

第 24 回数学教育心理研究国際大会(PME)参加報告

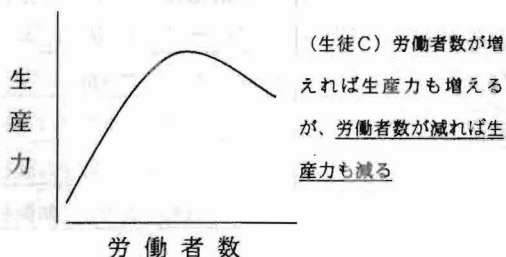
第 24 回数学教育心理研究国際大会(PME)が、2000 年 7 月 23 日～27 日の日程で広島市で開催されました。研究テーマは「21 世紀にむけた数学教育の主要な研究課題」ということで、これまでの PME の研究活動を総括し、主要な研究課題を明らかにしようというもので、「数学教育における 21 世紀課題」を論議する特別部会なども設けられていました。その中では研究は学校数学における教授と学習に貢献するのかというパネラーの意見や数学教育の実験研究の結果の信頼性を改善する方法の提案、教育的文脈の複雑さの指摘などまさに数学教育研究の根幹にかかわる論議などもありました。

私は、実践研究の分科会で、日本の高校生のグラフを解釈する学力について発表しました。基礎的な調査と現状を踏まえた実践についての報告(報告は次ページ、本文は要約)であります。

発表内容の要約

労働者数と生産力の関係のグラフ解釈をする問題に対して次のような解答者を観察した。

この生徒は X 軸、Y 軸の値を通してグラフを読み取らずに下に曲がっている曲線のイメージから「減少」を判断しているものと解釈することができる。グラフの見方や考え方の問題であるが意外にもこのような問題ができていない生徒が多い。グラフを解釈する様な問題は、既習の関数では単調すぎて問題となり



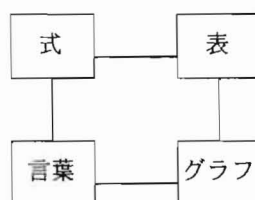
にくく、教材としてあまりないが、1 次関数や 2 次関数の学習をおえてもこのような現状があることには問題がある。本研究ではそのような実態をさらに分析するために、新入生を対象として「グラフの見方や考え方」の能力について実態調査を行った(前半)。後半においては、その実態調査をふまえ、関数が活用できる基礎づくりの実践を報告する。従来の高等学校の関数の学習内容は、2 次関数から高次関数の微積分まで内容的にもかなり充実したものになっているものの、「グラフをかく」ことが半ば目標となっているようなところがあり、その授業展開は単調である。しかし、「グラフをかく」ことだけでは関数の学習は十分とはいえないという調査結果より、関数の問題解決の過程をより多様化した授業を紹介する。

【調査内容と問題】

本調査は高等学校における一通りの関数の学習が生徒の“グラフの見方や考え方(グラフ解釈・分析力)”の育成につながりにくいという経験的な反省から、中学校で関数の学習をふまえた入学段階での、関数の問題に対する知識を調査した。具体的には「グラフの解釈、分析」ができることと、「点がとれたり、グラフがかけたり」「グラフがよめたり」すること相関を調べようとしたものである。問題は「グラフをよむことに関する問題」、「グラフをかくことに関する問題」、「グラフの見方や考え方に関する問題」を用意したが、さらに次のような視点で問題の分類をおこなった。関数の表現を式、表、グラフ、言葉と考えたとき、これらの問題はそれぞれの表現の仕方の移行であると捉えることにし、次の図によって A,B,C,D に分類した。

【問題の種類と分類】

	問題の内容	
問1	グラフ上にプロットされた点から座標を読み取る。(グラフ上の点→表)	B
問2	座標から点をプロットする(座標→グラフ)	B
問3	労働者数と生産力の関係のグラフ解釈(言葉→グラフ)	C
問4	周囲一定の長方形の面積変化のグラフをかく(言葉→グラフ)	C
問5	距離-時間グラフを解釈する(グラフ→言葉)	C
問6	関数の式から表を作成する(式→表)	A
問7	点を座標(数値)に読み取る(点→表)	B
問8	グラフを見て最大値と最小値を読み取る(点→表)	B
問9	労働と手当との関係をグラフにする(言葉→グラフ)	C
問10	観覧車の時間-高さの関係をグラフにする(言葉→グラフ)	C



【分析】

それぞれの問題の成績を数量化Ⅲ類によって分析し、問いに対するカテゴリー得点を得た。解1、解2方向から分析できるグループの特徴は、次のようにまとめることができる。

グループ	問題	正答	グループの特徴
I	9, 2, 7	30名	座標上に点をプロットしたり反対にプロットされた点をよむ問題群(プロット)
Ⅱ	1, 6, 8	28名	グラフ上の特定の点を読み取り、式から表を作成する問題群(数値関係把握)
Ⅲ	3, 4, 10	5名	言葉で表現した関係を式にしたり反対にグラフに表現する問題群(グラフ解釈)

【考察】

調査結果から次のようなことが指摘できる。

- ・Ⅲグループに属する問題は多くの生徒がとても苦手としている。
- ・各問題グループの相関はみられず、グラフに関する問題であっても、質的な違いによる反応の差は大きい。
- ・ⅠとⅡに属する問題の成績間の相関はみられず、座標上に点をプロットしたりプロットされた点をよむことができても、グラフを通しての $x-y$ の関係把握ができるとはいえない。
- ・ⅡとⅢに属する問題の成績間の相関はみられず、 $x-y$ の関係把握がグラフを通してできたとしても、目に見える現象をグラフに表現したり、反対にグラフをみて言葉で解釈する(置き換える)ような問題が解けるとはいえない。

【問題点】

グラフを活用する能力や、事象を数学的に考察し処理する能力に関しては学習指導要領において「数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ」とも学習の目標として位置づけている能力である。前述の10の問の中で生徒の一番苦手としたものは、目に見える現象をグラフに表現したり、反対にグラフをみて言葉で解釈する(置き換える)ような問題であり、目標にも掲げられている能力の一つである。これらの能力の育成に関して、従来では一通りの知識・技能の修得の結果として、必然的に得られるものとして捉えているが、必ずしもそういうことがいえないことがわかった。つまり、座標になれて「グラフから数値をよむ」ことや、式計算に慣れて「グラフをかく」ことに精通したとしてもグラフが解釈できたり分析できるような「関数の見方や考え方」ができる能力を育成したとはい

えないということである。

実態調査の結果をふまえて、関数が活用できる基礎づくりを目標にして、授業を行った。留意点は次の2点である。

- ・関数の問題解決へのアプローチはより多様であること
- ・グラフ的アプローチを重要視すること。

教科書の例題はおもに、グラフをよむことに関する問題やグラフをかくことに関する問題が中心となっており、グラフの変化をとらえたり、その見方や利用に関してはその問題は扱われることが少ない。ここで紹介する実践は、グラフ電卓というツールを授業に持ち込むことで、従来では無理な関数や無理な処理も扱うことができるものである。[以下授業実践報告略]

(岡山市立岡山後楽館高 末廣 聡)

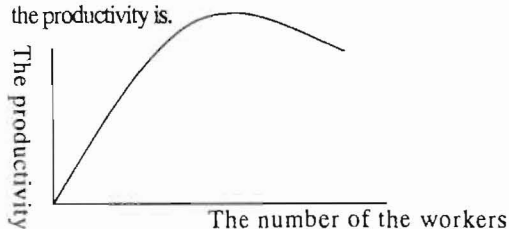
AN ANALYSIS OF A JAPANESE HIGH SCHOOL STUDENT'S ABILITY TO INTERPRET GRAPHS

Satoshi Suehiro

Okayama Kourakukan senior high school ,JAPAN

I observed a student's interpretation of a graph that shows the connection between workers and production capacity. He saw the labor decrease from the curved line image, but could not read value of the x-axis and y-axis. It's surprising that there are so many students of this type. The question how to teach students how to read the graph is so difficult because we have a few teaching materials. This is a problem because there are a number of such students who can't read the value in the graph even after learning linear function and quadratic function. I conducted an investigation into the ability of Japanese students to read graphs and think graphically.

[student A] The larger the number of the workers is, the larger the productivity is. The smaller the number of the workers is, the smaller the productivity is.



I think that there are many teaching materials for drawing graphs in Japan but very few are intended for how to read and use graph information. So I conducted a research to find a correlation between understanding how to analyze(interpret) graph information with the skill used in drawing a graph and /or reading graph information. I presented this problem to a 1st grade high school student as follows, (1) To read a value from a plotted coordinate, (2) To plot a point from a coordinate, (3) To express the connection between labor and production capacity (seeing a graph), (4) To make a graph of rectangle's area that has the same length, (5) To express the connection between time and distance seeing graph (6) To make a table from algebraic expression (7) To make a table from a point on the graph (8) To read a maximum or minimum on the graph (9) To make a graph the connection between a work and a pay. (10) To make a graph of the connection between time and distance from ground.

As a result of this research, I found out the followings.

1. These ten problems are categorized into 3 groups. A lot of students are poor at the problem belonging to group III.
2. There is no interrelation between each group. The gap of student's reaction is widely caused by qualitative difference.
3. I noted an interrelation between group I and group II. Therefore students can plot a point on the coordinate or read a coordinate, but they can't always read the point on the graph.
4. I noted an interrelation between group II and group III. Therefore students can read the point on the graph, but they can't analyze(interpret) graph information.

In conclusion, the ability to make use of graph and to process problems mathematically is one of the abilities which are regarded as an aim of our course of study in Japan. Students are poor at the problem belonging to group III, which asks them to put the connection they express into algebraic expression and graph. It has been thought that students can get these abilities using the ordinary teaching method. Learning how to draw a graph or reading a graph is not necessarily the way of obtaining the ability to interpret a graph.

References

Frances Van Dyke "Relating to Graphs in Introductory Algebra" THE MATHEMATICS TEACHER, vol.87, No.6