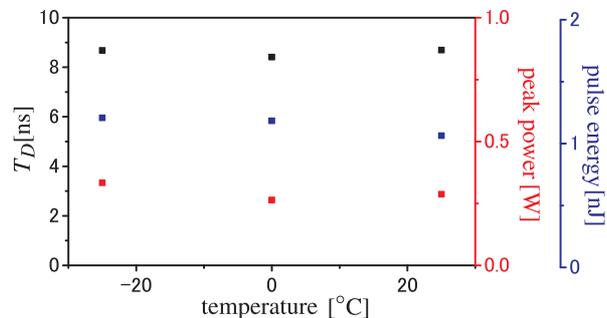


図 89 ドップラー拡がりにはヒートパイプ中で温度が一様でないため標的中で一定の値とならない。 $600[°C]$ の標的中では $25[°C]$ の温度勾配を持つため、この温度勾配に対応する分ドップラー拡がりを変化させ、シミュレーションに与える影響を調べた。温度勾配によるドップラー拡がりの変化はシミュレーションにほとんど影響を与えていないことが分かる。

B.3.3 ポンプレーザーのパルスエネルギー

パルスエネルギーは 10 ショット分のパルスレーザー波形を測定し、パルスエネルギーのショットごとのばらつきは $10[mJ] \pm 12[\%]$ であることが分かっている。パルスエネルギーの平均値はパワーメーターによって測定したものをを用いた。計算結果は図 90 であるが、パルスエネルギーはほとんど結果に影響を与えていないことが分かる。

B.3.4 ポンプレーザーの時間プロファイル

3 章で述べたようにポンプレーザーの時間プロファイルは、フォトダイオードでレーザーを測定した信号を時間プロファイルにガウス関数を仮定してフィットすることで決定している。パルス幅は 10 ショット分のパルスレーザー波形を測定し、そこから平均値と誤差を計算した。その結果平均値と誤差は色素レーザーの場合、 $0.92 \pm 0.05[ns]$ となった。計算結果は

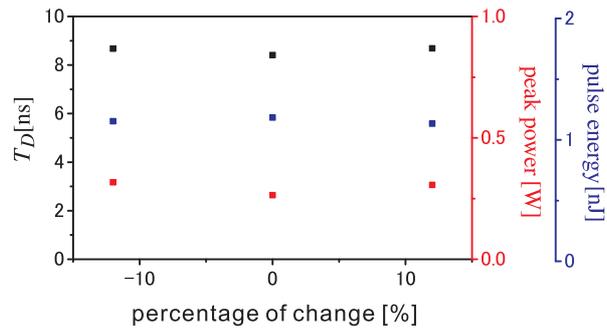


図 90 ポンプレーザーのパルスエネルギーがシミュレーション結果に与える影響を調べた。パルスエネルギーのショットごとのばらつきは $\pm 12\%$ である。このようなパルスエネルギーの変化はシミュレーション結果にほとんど影響を与えないことが分かる。

図 91 であるが、遅延時間、ピークパワー、パルスエネルギーすべてに対してあまり影響を受けていないことが分かる。

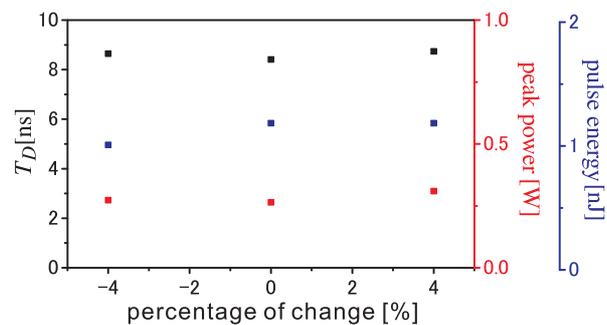


図 91 ポンプレーザーの時間幅がシミュレーション結果に与える影響を調べた。時間幅のばらつき程度変化させた場合でも計算結果にあまり影響を与えていない。

B.3.5 ポンプレーザーのビームプロファイル

ポンプレーザーのビームプロファイルは CCD カメラによって測定されており、これを 2 つの独立なガウス関数の和 (ダブルガウス関数と呼ぶ) でフィットすることで形状を求めた。2 つのガウス関数の強度比、時間幅を変化させて計算した。まずビーム径については 2 つのガウス関数についてそれぞれの径を独立に $\pm 20\%$ 変化させて計算した。図 92 が径の小さいほうのガウス関数の径を変化させた結果で、図 93 が径の大きいほうのガウス関数の径を変化させた結果である。ビーム径が大きいほうの径の変化がピークパワーとパルスエネルギーを 50[%] 程度変化させているが、遅延時間の変化は非常に小さいことが分かる。また、2 つのガウス関数ピーク強度比の変化が結果にどう影響するかを調べる。図 94 はそれぞれのガウスビームの強度比を $\pm 20\%$ 変化させた場合の計算結果である。強度比を変化させても計算結果はあまり変化していないことが分かる。

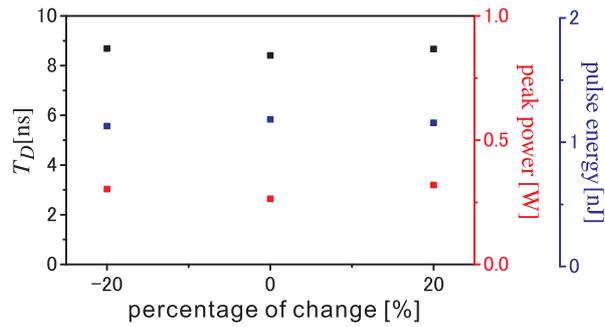


図 92 径の小さいほうのガウス関数について $\pm 20[\%]$ ビーム径を変化させたときにシミュレーション与える影響を調べた。計算結果はあまり変化していないことが分かる。

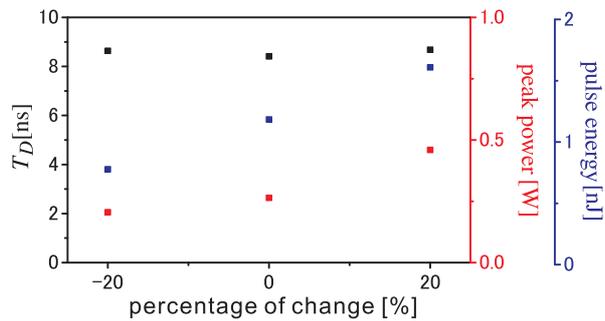


図 93 径の大きいほうのガウス関数について $\pm 20[\%]$ ビーム径を変化させたときにシミュレーション与える影響を調べた。ピークパワー、パルスエネルギーは 50% と大きく変化しているが、遅延時間はあまり変化していない。

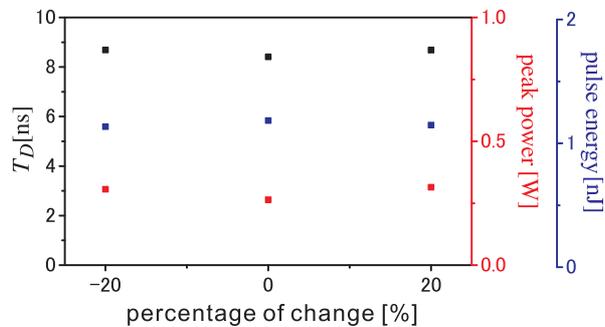


図 94 2つのガウス関数強度比を $\pm 20[\%]$ 変化させた場合に、シミュレーションに与える影響を調べた。強度比の変化はあまり計算結果を変えないことが分かる。

B.3.6 ストークスレーザー

ストークスレーザー波長は波長計によって測定しており、波長計の精度程度はレーザー離調が変化しうる。ストークスレーザーの離調 q_{32} を波長計の測定誤差である $\pm 150[MHz]$ 変化させて計算した。計算結果は図 95 であるが、結果にあまり影響を与えていないことが分かる。

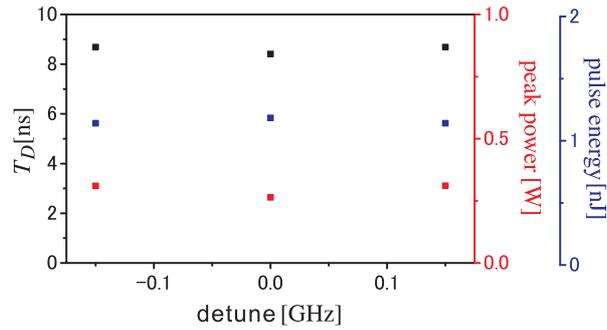


図 95 ストークスレーザの離調を波長計の精度である ± 150 [MHz] 変化させてシミュレーション結果に与える影響を調べた。ストークスレーザの離調はあまり計算結果に影響を与えないことが分かる。

B.3.7 コヒーラントな領域の大きさ

付録 B でも述べたように、標的原子集団のフレネル数 F が 1 より大きい場合には、標的は超放射進行方向と垂直な方向に対して $F = 1$ 程度のコヒーラントな小領域に分割され、それぞれ独立に超放射を起こすと考えられる。しかしながら、本研究で用いている超放射モデルでは空間について 1 次元の方程式を用いているため、個の分割された領域が $F = 1$ からずれを厳密には取り扱えない。そこで、コヒーラントな領域のフレネル数を変化させて計算してその影響を調べた。量子揺らぎ分極源、超放射回折角及び超放射電場散逸はコヒーラント領域のフレネル数に依存する。コヒーラント領域が $F = 1/4, 1, 4$ である場合に対してシミュレーションを行い、結果にどのような影響を与えるか調べた。図 96 が計算結果である。遅延時間についてはあまり変化が見られないが、ピークパワー及びパルスエネルギーについては 50[%] 程度となった。

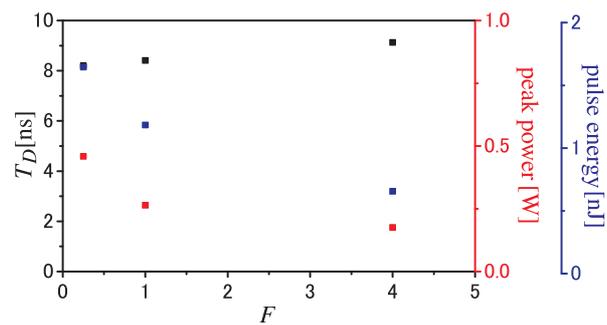


図 96 コヒーラント領域が $F = 1/4, 1, 4$ である場合に対してシミュレーションを行い、結果に与える影響を調べた。遅延時間についてはあまり変化が見られないが、ピークパワー及びパルスエネルギーについては 50[%] 程度となった。

B.3.8 結論

以上の結果から、各パラメータの変化がシミュレーションに与える影響は、遅延時間についてはあまり大きくなく、ピークパワー及びパルスエネルギーについては 50[%] 程度であることが分かった。その原因としては主にビーム形状の変動及びコヒーラント領域の大きさの不確定性によって決まっていると言える。

付録 C コヒーラント反ストークスラマン散乱

ここでは、対超放射 (PSR) の観測条件である準位間のコヒーランスを測定する方法について議論する。コヒーランス測定方法の 1 つにコヒーラント反ストークスラマン散乱 (Coherent Anti Raman Scattering: CARS) がある。^{*47}以下では CARS の詳細を説明する。

以下では図 97 のような 3 準位原子を考える。3 準位はエネルギーの低いものから $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$ で表し、各準位のエネルギーは $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2, \hbar\omega_3$ であるとする。 $|i\rangle - |j\rangle$ 準位間のエネルギー差及び遷移双極子モーメントはそれぞれ $\omega_{ij} = \omega_i - \omega_j$ 及び \vec{d}_{ij} であり、 $|2\rangle - |1\rangle$ 準位間の 1 光子遷移は非常に弱いため $\vec{d}_{21} = 0$ であるとする。一般に、 $|2\rangle$ 準位に占有している原子に対して、図 97 のように周波数 ω'_{32} のプローブレザーを照射した場合、仮想準位 $|3\rangle$ を介した $|1\rangle$ への遷移に伴い、プローブレザー光子を吸収して、周波数 ω'_{31} の反ストークス光子を放出するラマン過程が起こる。このときエネルギー保存則から、反ストークス光のエネルギーは $\omega'_{31} = \omega'_{32} + \omega_{21}$ となる。これに対して、CARS では $|2\rangle - |1\rangle$ 準位間にコヒーランスが存在している原子集団にプローブレザーを照射するが、このとき放出される反ストークス光のパワーはコヒーランスの 2 乗に比例する。CARS のこの性質から、反ストークス光のパワーを測定することで、コヒーランスを測定することができる。CARS でのコヒーランスの測定において、 $|3\rangle$ 準位への実遷移が起こった場合、 $|3\rangle - |1\rangle$ 及び $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間の 1 光子自然放出が起こり、コヒーランスを正しく測定できない。これを防ぐために、プローブレザーは $|3\rangle - |2\rangle$ 準位間の 1 光子共鳴周波数に対して、大きな離調 Δ を取っている。

CARS の発展を記述するマクスウェルブロッホ方程式は、媒質中 (ここでは標的原子集団を意味する) の電磁波の伝搬を取り扱うマクスウェル方程式と、位置 z に存在する原子と電磁波との相互作用を記述するブロッホ方程式で構成されている。なお、電磁波及び原子状態の発展は、 z 軸に垂直な方向には一様であるとし、 z 軸方向の発展のみ考えた 1 次元モデルとして取り扱う。これは、標的が z 軸方向に細長い円筒内に分布していることから、電磁波は z 軸方向に指向性を持って伝搬することに由来する。以下では、まず、CARS の発展を記述するマクスウェルブロッホ方程式を導出する。続いて、これを用いてコヒーランスがどのように決定されるかを見る。

^{*47} コヒーランスを測定する方法としては他にもフォトンエコーという方法がある。しかし、PSR に用いる準位間では 1 光子遷移に対して E1 禁制であるため、1 光子遷移であるフォトンエコーは用いることができない。

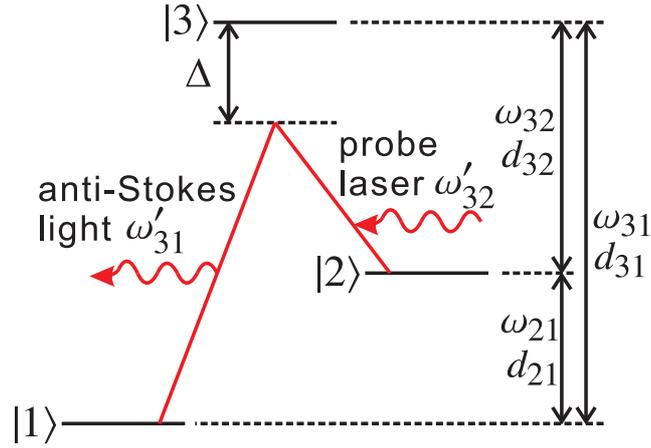


図 97 CARS によるコヒーランス測定概念図である。|1>, |2>, |3> の 3 準位原子を考える。|i> - |j> 準位間のエネルギー差及び遷移双極子モーメントはそれぞれ ω_{ij} 及び d_{ij} である。|2> - |1> 準位間の 1 光子遷移は非常に弱いため、 $d_{21} = 0$ とする。|2> 準位に占有している原子に、周波数 ω'_{32} のプローブレザーを照射すると仮想準位 |3> を経由して |1> に遷移し、それに伴って反ストークス光を放出するラマン過程が起こる。CARS では |1> - |2> 準位間にコヒーランスが存在する原子集団に対しプローブレザーを照射するが、このときコヒーランスの 2 乗に比例した反ストークス光（周波数 ω'_{31} ）が放出される。CARS のこの性質から反ストークス光のパワーを測定することで、コヒーランスを測定することができる。

C.1 マクスウェルブロッホ方程式の導出

まず、原子状態の時間発展を記述するブロッホ方程式を導出する。系のハミルトニアン H は原子準位に関する部分である H_0 と原子と光の相互作用を表す部分 H_I の和

$$H = H_0 + H_I \quad (287)$$

$$H_0 = \sum_{l=1,2,3} \hbar\omega_l |l\rangle \langle l| \quad (288)$$

$$H_I = - \sum_{l=1,2} (\vec{d}_{3l} |3\rangle \langle l| + c.c.) \cdot \vec{E} \quad (289)$$

で書ける。ここで、 E はプローブレザー電場と反ストークス光電場の和である。このとき、原子の波動関数は H_0 の固有状態の線形結合で表わされることから

$$|\psi(z, t)\rangle = c_1(z, t)e^{-i\omega_1 t} |1\rangle + c_2(z, t)e^{-i\omega_2 t} |2\rangle + c_3(z, t)e^{-i\omega_3 t} |3\rangle \quad (290)$$

と書ける。シュレーディンガー方程式 $i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(z, t)\rangle = (H_0 + H_I) |\psi(z, t)\rangle$ に左からそれぞれ $\langle 1|$, $\langle 2|$, $\langle 3|$ をかけると c_1, c_2, c_3 の時間発展が

$$i\hbar \frac{\partial c_1}{\partial t} = \vec{d}_{13} \cdot \vec{E} c_3 e^{i\omega_{13}t} \quad (291)$$

$$i\hbar \frac{\partial c_2}{\partial t} = \vec{d}_{23} \cdot \vec{E} c_3 e^{i\omega_{23}t} \quad (292)$$

$$i\hbar \frac{\partial c_3}{\partial t} = \sum_{l=1,2} \vec{d}_{3l} \cdot \vec{E} c_l e^{i\omega_{3l}t} \quad (293)$$

と与えられる。式 293 を時間で積分することで c_3 についての形式的な解が求まる。 $E(z, t) = E_{3m}(z, t)e^{i\omega'_{3m}t} + E_{3m}^*(z, t)e^{-i\omega'_{3m}t}$ を用いると

$$i\hbar c_3 = \sum_{l=1,2} \sum_{m=1,2} d_{3l} \int_0^t dt' c_l(t') \left(E_{3m}(z, t') e^{i(\omega_{3l} + \omega'_{3m})t'} + E_{3m}^*(z, t') e^{i(\omega_{3l} - \omega'_{3m})t'} \right) \quad (294)$$

が得られる。ここで、 E_{31}, E_{32} は反ストークス光電場及びプローブレーザー電場であり、 \vec{d} と \vec{E} は平行であるとした。現在考えている電磁波の 1 光子遷移の共鳴に対する離調 Δ は非常に大きいため遷移レートが小さく、 c_3 の時間発展は非常にゆっくりしたものとなる。このとき、右辺の被積分関数中に現れる $c_1(z, t')$, $c_2(z, t')$, $E_{31}(z, t')$, $E_{32}(z, t')$ に対して、 t' を現在時間 t で置き換えることができ（この近似をマルコフ近似と言う）、 c_3 は

$$i\hbar c_3 \simeq \sum_{l=1,2} \sum_{m=1,2} d_{3l} c_l(t) \left(E_{3m}(z, t) \frac{e^{i(\omega_{3l} + \omega'_{3m})t} - 1}{i(\omega_{3l} + \omega'_{3m})} + E_{3m}^*(z, t) \frac{e^{i(\omega_{3l} - \omega'_{3m})t} - 1}{i(\omega_{3l} - \omega'_{3m})} \right) \quad (295)$$

と表される。求めた c_3 の解を式 291、式 292 に代入して

$$(i\hbar)^2 \frac{\partial c_1}{\partial t} = \sum_{l=1,2} \sum_{m=1,2} d_{1l}^2 c_l(t) e^{i\omega_{1l}t} \left(\frac{E_{3m}^{(+)}(z, t) - 1}{i(\omega_{3l} + \omega'_{3m})} + \frac{E_{3m}^{(-)}(z, t) - 1}{i(\omega_{3l} - \omega'_{3m})} \right) \left(\sum_{n=1,2} E_{3n}^{(+)} + E_{3n}^{(-)} \right) \quad (296)$$

$$(i\hbar)^2 \frac{\partial c_2}{\partial t} = \sum_{l=1,2} \sum_{m=1,2} d_{2l}^2 c_l(t) e^{i\omega_{2l}t} \left(\frac{E_{3m}^{(+)}(z, t) - 1}{i(\omega_{3l} + \omega'_{3m})} + \frac{E_{3m}^{(-)}(z, t) - 1}{i(\omega_{3l} - \omega'_{3m})} \right) \left(\sum_{n=1,2} E_{3n}^{(+)} + E_{3n}^{(-)} \right) \quad (297)$$

が得られる。ここで、 $d_{ij}^2 \equiv d_{i3}d_{3j}$ 、 $E_{3m}^{(\pm)} \equiv E_{3m} e^{\pm i\omega'_{3m}t}$ である。右辺の光の振動数程度の速い振動項は、系の発展に寄与しないとして無視するという近似である RWA を行う。 $E_{3i}^{(+)}$ は $+\omega_{3i}$ の $E_{3i}^{(-)}$ は $-\omega_{3i}$ の振動項であること、 c_1 及び c_2 はゆっくりと変化すること、 $\omega_2 - \omega_1 = \omega_{31} - \omega_{32} = \omega_{21}$ に注意して、各 (m, n) の組み合わせに分けて近似後に残る右辺の項を書き出すと、まず式 296 については

(i) $m = 1, n = 1$ の項

$$d_{11}^2 c_1 E_{31}^{(+)} E_{31}^{(-)} \left(\frac{1}{i(\omega_{31} + \omega'_{31})} + \frac{1}{i(\omega_{31} - \omega'_{31})} \right)$$

(ii) $m = 1, n = 2$ の項

$$d_{12}^2 c_2 e^{i\omega_{12}t} E_{31}^{(+)} E_{32}^{(-)} \left(\frac{1}{i(\omega_{32} + \omega'_{31})} \right)$$

(iii) $m = 2, n = 1$ の項

$$d_{12}^2 c_2 e^{i\omega_{12}t} E_{31}^{(+)} E_{32}^{(-)} \left(\frac{1}{i(\omega_{32} - \omega'_{32})} \right)$$

(iv) $m = 2, n = 2$ の項

$$d_{11}^2 c_1 E_{32}^{(+)} E_{32}^{(-)} \left(\frac{1}{i(\omega_{31} + \omega'_{32})} + \frac{1}{i(\omega_{31} - \omega'_{32})} \right)$$

となる。次に式 297 については

(i) $m = 1, n = 1$ の項

$$d_{22}^2 c_2 E_{31}^{(+)} E_{31}^{(-)} \left(\frac{1}{i(\omega_{32} + \omega'_{31})} + \frac{1}{i(\omega_{32} - \omega'_{31})} \right)$$

(ii) $m = 1, n = 2$ の項

$$d_{21}^2 c_1 e^{i\omega_{21}t} E_{32}^{(+)} E_{31}^{(-)} \left(\frac{1}{i(\omega_{31} - \omega'_{31})} \right)$$

(iii) $m = 2, n = 1$ の項

$$d_{21}^2 c_1 e^{i\omega_{21}t} E_{32}^{(+)} E_{31}^{(-)} \left(\frac{1}{i(\omega_{31} + \omega'_{32})} \right)$$

(iv) $m = 2, n = 2$ の項

$$d_{22}^2 c_2 E_{32}^{(+)} E_{32}^{(-)} \left(\frac{1}{i(\omega_{32} + \omega'_{32})} + \frac{1}{i(\omega_{32} - \omega'_{32})} \right)$$

となる。以上の結果をまとめると

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = H_{eff} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (298)$$

$$H_{eff} = - \begin{pmatrix} \mu_{11,1}|E_{31}|^2 + \mu_{11,2}|E_{32}|^2 & \mu_{12}E_{31}E_{32}^* \\ \mu_{21}E_{31}^*E_{32} & \mu_{22,1}|E_{31}|^2 + \mu_{22,2}|E_{32}|^2 \end{pmatrix} \quad (299)$$

となる。ここで、以下の量を定義して用いた。

$$\mu_{11,l} \equiv \frac{2\omega_{31}d_{11}^2}{\hbar(\omega_{31}^2 - \omega'_{3l}{}^2)}, \quad \mu_{22,l} \equiv \frac{2\omega_{32}d_{22}^2}{\hbar(\omega_{32}^2 - \omega'_{3l}{}^2)} \quad (300)$$

$$\mu_{21} = \mu_{12}^* \equiv d_{21}^2 \left(\frac{1}{\hbar(\omega_{31} + \omega'_{32})} + \frac{1}{\hbar(\omega_{31} - \omega'_{31})} \right) \quad (301)$$

H_{eff} は 2 準位に還元された有効相互作用ハミルトニアンである。以上の結果は、系の発展はほとんど $|1\rangle - |2\rangle$ 準位間で閉じており、2 準位系模型として取り扱えることを示す。さて、ここで以下のハミルトニアンで記述される系の時間発展を考える。

$$H = \hbar \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad (302)$$

系の発展はフォン・ノイマン方程式 $i\hbar(\partial\rho/\partial t) = [H, \rho]$ を用いて書ける。ここで、 $\hat{\rho}$ は密度行列であり、系の状態ベクトル $|\psi\rangle$ を用いて

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \quad (303)$$

と書ける。ここで、 $R_{21} \equiv 2\rho_{21}$ 及び $Z_{21} \equiv \rho_{22} - \rho_{11}$ を定義しておく。 R_{21} は $|2\rangle - |1\rangle$ 準位間のコヒーランス、 Z_{21} は $|1\rangle - |2\rangle$ 準位間の占有率差である。これらを用いて系の発展を記述する方程式は

$$\frac{\partial R_{21}}{\partial t} = i((a-d)R_{21} + 2cZ_{21}) \quad (304)$$

$$\frac{\partial Z_{21}}{\partial t} = i(bR_{21} - cR_{21}^*) \quad (305)$$

と書ける。 a, b, c, d に式 299 のハミルトニアン各成分を代入して

$$\frac{\partial R_{21}}{\partial t} = i\{(\mu_{22,1} - \mu_{11,1})|E_{31}|^2 R_{21} + (\mu_{22,2} - \mu_{11,2})|E_{32}|^2 R_{21} - 2\mu_{21}E_{31}^*E_{32}Z_{21}\} \quad (306)$$

$$\frac{\partial Z_{21}}{\partial t} = i(\mu_{21}E_{31}^*E_{32}R_{21}^* - \mu_{12}E_{31}E_{32}^*R_{21}) \quad (307)$$

が導かれる。これが原子系の発展を記述するブロッホ方程式である。

次に電磁波の伝搬を記述するマクスウェル方程式を導出する。以下では、プローブレーザー及び反ストークス光は z 軸正の方向に指向性を持って伝搬するとし、空間について 1 次元の問題として議論を進める。媒質中の電磁波の伝搬は

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - c\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial}{\partial t} + c\frac{\partial}{\partial z}\right)E_{3l}^{(\pm)} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P_{3l}^{(\pm)} \quad (308)$$

と書ける。ここで、 n は全原子密度、 $P_{3l}^{(\pm)}$ は媒質 (ここでは原子集団) の分極で、“ \pm ”の符号はそれぞれ $+\omega'_{3l}$ 及び $-\omega'_{3l}$ の周波数をもつ成分である。“ \pm ”の符号どちらをとっても同じ方程式が導かれるため、ここでは“ $+$ ”を選ぶ。 $E_{3l}^{(+)} = E_{3l}e^{i(\omega'_{3l}t - k'_{3l}z)}$ 及び $P_{3l}^{(+)} = P_{3l}e^{i(\omega'_{3l}t - k'_{3l}z)}$ とし、電場及び分極から電磁波の波数及び周波数で振動する成分を抜き出した振幅 E_{3l}, P_{3l} は時間及び空間についてゆっくり変化するという SVEA (Slowly Varying Envelope Approximation) を行う。この時、 $\frac{\partial E_{3l}}{\partial z} \ll k'_{3l}E_{3l}$, $\frac{\partial E_{3l}}{\partial t} \ll \omega'_{3l}E_{3l}$, $\frac{\partial P_{3l}}{\partial t} \ll \omega'_{3l}P_{3l}$ が成り立ち、マクスウェル方程式は

$$\frac{\partial E_{3l}}{\partial t} + c\frac{\partial E_{3l}}{\partial z} = -\frac{i\omega'_{3l}}{2\varepsilon_0}P_{3l} \quad (309)$$

と書ける。ここで、原子集団の分極 P_{3l} を導出しておく。原子集団の分極 \vec{P} は遷移双極子モーメント演算子 \vec{d} を用いて

$$\vec{P} = n\langle\psi|e\vec{r}|\psi\rangle = n\langle\psi|\vec{d}|\psi\rangle \quad (310)$$

と書ける。ここで考えている準位構造では $|3\rangle - |1\rangle$, $|3\rangle - |2\rangle$ 準位を介した遷移のみが 0 でない遷移双極子モーメントを持つので、 $\langle 1|\vec{d}|1\rangle = \langle 2|\vec{d}|2\rangle = \langle 3|\vec{d}|3\rangle = \langle 2|\vec{d}|1\rangle = 0$ となり、

$\langle 1|\vec{d}|3\rangle$, $\langle 2|\vec{d}|3\rangle$ のみが有限の値を持つ。これを用いると

$$-P = n \left(c_1^* e^{i\omega_{13}t} d_{13} + c_2^* e^{i\omega_{23}t} d_{23} \right) c_3 + c.c. \quad (311)$$

と書ける。上式に式 295 の c_3 を代入すると

$$P = n \frac{i}{\hbar} \sum_{l=1,2} \sum_{m=1,2} \left(c_1^* c_l d_{1l}^2 e^{i\omega_{1l}t} + c_2^* c_l d_{2l}^2 e^{i\omega_{2l}t} \right) \left\{ \frac{E_{3m}^{(+)}}{i(\omega_{3l} + \omega'_{3m})} + \frac{E_{3m}^{(-)}}{i(\omega_{3l} - \omega'_{3m})} \right\} + c.c. \quad (312)$$

となる。今興味のある項は $\pm\omega'_{31}$ 及び $\pm\omega'_{32}$ の振動数をもつ分極成分 P_{31} 及び P_{32} である。まず、 $\pm\omega'_{31}$ のものを書き下すと

(i) $m=1$ の項

$$n |c_1|^2 d_{11}^2 \left(\frac{E_{31}^{(+)}}{\hbar(\omega_{31} + \omega'_{31})} + \frac{E_{31}^{(-)}}{\hbar(\omega_{31} - \omega'_{31})} \right) + n |c_2|^2 d_{22}^2 \left(\frac{E_{31}^{(+)}}{\hbar(\omega_{32} + \omega'_{31})} + \frac{E_{31}^{(-)}}{\hbar(\omega_{32} - \omega'_{31})} \right) + c.c.$$

(ii) $m=2$ の項

$$nc_1^* c_2 d_{12}^2 e^{i\omega_{12}t} \frac{E_{32}^{(-)}}{\hbar(\omega_{32} - \omega'_{32})} + nc_2^* c_1 d_{21}^2 e^{i\omega_{21}t} \frac{E_{32}^{(+)}}{\hbar(\omega_{31} + \omega'_{32})} + c.c.$$

となる。次に $\pm\omega_{32}$ のものを書き下すと

(i) $m=1$ の項

$$nc_1^* c_2 d_{12}^2 e^{i\omega_{12}t} \frac{E_{31}^{(+)}}{\hbar(\omega_{32} + \omega'_{31})} + nc_2^* c_1 d_{21}^2 e^{i\omega_{21}t} \frac{E_{31}^{(-)}}{\hbar(\omega_{31} - \omega'_{31})} + c.c.$$

(ii) $m=2$ の項

$$n |c_1|^2 d_{11}^2 \left(\frac{E_{32}^{(+)}}{\hbar(\omega_{31} + \omega'_{32})} + \frac{E_{32}^{(-)}}{\hbar(\omega_{31} - \omega'_{32})} \right) + n |c_2|^2 d_{22}^2 \left(\frac{E_{32}^{(+)}}{\hbar(\omega_{32} + \omega'_{32})} + \frac{E_{32}^{(-)}}{\hbar(\omega_{32} - \omega'_{32})} \right) + c.c.$$

となる。以上から、正の周波数を持つ分極成分 P_{3l} はそれぞれ

$$P_{31} = nc_1 c_2^* \mu_{21} E_{32} + n \left(|c_1|^2 \mu_{11,1} + |c_2|^2 \mu_{22,1} \right) E_{31} \quad (313)$$

$$P_{32} = n \left(|c_1|^2 \mu_{11,2} + |c_2|^2 \mu_{22,2} \right) E_{32} + nc_1^* c_2 \mu_{12} E_{31} \quad (314)$$

と書ける。これを式 309 に代入して

$$\frac{\partial E_{31}}{\partial t} + c \frac{\partial E_{31}}{\partial z} = -\frac{i n \omega'_{31}}{2 \epsilon_0} \left\{ \left(\frac{\mu_{22,1} + \mu_{11,1}}{2} + \frac{\mu_{22,1} - \mu_{11,1}}{2} Z_{21} \right) E_{31} + \frac{1}{2} \mu_{21} R_{21} E_{32} \right\} \quad (315)$$

$$\frac{\partial E_{32}}{\partial t} + c \frac{\partial E_{32}}{\partial z} = -\frac{i n \omega'_{32}}{2 \epsilon_0} \left\{ \left(\frac{\mu_{22,2} + \mu_{11,2}}{2} + \frac{\mu_{22,2} - \mu_{11,2}}{2} Z_{21} \right) E_{32} + \frac{1}{2} \mu_{12} R_{21}^* E_{31} \right\} \quad (316)$$

となる。ここで、 $Z_{21} = |c_2|^2 - |c_1|^2$ 、 $R_{21} = 2c_2^* c_1$ を用いた。これが電磁波の伝搬を記述するマクスウェル方程式である。

以上の結果からマクスウェルブロッホ方程式

$$\frac{\partial R_{21}}{\partial t'} = i \left\{ (\mu_{22,1} - \mu_{11,1}) |E_{31}|^2 R_{21} + (\mu_{22,2} - \mu_{11,2}) |E_{32}|^2 R_{21} - 2\mu_{21} E_{31}^* E_{32} Z_{21} \right\} \quad (317)$$

$$\frac{\partial Z_{21}}{\partial t'} = i \left(\mu_{21} E_{31}^* E_{32} R_{21}^* - \mu_{12} E_{31} E_{32}^* R_{21} \right) \quad (318)$$

$$\frac{\partial E_{31}}{\partial z} = -\frac{i n \omega'_{31}}{2 c \epsilon_0} \left\{ \left(\frac{\mu_{22,1} + \mu_{11,1}}{2} + \frac{\mu_{22,1} - \mu_{11,1}}{2} Z_{21} \right) E_{31} + \frac{1}{2} \mu_{21} R_{21} E_{32} \right\} \quad (319)$$

$$\frac{\partial E_{32}}{\partial z} = -\frac{i n \omega'_{32}}{2 c \epsilon_0} \left\{ \left(\frac{\mu_{22,2} + \mu_{11,2}}{2} + \frac{\mu_{22,2} - \mu_{11,2}}{2} Z_{21} \right) E_{32} + \frac{1}{2} \mu_{12} R_{21}^* E_{31} \right\} \quad (320)$$

が得られる。ここで、 $t' = t - z/c$ である。この式によって、CARS の発展が記述される。なお、この方程式は誘導ラマン散乱 (Stimulated Raman Scattering) の発展を記述することもできる。

C.2 コヒーランスの決定方法

さて、式 319 の右辺には反ストークス光電場に比例する第 1 項とプローブ電場及びコヒーランスに比例する第 2 項がある。標的コラム密度及びコヒーランスがあまり大きくない場合にはプローブレザーから反ストークス光への変換効率が小さくなる。このために、反ストークス光はプローブレザーに比べて十分に弱くなる。以上から、式 319 の右辺第 1 項は無視でき^{*48}

$$\frac{\partial E_{31}(z, t')}{\partial z} = -i \frac{n \omega'_{31} \mu_{21} R_{21}(z, t') E_{32}(z, t')}{4 c \epsilon_0} \quad (321)$$

となる。上式のように標的中の伝搬による反ストークス光の成長は、1 光子過程である超放射と違い、コヒーランス及び双極子モーメントだけでなく、プローブ電場振幅にも比例する。続いて、 $R(z, t' = 0) = R_{21}(z)$, $E_{31}(z = 0, t') = 0$, $E_{32}(z = 0, t') = E_{32}(t')$ という初期境界条件で上式を解き、標的出射端面 $z = L$ における反ストークス光電場 $E_{31}(z = L, t')$ を得る。ここで、 L は標的長である。前述のようにプローブレザーから反ストークス光への変換効率は小さいとしたため、プローブレザー電場の伝搬による減衰は小さく、 $E_{32}(z, t') = E_{32}(t')$ と標的中で一様となる。このとき、式 321 を解くと

$$E_{31}(L, t') = -i \frac{n L \omega'_{31} \mu_{21} \tilde{R}_{21}(t') E_{32}(t')}{4 c \epsilon_0} \quad (322)$$

が得られる。ここで、 $\tilde{R}_{21}(t') = \int_0^L R_{21}(z, t') dz / L$ であり、これは標的位置について平均を取ったコヒーランスである。入射したプローブレザー強度 $I_{32}(t') = \epsilon_0 c |E_{32}|^2 / 2$ と反ストークス光強度 $I_{31}(t') = \epsilon_0 c |E_{31}|^2 / 2$ を用いると、 $\tilde{R}_{21}(t')$ は

$$|\tilde{R}_{21}(t')| = \frac{4 c \epsilon_0}{n L \omega'_{31} |\mu_{21}|} \sqrt{\frac{I_{31}}{I_{32}}} \quad (323)$$

^{*48} 本実験における実験条件ではこの近似は正しい。

と書ける。さらに、測定されるプローブレーザー照射中のコヒーランスの代表値 \bar{R}_{21} を以下のように定義する。

$$|\bar{R}_{21}| \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I_{32}(t') \tilde{R}_{21}(t') dt'}{\int_{-\infty}^{\infty} I_{32}(t') dt'} = \frac{4c\epsilon_0}{nL\omega'_{31}|\mu_{21}|} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{I_{31}(t')I_{32}(t')} dt'}{\int_{-\infty}^{\infty} I_{32}(t') dt'} \quad (324)$$

上式から、標的コラム密度及びプローブレーザーと反ストークス光の強度を測定することで、コヒーランス \bar{R}_{21} を決定できることが分かる。以下では \bar{R}_{21} をコヒーランスと呼び、CARS の測定からこれを決定する。

付録 D レーザー吸収による密度測定

ここではレーザー吸収測定の詳細について議論する。

D.1 レーザー吸収

標的原子集団に対して、この原子の 1 光子遷移にはほぼ共鳴したレーザー光を z 軸方向に入射すると、原子によってレーザー光子が吸収され、レーザー強度が減衰する。標的の中をレーザーが微小距離 Δz 伝搬したとき、レーザー強度は原子密度 n 、散乱断面積 σ 及び微小距離 Δz に比例した減衰を受ける。このことから入射強度と出射強度の比を測定すれば、散乱断面積が既知とすると、標的コラム密度を評価できる。2 準位原子にレーザーを照射した場合、図 98 のように基底状態 $|g\rangle$ に占有する原子によって吸収され、励起状態 $|e\rangle$ に占有する原子によって誘導放出及び自然放出が起こる。このとき、レーザー強度減衰は

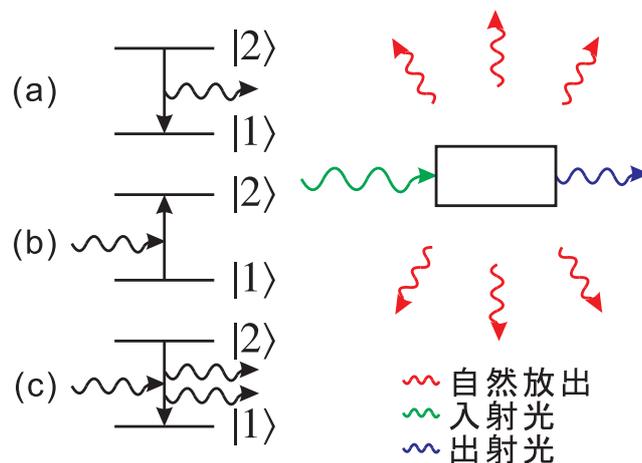


図 98 レーザー吸収の模式図である。(a) は自然放出等方的に放射、(b) はレーザー吸収、(c) は誘導放出で指向性がある。緑線と青線はそれぞれ入射及び出射光。自然放出で散逸した分だけレーザー強度が減衰する。

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(n_1 - n_2)\sigma(\omega)I(z) \quad (325)$$

と書ける。ここで I は位置 z におけるレーザー強度であり、 σ, n_1, n_2 はそれぞれ原子による光の散乱断面積、基底状態及び励起状態の原子密度である。 n_1 に比例する項は吸収によるレーザー減衰を表し、 n_2 に比例する項は誘導放出によるレーザー強度の増加を表す。まず、散乱断面積を求めておく。図 98 のようにエネルギーの散逸は自然放出によってのみ起こっているため、単位体積当たりのレーザー強度減衰のレートは単位体積当たりの励起状態からの自然放出のレートに等しいことから

$$(n_1 - n_2)\sigma(\omega)I(z) = n_2 A_{21} \hbar \omega \quad (326)$$

$$\sigma(\omega) = \frac{n_2}{n_1 - n_2} \frac{A_{21} \hbar \omega}{I(z)} \quad (327)$$

が得られる。ここで A_{21} は自然放出レートである。原子準位間のエネルギー差に近い波長のレーザーを照射した場合に光学ブロッホ方程式を解く。入射レーザー強度が非常に弱い場合を考え、測定時間は非常に長いとして、光学ブロッホ方程式の定常解を求めると

$$\frac{n_2}{n_1 - n_2} \sim \frac{n_2}{n} \sim \frac{\Omega_R^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (328)$$

ここで ω_0, ω, Γ はそれぞれ共鳴振動数及びレーザー振動数及び励起状態の線幅、 $\delta \equiv \omega - \omega_0$ は離調、 n は全原子密度、 Ω_R はラビ振動数であり、 $\Omega_R = dE/\hbar$ と書ける。 d, E は原子の双光子モーメント及び電場振幅である。散乱断面積はレーザー周波数に依存し、原子レベル間隔に一致したときに最も大きくなることがわかる。式 328 を用いて式 325 を書きなおすと入射レーザー強度が非常に弱い場合、原子はほとんど基底状態に存在し、 $n_1 - n_2 \approx n$ となるので

$$\frac{dI(z)}{dz} = -n(z)\sigma(\delta)I(z) \quad (329)$$

$$\sigma(\delta) = \frac{3\pi^2 c^2}{\omega_0^2} A_{21} g_L(\delta) \quad (330)$$

$$g_L(\delta) = \frac{\Gamma/(2\pi)}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (331)$$

となる。これを基底状態及び励起状態の縮重度がそれぞれ g_1, g_2 となる場合に拡張するには以下のように変更すればよい。

$$\sigma(\delta) = \frac{g_2}{g_1} \frac{3\pi^2 c^2}{\omega_0^2} A_{21} g_L(\delta) \quad (332)$$

前述のように光の散乱されるレートは励起原子数を N_2 として γN_2 となる。このとき、入射レーザー強度がラビ振動数より大きくなると励起原子数は飽和して全原子数 N の半分 $N/2$ 以上に大きくなる。このため散乱される光のレートは一定に近づくのに対して、入射強度は大きくなるため、透過率が入射レーザー強度に依存するようになる。これを避けるために、一般的に吸収測定には飽和強度 I_s より弱い光を使用し、ほとんどの原子が基底状態にいるという状態にする。 I_{sat} は以下のように書ける。

$$I_{sat} = \frac{\pi}{3} \frac{hc}{\lambda^3 \tau} \quad (333)$$

バリウム原子の $6s^2\ ^1S_0 - 6s6p\ ^3P_1$ 間の遷移については $I_{sat} = 1.3 \times 10^{-2} [mW/cm^2]$ となり、実験ではこれより十分に弱い強度で実験を行う必要がある。

D.2 ドップラー拡がりの影響

原子の速度はマクスウェル分布に従って分布している。そのために、各原子はレーザーの振動数 ω がシフトしたように感じ、これをドップラーシフトと呼ぶ。このシフト量の分散をドップラー拡がりと呼び、

$$\Delta_{Dop} = \frac{v}{c} \omega \quad (334)$$

で与えられる。このずれがあることで、原子によって散乱断面積に違いが生じるため、散乱断面積をドップラー拡がりで見込み込む必要がある。レーザーを使用する場合には指向性が高いことから、1次元のマクスウェル分布を考えればよく、以下のように書ける。

$$g_{Dop}(\delta\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta_{Dop}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\delta\omega}{\Delta_{Dop}}\right)^2} \quad (335)$$

これを用いて畳みこみを行うと以下の結果が得られる。[61]

$$\sigma(\delta) = \frac{g_2}{g_1} \frac{3\pi^2 c^2}{\omega_0^2} A_{21} \int_{-\infty}^{+\infty} g_L(\delta + \delta\omega) g_{Dop}(\delta\omega) d\delta\omega \quad (336)$$

実際に行う実験では原子遷移の自然幅に比べて十分狭いレーザーを用い、レーザー波長をスweepして吸収スペクトルの形状から標的コラム密度を評価する。

付録 E ヒートパイプの熱伝導シミュレーション

E.1 ヒートパイプの熱伝導シミュレーション

ここでは、高密度（高温）のバリウム標的密度の測定方法について議論する。標的密度の測定方法には2つの手法があり、1つ目はヒートパイプ内の温度分布を測定して飽和蒸気圧曲線を用いて決定する手法で、もう1つはレーザーの吸収スペクトルの測定から決定する手法である。コヒーランス測定実験ではヒートパイプ内部温度は $1000[^\circ\text{C}]$ 以上であり、以下のような理由でこの温度領域における標的密度測定は難しい。まず、温度分布の測定については高温の液体バリウムによってヒートパイプ内部の熱電対が破壊され、温度の測定ができない。また、レーザー吸収を用いる手法では高密度による圧力拡がりによってレーザー吸収スペクトルが変形するため、密度の決定が難しい。そこで、ヒートパイプ外部の温度をモニターして、そこからヒートパイプ内部温度を推定し、飽和蒸気圧曲線を用いてバリウム密度分布を決定するという手法を用いる。密度分布の決定には以下のような手順を踏んだ。

1. ヒートパイプ外部の温度を複数点モニターして熱伝導シミュレーションの結果と比較し、シミュレーションの妥当性を検証する。

2. 600 から 700[°C] 程度の低温におけるレーザー吸収測定とシミュレーション結果を比較し、シミュレーションが正しい密度分布を与えることを確かめる。
3. シミュレーションで高温での温度分布を計算し、密度分布を得る。

ヒートパイプの熱伝導シミュレーションは ANSYS というソフトウェアを用いて行った。シミュレーションにはインコネルパイプ・セラミックヒーターの熱伝導、ヒーター・パイプ間の輻射による熱交換、ヒーター・パイプ外壁からの空気による熱伝達を取り入れている。計算に必要なパラメータはヒートパイプの寸法、各部材の熱伝導率 k_c 及び放射率 ε_r 、外壁の熱伝達率 h 、ヒーターパワーのみである。図 99 はヒートパイプの詳細な形状である。放射率及び熱伝達率は表面の状態などにより変化するため、後述のようにパラメータの調整を行った。

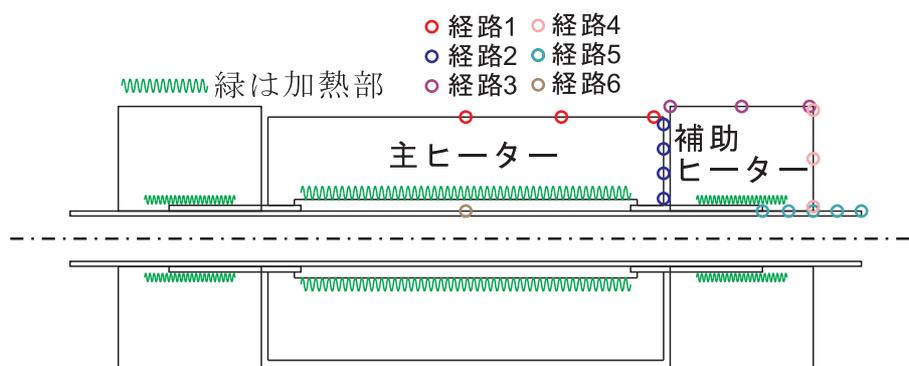


図 99 ヒートパイプの詳細な構造と温度モニターを行った位置を示した図である。黒の実線はヒートパイプの外形であり、緑の波線はヒーターの加熱部分である。インコネルパイプ、パイプ中心部分を熱する主ヒーターが 1 つ、パイプ周辺部を加熱する補助ヒーター 2 つによって構成されている。

E.2 シミュレーションの検証

まずは、ヒートパイプ外部の温度分布を測定してシミュレーションと比較することで、パラメータの決定及びシミュレーションの妥当性を検証する。ヒートパイプ外壁（経路 6）で測定している温度が目的の温度になるよう PID 制御しているが、この温度が 700, 800, 900[°C] となる 3 点に対してヒートパイプ外部の複数点において温度を測定する。図 99 にある経路 1 から 5 で温度を測定して検証に用いた。また、温度測定と同時にヒーターに流れる電流量をモニターし、ヒーターパワーを決定した。まず、800[°C] の測定結果とシミュレーション結果が一致するように放射率及び熱伝達率の調整を行う。800[°C] で決定したパラメータを使用して、700, 900[°C] で測定されたヒーターパワーを入力し、結果が一致するか確かめることでシミュレーションが妥当か検証する。図 100 はシミュレーションによって得られた温度分布である。ヒーター加熱部で発生した熱が輻射によってパイプに伝わり、パイプ中の熱伝導を介して外に逃げていることが見て取れる。図 101 は経路 1 から 5 における測定結果及びシミュレーションで得られた各経路上における温度分布である。経路 3 及び 5 を除いては測定

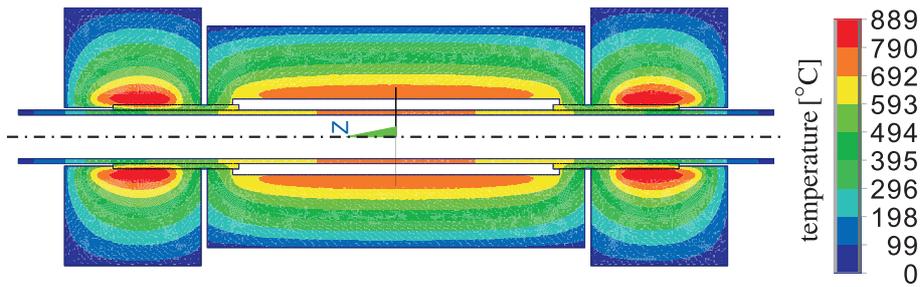


図 100 シミュレーションによって得られたヒートパイプ温度分布である。主ヒーター内壁の加熱部分が高温になっており、それと対面するパイプ壁面が高温になっていることから、輻射によってヒーター壁面からパイプ壁面に熱の移動があることが分かる。パイプに流入した熱はパイプ軸方向に熱伝導によって伝搬し、徐々に低温になっている。ヒーター外壁では室温に近く、100[°C] 以下となっている。

結果を良く再現していることから、シミュレーションが妥当なものであることが分かる。経路 3 及び 5 において測定結果とシミュレーション結果にずれが見られる原因は、主ヒーター壁面と補助ヒーター壁面間の空気の対流による熱伝導が正確に扱えていないことが原因であると考えられる。このため、外部温度の測定結果とシミュレーション結果の比較だけでなく、低温におけるレーザー吸収から測定されたコラム密度とシミュレーション結果の比較を行い、クロスチェックを行った。しかしながら、実験からのずれが見られるのはヒートパイプ中心から離れた部分のみで、中心部に近いところでは測定結果を再現していることから問題ないと考えられる。これに加えてヒートパイプ内部の密度分布が正しく再現できているかが重要

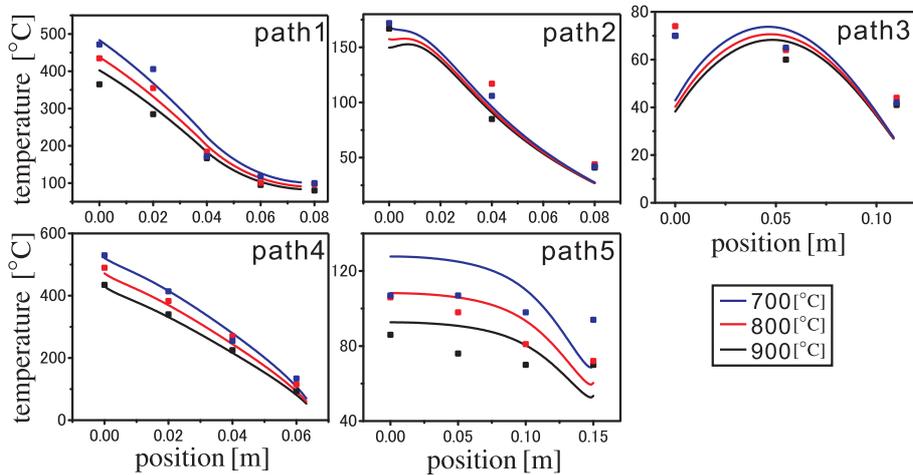


図 101 経路 1 から 5 における温度測定結果と熱伝導シミュレーション結果を比較することでシミュレーションの妥当性を検証した。経路 3 及び 5 を除いては良い一致を示していることが分かる。

である。これを検証するために、PID 制御点の温度が 550, 575, 600, 625, 650, 675, 700[°C] の低密度の場合にレーザー吸収による密度測定を行い、シミュレーション結果と一致するか確かめた。図 102 がその結果である。各温度で標的コラム密度が実験結果とシミュレーション

結果で一致しており、シミュレーションから得られる密度分布は正しい密度分布を与えることが分かった。

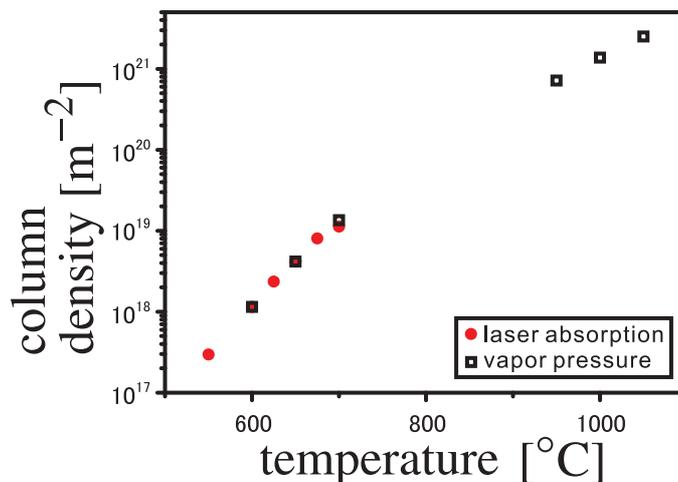


図 102 比較的低温のバリウム標的において、レーザー吸収による標的コラム密度測定結果と熱伝導シミュレーションによって得られた標的コラム密度を比較した結果である。両者がよく一致することから、シミュレーションによって得られたコラム密度は正しい値を示すことが分かった。

E.3 シミュレーション結果

図 103 が、PID 制御点（経路 6）における温度が 1050[°C] となる時のパイプ内部の密度分布を示したグラフである。この結果から標的長は 15[cm] であることが分かる^{*49}。また、図 102 から標的コラム密度は 950[°C] で 7×10^{20} [m⁻²]、1050[°C] で 3×10^{21} [m⁻²] となった。

付録 F 検出器の応答

予想される超放射パルスの時間幅はサブナノ秒程度であり、実験に用いた検出系では測定された信号（検出信号）と検出系の応答を除いた時間プロファイル（真の信号）に違いが出る。これは検出系の帯域が有限であるために起こるもので、真の信号を $f(t)$ 、検出信号を $f'(t)$ 、検出系の応答関数を $g(t)$ とすると

$$f'(t) = \int_0^{\infty} dt' f(t-t')g(t') \quad (337)$$

という関係式が成り立つ。ここでの目標は応答関数がどのような形で書けるのか決定することである。

^{*49} 超放射観測実験で用いたヒートパイプを改良したため、標的長が長くなった

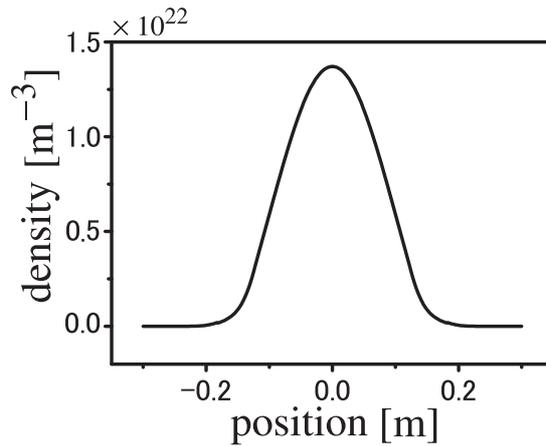


図 103 PID 制御点（経路 6）における温度が 1050[°C] であるときのヒートパイプ内壁密度分布を示した結果である。中心部で最も高密度であり、中心部から離れるにつれてほとんど標的がないことが分かる。

F.1 応答関数

ここでは、検出系の応答関数がどう与えられるか議論する。まず、検出系が N_{int} 個の積分回路で構成されており、真の信号がデルタ関数である場合を考える。図 104a は $N_{int} = 1$ の場合である。積分回路を 1 回通した場合には時定数が無限大の極限では図 104a の破線のような階段関数となる。実際には有限の時定数を持っているため、実線のように指数関数的に減衰する。このことから応答関数は $g(t) = a \exp(-bt)$ という形となる。次に、 $N_{int} = 2$ について考える。図 104b のように、時定数が無限大の極限では直線（破線）になり、有限の時定数では実線のように $g(t) = at \exp(-bt)$ となる。同様に N_{int} 個の場合には

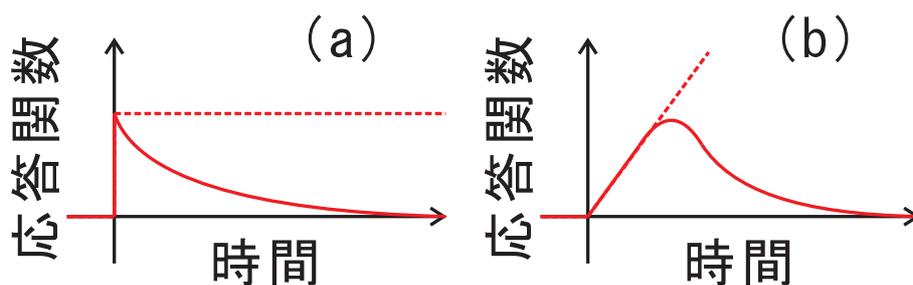


図 104 (a)1 個の積分回路からなる検出系に対する応答関数 (実線)。(b)2 個の積分回路からなる検出系に対する応答関数 (実線)。波線は時定数が無限大の極限。

$$g(t) = at^{N_{int}} \exp(-bt) \quad (338)$$

と書ける。ここで、 a, b を計算しておく。まず、検出信号の面積は応答関数によらず真の信号の面積と一致することから、検出系のゲインが 1 であれば応答関数は 1 に規格化されていな

ければならない。このことから

$$a = \frac{1}{\int_0^\infty dtg(t)} = \frac{b^{N_{int}+1}}{N_{int}!} \quad (339)$$

と書ける。次に、 b については検出系の帯域との関係を求める。以下の議論では $N_{int} = 1$ の場合を扱う。 $f(t) = \cos(2\pi\nu t)$ としたときの検出信号の振幅は

$$\frac{b^2}{(2\pi\nu)^2 + b^2} \quad (340)$$

となる。件室信号の振幅が真の信号の振幅の $-3[\text{dB}]$ となるときの周波数が検出系の帯域 ν_{Det} となることから

$$b = \frac{2\pi\nu_{Det}}{10^{0.3} - 1} \simeq 2\pi\nu_{Det} \quad (341)$$

と書ける。検出器とオシロスコープなど複数の構成要素からなる検出系の帯域はそれぞれの構成要素の帯域を ν_1, ν_2, \dots とすると以下のように書ける。

$$\frac{1}{\nu_{Det}} = \sqrt{\frac{1}{\nu_1} + \frac{1}{\nu_2} + \dots} \quad (342)$$

F.2 検出信号

ここでは、真の信号として以下のようなガウス関数を仮定した場合に、検出信号が検出系の応答関数にどう依存するのかを見る。

$$f(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_1^2}\right) \quad (343)$$

図 105 は真の信号（黒線）とその検出信号（その他の色）である。色の違いは検出系の帯域を変えた結果である。帯域が小さいほどピークを取る時間が遅れており、ピーク値は小さく、パルス幅は大きくなっていることが分かる。

付録 G ガウスビーム

レーザーは自由空間においてガウスビームと呼ばれる形状を持つ。[62] ここではまず、ガウスビームがどのような形状なのかを見ることにする。

G.1 ヘルムホルツ方程式

まず大雑把なイメージを把握するために、次のような考察を行う。図 106 は球面波の一部を切り取り、 z 方向に進行するビームを表したものである。勿論原点付近に注目すると、球面

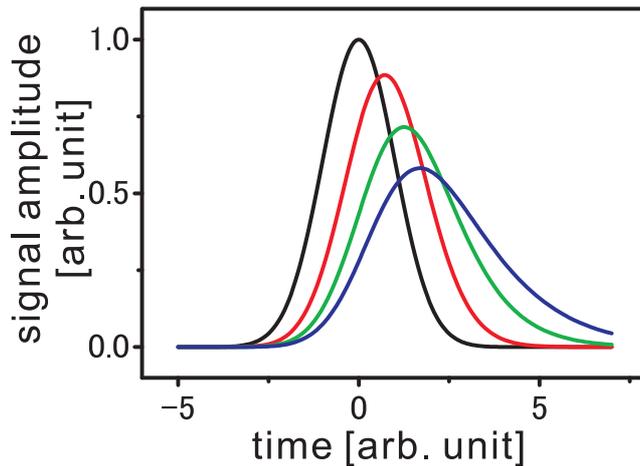


図 105 真の信号 (黒線) と検出系の帯域がそれぞれ $1/v_{Det} = 0.4, 0.8, 1.2$ の場合の検出信号 (それぞれ赤、緑、青線) を時間の関数としてプロットしたものである。帯域が小さいほどピークを取る時間が遅れて、ピーク値は小さく、パルス幅は大きくなっていることが分かる。

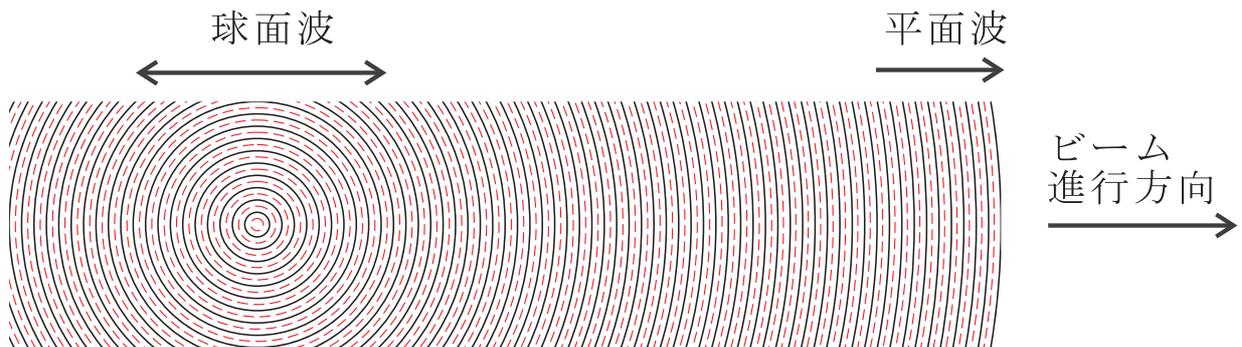


図 106 球面波から平面波への移行。

波の形状は鮮明に分かる。簡単な考察で分かるように、この付近で波動は^{*50}

$$E(t, \vec{x}) = A_0 \frac{e^{-i(\omega t - kr)}}{r}, \quad k = \frac{\omega}{c} \quad (344)$$

と表すことが出来るであろう。また A_0 は適当な定数である。一方、原点より遠く離れた所ではむしろ平面波に近くなり

$$E(t, \vec{x}) = E_0 e^{-i(\omega t - kr)} \quad (345)$$

と表されるであろう。ここで注目したいのはこれら 2 つの領域に挟まれた部分である。実を言うと、この付近の形状がレーザービームを良く表している。この付近では $z \gg \sqrt{x^2 + y^2}$ が成立するので

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = z \sqrt{1 + \frac{x^2 + y^2}{z^2}} \simeq z + \frac{x^2 + y^2}{2z} \quad (346)$$

^{*50} 実を言うと、単純な球面電磁波は実際には存在し得ない。しかし、簡便で見通しの良い計算方法を提供するためこれを採用する。

の近似が成り立つ。上式を式 344 に代入すると

$$E(t, \vec{x}) = \frac{A_0}{z} e^{-i\left(\omega t - kz - k\frac{x^2+y^2}{2z}\right)} \quad (347)$$

と変形される。ここでポイントは、補正項である $(x^2 + y^2)/z$ については、指数部には取り入れられるが、振幅（分母）については大きな変化はないとしてこれを無視することである。この式は近軸ヘルムホルツ方程式と呼ばれる方程式の解となっている。^{*51} 以下ではヘルムホルツ方程式及び近軸ヘルムホルツ方程式を説明しよう。両者は電磁波が特定の周波数 ω で調和振動している時、その空間依存性を表す関数がどのような形を持つのかを定める方程式である。波動方程式において、 E が $e^{-i\omega t}$ の時間依存性を持つと仮定しよう。 $E = \tilde{E}(x, y, z)e^{-i\omega t}$ とおくと \tilde{E} は

$$\left(\nabla^2 + k^2\right) \tilde{E}(x, y, z) = 0, \quad k = \omega/c \quad (348)$$

を満たす。但し波動方程式の右辺はゼロ ($\rho_0 = j_f = 0$) とした。この方程式はヘルムホルツ方程式と呼ばれる。実際この方程式を解くことにより、様々な状況に対応する波動が導き出される。ここでは先を急ぎ波動がビーム状にある場合のみを考察しよう。ビームの進行方向を z に取ると、 \tilde{E} は

$$\tilde{E} = u(x, y, z)e^{+ikz} \quad (349)$$

と 2 つの部分の積として書けるであろう。^{*52} 各々の因子は、 e^{+ikz} は波長スケールの細かな空間振動を、また u はビームのより大局的な形状変化を表す。 u は波長サイズでは殆ど一定値をとると想定されることから、近似式

$$u' \equiv \frac{\partial u}{\partial z} \ll ku \equiv \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)u, \quad u'' \ll ku' \quad (350)$$

が成立する。この近似には名前が付いており、Slowly Varying Envelope Approximation (SVEA) と呼ばれる。式 349) を式 348 に代入し、 u に対する微分方程式を求めよう。この際

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} u(x, y, z)e^{ikz} \simeq (ik)^2 u e^{ikz} + 2(ik)u' e^{ikz} \quad (351)$$

とできることに注意すると、式 348 は

$$\nabla_T^2 u + 2iku' = 0, \quad \nabla_T^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (352)$$

と簡略化することが出来る。この方程式は近軸ヘルムホルツ方程式と呼ばれる。式 349 を参照すると、式 347 は u として

$$u(x, y, z) = \frac{A_0}{z} e^{ik\left(\frac{x^2+y^2}{2z}\right)} \quad (353)$$

を採用した式であることが分かる。簡単に分かるように上式は近軸ヘルムホルツ方程式（式 352）を満足する。

^{*51} Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz(1821 年- 1894 年)

^{*52} このような分離が可能か否か疑問になるところであるが、結果から正当化する。

G.2 ガウスビーム

さて式 353 において、 z に定数を付加しても近軸ヘルムホルツ方程式の解となることは容易に理解できる。 $\bar{z} = z + \text{constant}$ としたとき

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial z} \quad (354)$$

が成り立つからである。定数として実数を付加することは、単に z 座標の原点を移動することに相当している。この操作はほぼ自明であろう。次に定数として純虚数を選んだと仮定しよう。この場合は新しい性質が生まれる。実際 u は、 z_0 を新たに導入された実パラメータとして

$$u(x, y, z) = \frac{A_0}{z - iz_0} e^{ik\left(\frac{x^2+y^2}{2(z-iz_0)}\right)} \quad (355)$$

と書き表される。上記 u が現実のレーザービームを表すためには、境界条件

$$u \rightarrow 0 \quad (\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty) \quad (356)$$

が満たされる必要があるが、この要請は z_0 が正であることを意味する。上記境界条件は重要であり、純虚数の定数 iz_0 を導入したおかげでより現実に近いレーザービームを表す式に到達できたと言える。また $z = 0$ とおくと、そこでは

$$u_0 = \frac{A_0}{-iz_0} e^{-k\left(\frac{x^2+y^2}{2z_0}\right)} \quad (357)$$

と表すことができ、ビーム断面形状はガウス型であることが分かる。レーザー光学では、ビームウエストと呼ばれる新しい物理量 w_0 を

$$z_0 \equiv \frac{kw_0^2}{2} \quad (358)$$

により定義するのが一般的である。これを用いると $z = 0$ での断面形状は

$$u_0 = E_0 e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{w_0^2}\right)}, \quad E_0 \equiv i \frac{A_0}{z_0} \quad (359)$$

と表すことが出来る。上式では次元を明瞭に表すために電場の次元を有する定数 E_0 を導入した。式 359 を見ると、 w_0 がレーザービームの $z = 0$ における断面方向スポットサイズを表すことが理解できよう。再度式 355 に戻ろう。 E_0 を用い、振幅部を書きなおすと式 355 は

$$u(x, y, z) = \frac{E_0}{1 + i(z/z_0)} e^{ik\left(\frac{x^2+y^2}{2(z-iz_0)}\right)} \quad (360)$$

と変形できる。ここで指数部の $1/(z - iz_0)$ については、実数部と虚数部に各々新しい量を導入し

$$\frac{1}{z - iz_0} = \frac{z + iz_0}{z^2 + z_0^2} = \frac{1}{R(z)} + \frac{i}{z_0} \frac{w_0^2}{w^2(z)} \quad (361)$$

と定義する。後に説明するように、新たな量 $R(z)$ はビームの位相面の曲率変化を表す関数、 $w(z)$ はビーム径のビーム方向変化を表す関数である。簡単に分かるように、各々は

$$R(z) = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right), \quad w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right) \quad (362)$$

と与えられる。(…)内の z 依存性は $R(z)$ と $w^2(z)$ の各々で異なることに注意しよう。これらの 2 つの物理量を使えば式 360 の指数部は

$$\exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[+ik \left(\frac{x^2 + y^2}{2R(z)} \right) \right] \quad (363)$$

と表すことが出来よう。最後に振幅部について変形しよう。分母の因子 $1 + i(z/z_0)$ を極座標形式で表し

$$1 + i\frac{z}{z_0} = \sqrt{1 + (z/z_0)^2} \exp(i\eta(z)), \quad \eta(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad (364)$$

と書く。そうすると u は結局

$$u(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[+ik \left(\frac{x^2 + y^2}{2R(z)} \right) - i\eta(z) \right] \quad (365)$$

となる。あるいは時間依存性等も含めれば、ガウスビーム電場は

$$E(t, \vec{x}) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[-i \left(\omega t - kz - k \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} \right) - i\eta(z) \right] \quad (366)$$

と表すことが出来る。

付録 H 2 光子自然放出

原子準位間遷移に伴う 2 光子放出過程 $|i\rangle \rightarrow |f\rangle + \gamma + \gamma$ のレートを計算する。この計算は始状態において準位 $|i\rangle$ に占有していた原子が、中間準位 $|n\rangle$ を介して終状態 $|f\rangle$ に遷移する 2 次の摂動計算であり、フェルミの黄金律を用いると遷移レート $\Gamma_{2\gamma}$ は

$$d\Gamma_{2\gamma} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{if}|^2 \delta(\Delta - E_1 - E_2) d\Phi \quad (367)$$

と書ける。ここで T_{if} は遷移行列要素であり、 $d\Phi$ は位相空間の状態数、 E_1, E_2 は各放出光子のエネルギー、 Δ は遷移の起こる始状態終状態間のエネルギー差である。まずは位相空間の状態数 $d\Phi$ については

$$d\Phi = \left(\frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \right)^2 d^3 p_1 d^3 p_2 \quad (368)$$

$$= \frac{V^2}{(2\pi\hbar c)^6} E_1^2 dE_1 E_2^2 dE_2 d\Omega_1 d\Omega_2 \quad (369)$$

と書ける。ここで p_1, p_2 は各放出光子の運動量の大きさ、 $d\Omega_1, d\Omega_2$ は各光子の放出される微小立体角、 V は光子が放出される領域の体積である。当然、遷移レートは V によらない。次に遷移行列要素は

$$T_{if} = \sum_n \left[\frac{\langle f | H_I(E_1) | n \rangle \langle n | H_I(E_2) | i \rangle}{E_i - (E_n + E_2)} + \frac{\langle f | H_I(E_2) | n \rangle \langle n | H_I(E_1) | i \rangle}{E_i - (E_n + E_1)} \right] \quad (370)$$

$$= \sum_n \left[\frac{\langle f | H_I(E_1) | n \rangle \langle n | H_I(E_2) | i \rangle}{E_{in} - E_2} + \frac{\langle f | H_I(E_2) | n \rangle \langle n | H_I(E_1) | i \rangle}{E_{in} - E_1} \right] \quad (371)$$

と書ける。ここで、 $E_{in} = -E_{ni} = E_i - E_n$ 、 $H_I(E_1), H_I(E_2)$ はそれぞれエネルギー E_1, E_2 の光子と原子の相互作用ハミルトニアンである。双極子相互作用を考えると

$$\langle f | H_I(E_j) | n \rangle = i \sqrt{\frac{E_j}{2\epsilon_0 V}} \vec{\epsilon}_j \cdot \vec{d}_{fn}, \quad \langle n | H_I(E_j) | i \rangle = i \sqrt{\frac{E_j}{2\epsilon_0 V}} \vec{\epsilon}_j \cdot \vec{d}_{ni} \quad (372)$$

となる。^{*53}ここで、 j は 1, 2 を取り、 $\vec{\epsilon}_j$ は各光子の偏光ベクトルである。以下では簡単のため $\vec{\epsilon}_j$ と \vec{d} は平行であるとして計算する。式 367 の両辺を $E_2, d\Omega_1, d\Omega_2$ で積分して

$$\frac{d\Gamma_{2\gamma}}{dE_1} = \sum_n \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{1}{2\epsilon_0 V} \right)^2 \frac{V^2}{4\pi^4 (\hbar c)^6} E_1^3 (\Delta - E_1)^3 \left| \frac{id_{ni}d_{fn}}{E_{ni} + E_1} + \frac{id_{ni}d_{fn}}{E_{ni} + (\Delta - E_1)} \right|^2 \quad (373)$$

$$= \sum_n \frac{2\hbar}{\pi^3} \gamma_{ni} \gamma_{fn} \frac{E_1^3 (\Delta - E_1)^3}{E_{ni}^3 E_{fn}^3} \left| \frac{1}{E_{ni} + E_1} + \frac{1}{E_{ni} + (\Delta - E_1)} \right|^2 \quad (374)$$

となる。[63] ここで、1 光子自然放出レートである以下の式を用いた。

$$\gamma_{ij} = \frac{|d_{ij}|^2 (E_{ij}/\hbar)^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \quad (375)$$

式 374 を E_1 について積分して遷移レート $\Gamma_{2\gamma}$ を計算する。バリウム原子の場合には $|i\rangle, |n\rangle, |f\rangle$ をそれぞれ $6s5d \ ^1D_2, 6s6p \ ^1P_1, 6s^2 \ ^1S_0$ にとると $\Gamma_{2\gamma} = 2.87 \times 10^{-5} [\text{Hz}]$ となる。

^{*53} 体積 V 中に 1 光子が存在する場合の電場振幅は $\sqrt{E_j/(2\epsilon_0 V)}$ となることを用いる。

参考文献

- [1] V. A. Kuzmin, V. A. Rubacov, and M. E. Shaposhnikov, Phys. Lett. B **155** (1985) 36.
- [2] M. Fukugita and T. Yanagida, Phys. Lett. B **174** (1986) 45.
- [3] A. Fukumi, S. Kuma, Y. Miyamoto, K. Nakajima, I. Nakano, H. Nanjo, C. Ohae, N. Sasao, M. Tanaka, T. Taniguchi, S. Uetake, T. Wakabayashi, T. Yamaguchi, A. Yoshimi, and M. Yoshimura, Prog. Theor. Exp. Phys. (2012) 04D002.
- [4] M. Yoshimura, Phys. Rev. D **75** (2007) 113007.
- [5] M. Yoshimura, A. Fukumi, N. Sasao, and T. Yamaguchi, Progr. Theor. Phys. **123** (2010) 523.
- [6] M. Yoshimura, Phys.Lett. B **699** (2011) 123.
- [7] D. N. Dinh, S. T. Petcov, N. Sasao, M. Tanaka, and M. Yoshimura, Phys. Lett. B **719** (2013) 154.
- [8] R.H.Dicke, Phys. Rev. **93** (1954) 99.
- [9] M. Benedict, A. Ermolaev, V. Malyshev, I. Sokolov, and E. Trifonov, *Super-radiance; Multiatomic coherent emission* (Taylor & Francis, New York, 1996).
- [10] M. Gross and S. Haroche, Phys. Rep. **93** (1982) 301.
- [11] N. Skribanowitz, I. P. Herman, J. C. MacGillivray, and M. S. Feld, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 309.
- [12] J. C. MacGillibray and M. S. Feld, Phys. Rev. A **14** (1976) 1169.
- [13] J. C. MacGillibray and M. S. Feld, Phys. Rev. A **23** (1981) 1334.
- [14] D. Polder, M. F. H. Schuurmans, and Q. H. F. Vreken, Phys. Rev. A **19** (1978) 1192.
- [15] R. Glauber and F. Haake, Phys. Lett. A **68** (1978) 29.
- [16] M. F. H. Schuurmans, D. Polder, and Q. H. F. Vreken, J. opt. Soc. Am. **68** (1978) 699.
- [17] M. F. H. Schuurmans and Q. H. F. Vreken, Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 224.
- [18] N. W. Carlson, D. J. Jackson, A. L. Schawlow, M. Gross, and S. Haroche, Opt. Commun. **32** (1980) 350.
- [19] C. M. Bowden and C. C. Sung, Phys. Rev. A **18** (1978) 1558.
- [20] F. I. Mattar, H. M. Gibbs, S. L. McCall, and M. S. Feld, Phys. Rev. Lett. **46** (1981) 1123.
- [21] R. Florian, L. O. Schwan, and D. Schmid, Phys. Rev. A **29** (1984) 2709.
- [22] L. O. Schwan, P. Schwendimann, and E. Sigmund, Phys. Rev. A **40** (1989) 7093.
- [23] M. S. Malcuit, J. J. Maki, D. J. Simkin, and R. W. Boyd, Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 1189.
- [24] A. Schiller, L. O. Schwan, and D. Schmid, J. Lumin. **38** (1987) 243.
- [25] S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, J. Stenger, D. E. Pritchard, and W. Ketterle, Science **285** (1999) 574.
- [26] Y. Yoshikawa, T. Sugiura, Y. Torii, and T. Kuga, Phys. Rev. A **69** (2004) 041603.
- [27] D. Martin-Cano, L. Martin-Moreno, F. J. Garcia-Vidal, and E. Moreno, Nano Lett. **10**

- (2010) 3129.
- [28] A. Kumarakrishnan and X. L. Han, *Phys. Rev. A* **58** (1998) 4153.
 - [29] A. Flusberg and S. R. H. T. Mossberg, *Phys. Lett. A* **58** (1976) 373.
 - [30] M. Gross, C. Fabre, P. Pillet, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **36** (1976) 1035.
 - [31] H. M. Gibbs, Q. H. F. Vreken, and H. M. Hikspoors, *Phys. Rev. Lett.* **39** (1977) 547.
 - [32] M. Gross, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 1711.
 - [33] A. T. Rosenberger and T. A. DeTemple, *Phys. Rev. A* **24** (1981) 868.
 - [34] M. Yoshimura, C. Ohae, A. Fukumi, K. Nakajima, I. Nakano, H. Nanjo, and N. Sasao, arXiv:0805.1970[hep-ph] (2008).
 - [35] M. Yoshimura, in *Proc. 4th NO-VE International Workshop*, ed. M. Baldo Ceolin (2008).
 - [36] M. Yoshimura, *Progr. Theor. Phys.* **125** (2011) 149.
 - [37] M. Yoshimura, N. Sasao, and M. Tanaka, *Phys. Rev. A* **86** (2012) 013812.
 - [38] Y. Fukuda and et al., *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1562.
 - [39] Y. Fukuda and et al., *Phys. Lett. B* **539** (2002) 179.
 - [40] Q. Armad and et al., *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 011301.
 - [41] J. Beringer and et al., *Phys. Rev. D* **86** (2012) 010001.
 - [42] A. Dietz, H. L. Harney, and I. V. Krivosheina, *Mod. Phys. Lett. A* **16** (2001) 2409.
 - [43] J. J. Curry, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **33** (2004) 725.
 - [44] F. M. Kelly and M. S. Mathur, *Can. J. Phys.* **55** (1977) 83.
 - [45] S. Niggli and M. C. E. Huber, *Phys. Rev. A* **35** (1987) 2908.
 - [46] A. Bizzarri and M. C. E. Huber, *Phys. Rev. A* **42** (1990) 5422.
 - [47] V. A. Dzuda and J. S. M. Ginges, *Phys. Rev. A* **73** (2006) 032503.
 - [48] J. Migdalek and W. E. Baylis, *Phys. Rev. A* **42** (1990) 6897.
 - [49] K. T. Jacob and Y. Waseda, *J. Less-Common Met.* **139** (1988) 249.
 - [50] H. J. Kluge and H. Sauter, *Z. Phys.* **270** (1974) 295.
 - [51] S. G. Shmelling, *Phys. Rev. A* **9** (1974) 1097.
 - [52] K. N. C. Valda, V. Horvatic, and R. Beuc, *Z. Phys.* **34** (1995) 171.
 - [53] R. F. Begley, A. B. Harvey, and R. L. Byer, *App. Phys. Lett.* **25** (1974) 387.
 - [54] W. M. Tolles, J. W. Nibler, J. R. McDonald, and A. B. Hervay, *App. Spectr.* **31** (1977) 253.
 - [55] M. Suzuki, M. Katsuragawa, R. S. D. Sihombing, J. Z. Li, and K. Hakuta, *Jour. Low Temp. Phys.* **111** (1998) 463.
 - [56] S. Kuma, Y. Miyamoto, K. Nakajima, A. Fukumi, K. Kawaguchi, I. Nakano, N. Sasao, M. Tanaka, J. Tang, T. Taniguchi, S. Uetake, T. Wakabayashi, A. Yoshimi, and M. Yoshimura, *Jour. Chem. Phys.* **138** (2013) 024507.
 - [57] S. E. Harris and M. Jain, *Opt. Lett.* **22** (1997) 636.
 - [58] S. E. Harris and A. V. Sokolov, *Phys. Rev. A* **55** (1997) R4019.
 - [59] D. D. Yavuz, D. R. Walker, G. Y. Yin, and S. E. Harris, *Opt. Lett.* **27** (2002) 769.

- [60] G. Lindblad, *Commun. Math. Phys* **48** (1976) 119.
- [61] W. Demtroder, *Laser Spectroscopy* (Springer series in Chemical Physics, Vol. 5, 1982).
- [62] A. Yariv, *Quantum Electronics* (John Wiley and Sons, 1988).
- [63] G. Breit and E. Teller, *Astrophys. J.* **91** (1940) 215.