

学校教育における算数・数学の 真の学力についての考察 ～数学的な考え方の育成を目指して～

高尾 基嗣
岡山大学大学院教育学研究科

要約

本論は「これからの変化の激しい社会を生きていく上で、『数学的な考え方』は必ず必要になるであろう。算数・数学においては、『数学的な考え方』を育成することが大切である。」という筆者の考えをもとに、述べていきたい。そこで、本論では、数学的な考え方を具体化し、その内容を明らかにする。そして、数学的な考え方の育成を目指した学習活動を考え、それらについて考察する。

1. はじめに

近頃、「学校で学習する数学は役に立たない。なぜ、そのようなものを学習しなければならないのか。」という声をよく耳にする。筆者自身にもこのような思いがなかったわけではない。いわゆる“理系”と呼ばれる者は、数学の知識そのものが必要となってくるであろうが、“文系”と呼ばれる者はそうではない。高等学校で数学を履修し終えた後は、数学そのものに出会う機会は少ないであろう。しかしながら、数学を学習したことは、将来何らかの形で役に立つのではなかろうか。数学の知識そのものは役に立たないかも知れないが、数学を学習したときの“考え方”や“アイデア”は、どの分野であろうとも広い意味で役に立つのではなかろうか。まして、これからの変化の激しい社会を生きていくためには、必要不可欠なものではないだろうか。この

ような思いから、これからの時代を担う子どもたちには、ぜひ『数学的な考え方』を身につけてほしいという願いが生じた。そして、小学校の頃から発達段階にあわせて身につけていけば、中学校、高等学校、大学へ進学しても、そのような考え方で数学を学習でき、将来に至るまで活用できるのではなかろうか、と考えた。つまり、算数・数学においては、『数学的な考え方』を育成することが真の学力を伸ばすことで、これを目標としての指導こそ最も必要であると考えた。このようなことから本研究を始めた次第である。

2. 数学的な考え方の具体化

一言で『数学的な考え方』といっても、その実体はつかめない。しかも指導者がその内容を理解していなければ、上記の目標はかなえられそうにない。そこで、

本節で数学的な考え方をどのようなものとするかを示す。しかし、数学的な考え方のとらえ方は、研究者によって同じではない。そこで、本論では、片桐重男氏の考え方を中心に、三塚正臣氏の考え方を加えて、数学的な考え方として追究していきたい。まず、片桐氏の述べる数学的な考え方を以下に示す。

1. 帰納的な考え方
2. 類推的な考え方
3. 演繹的な考え方
4. 統合的な考え方
5. 発展的な考え方
6. 抽象化の考え方
7. 単純化の考え方
8. 一般化の考え方
9. 特殊化の考え方
10. 記号化の考え方

また、三塚氏の述べる以下の考え方を加える。

11. 多様な考え方

以上の考え方を本論での数学的な考え方とする。

3. 多様な考え方についての考察

筆者自身、「多様な考え方」に最も関心があるため、本節で、多様な考え方について考察をしていきたい。(その他の考え方については、ここでは掲載しないが、片桐重男著「数学的な考え方・態度とその指導1 数学的な考え方の具体化」[1988 明治図書]を参考にしてもらいたい。)

(1) 多様な考え方の意味

まず、多様な考え方の意味について述べる。これについては、三塚正臣氏の論文「学校数学における問題解決のストラテジーの分析について」を参考にした。

「多様に考えることは、解決にさいして、種々の観点を設け、観点をえていく通りもの解決の方法を考えることである。……視野のせまい固定的な考えによつては出あう問題を解決することにはならない。それには自由に考えることではなければならない。……「自由に考える」ことを open thinking と名づけた。「自由に」とは open (開いた) でなければならない。open thinking とは、⁽¹⁾ある一面の見方という閉鎖的な態度を排除して、自分が最初に考えたことにこだわらず、さらに、観点をえて考え、どのような結果になるのかという結果にこだわらず問わないという広い開いた考えによつて推論する。……つまり、open thinking とは、問題場面に直面したとき、⁽²⁾自分が考えたことに固執せず、閉鎖的な態度を排除し、考えた視点についてだけでなく、観点をえて考える。また当面直接役に立たないと思われる思考内容や不十分かも知れない内容や一見とるにたらない内容について否定せず、自由に考えることである。……多様に考え、種々の考えが得られたとしても、それらの考え方はそれぞれ無関係な別個の考えのようにとらえている。しかし、⁽³⁾多様な考え方には、相互に関係があると考えられる。……⁽⁴⁾その思考の観点は、独立したものではない。その思考の過程において、本質的な部分の思考の観点を変更することによつて、新しく見出した観点によつて考えていくなれば、新しい

アイデアが生み出され、新しい考え方2が得られる。必要なのは自由に考えることであり、さきに考えた考え方1や考え方2をもとにしながら思考を深め、同様に考え方3を生み出すことができる。」

(2) 多様な考え方を育成する学習問題

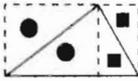
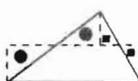
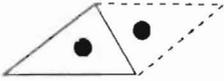
上記の多様な考え方の意味に基づき、本論では、以下のような問題を考えた。

問題

右の三角形の面積を工夫して求めましょう。



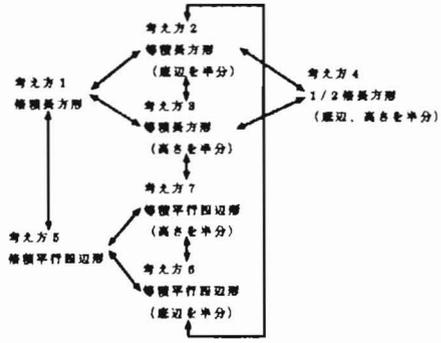
本問題の解決方法はいろいろ考えられるが、そのいくつかを示す。

- 考え方1
倍積の長方形に変形 
- 考え方2
等積の長方形に変形 (底辺を半分) 
- 考え方3
等積の長方形に変形 (高さを半分) 
- 考え方4
1/2倍の長方形に変形 (底辺と高さを半分) 
- 考え方5
倍積の平行四辺形に変形 
- 考え方6
等積の平行四辺形に変形 (底辺を半分) 
- 考え方7
等積の平行四辺形に変形 (高さを半分) 

この他にもいろいろな考え方があると思われる。大切なのは、前ページのアンダーライン(1)(2)のように、広い開いた自由な考え方をすることである。

そして、さらに注目していきたい点は、アンダーライン(3)(4)のところである。つまり、考え方の思考の観点は、独立したものではない。考え方の本質的な部分の思考の観点を変更することで、新たな考え方が生まれてくる。本論での三角形の問題で、その点について具体的に考察してみる。

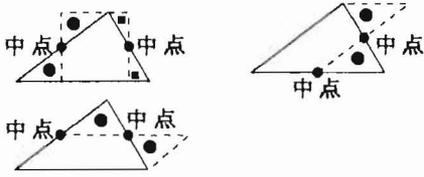
考え方1の思考の観点は、倍積の“長方形”に変形することであった。その観点を、倍積の“平行四辺形”に変形することに変更したものが考え方5である。このような多様な考え方の観点変更の連鎖を図にすると次のようになると思われる。



また、上記の考え方の中で、等積変形、1/2倍変形においては下図のように、三角形のある2辺の中点について、観点を変更して多様に考えることもできる。



5. 数学的な考え方に関する 大学生の意見・感想からの考察



このような考え方の本質的な部分の観点で、多様な考え方を見ると以下のような表にもまとめられる。

	面積×高÷2	(底×高)×1/2	高×(底÷2)	(底÷2)×高 (高÷2)×底
多様な 考え方				
互いに 関係ある				
	普通な 考え方	等しい 考え方		1/2倍 考え方

このように、いろいろな考え方の中には、相互に関係があるものがあることは見逃せない。最初は、全く無関係な別個の考えのようにとらえていたものが、大きく見ると一つの考え方として見ることができることに対する驚き、喜び、素晴らしいなどの情意面の変化も期待でき、算数・数学に対する意欲・関心・態度も培われると思われるからである。また、考えが出てこない子どもには、このような観点変更を示唆することで、解決のヒントにもなると思われるからである。しかし、前にも述べたように、この他にもいろいろな考え方はあると思われる。その全てを上記のような図や表によって網羅することは不可能に近いと思われる。また、この問題のねらいは、まとめることではない。多様に考えることが目標である。そこで、注意する点として、この他の考え方も当然認めていかなければならない。

筆者は、高橋敏雄教授のティーチングアシスタントとして、岡山大学教育学部の算数教材研究・数学教育法の講義で、大学生に数学的な考え方を育成する学習問題を実践する機会が計5回あった。その講義の後に、大学生に数学的な考え方に関する意見・感想（講義に対する感想も含む。）を求めた。それらをまとめてみると以下ようになった。

- 楽しさ、おもしろさ、喜びを感じる。
- 算数・数学に対する興味が高まる。
- 学習意欲が高まる。
- 算数が嫌いな子どもでも楽しめる。
- 応用力、対応力が身につく。
- 柔軟性が養われる。
- 思考過程が大切である。
- 算数だけにとどまらず他の場面でも活用できる。（生活の中で役に立つ。）
- 考え方は役に立つ。
- 他の人の意見を聞くと、驚きもあり、自分の考えを深めることができる。
- 個性も発見できる。
- 自分もぜひ参考にして実践してみたい。
- 新学力観も十分培われる。

これらの意見・感想には少数意見も含まれていて、必ずしも全員がこのように感じているわけではないかもしれない。また、正確に統計を行ったわけではない点で検討の余地はあるが、ほとんどの学生が数学的な考え方の大切さ、おもしろさなどを感じていると思われる。これらは、筆者の主張を後押しするものであると考えられる。

また、現在いわれている、『新しい学力観』の育成、すなわち、

『自ら学ぶ意欲と社会の変化に主体的に対応できる能力の育成を図るとともに、基礎的・基本的な内容の指導を徹底し、個性を生かす教育の充実に努めなければならない。』

ということの実現に向けても、本論の基本的な考え、つまり、「算数・数学においては、『数学的な考え方』を育成することが大切で、これを目標としての指導こそ最も必要である。」という方針が、一つの方法ではなかろうかと提案する。

6. おわりに

筆者は、「数学的な考え方が大切である。」と考えているのであるが、将来、教職に就くことを志している学生たちが、筆者の考えに賛成してくれたのは、心強い限りである。また、指導者が、子どもたちに算数・数学の美しさ、素晴らしさを味わわせようとするれば、まず、指導者自身がそれを感じなければならない。指導者がそれを感じてこそ、適切な教材の選択や指導法の工夫も可能となる。本論では将来、教職に就くことを志している学生たちが、算数・数学の美しさ、素晴らしさを感じている（感じた）ことが確かめられたのも収穫の一つである。

今後の課題としては、本論で考えた内容を、実際に学校教育の場において実践し、検討し、さらなる考察をしていきたい。

主要参考文献

- [1] 片桐重男著 「数学的な考え方・態度とその指導 1 数学的な考え方の具体化」 1988 明治図書
- [2] 三塚正臣著 「学校数学における問題解決のストラテジーの分析について」 1991 福井工業大学研究紀要 第21号 別刷
- [3] 島田 茂編著 「新訂 算数・数学科のオープンエンドアプローチ授業改善への新しい提案ー」 1995 東洋館
- [4] 文部省 「小学校指導書 算数編」 1989 東洋館

(平成9年4月15日受理)