

複素数の概念の図形的な導入について（II） —授業実践—

小林文美子
中国職業能力開発大学校
間嶋 利和
岡山県和気郡吉永町立吉永中学校

今日、学習者主体の授業実践が求められている。本論文では複素数を図形的に扱うことで複素数に存在感を与える複素数の概念の導入のテキストを作成し、テキストを基に中学3年生を対象とした授業実践を行った。新しい数の世界を学習者自らが発見的に学ぶ授業実践としての可能性を考察する。

1 研究の動機と目的

これまでの学校教育では、学習指導要領で定められた教育内容を伝達する授業が行われてきた。与えられた教材をいかに効率的に伝達するかということが授業実践の目的であった。つまり、「何のために、何を学ぶのか」あるいは「誰のための授業なのか」といった教育の目的に関する議論が希薄であったように思われる。

今日、教師自らが教育内容について吟味し、学習者主体の授業を行うにはどのような教授行為がふさわしいのかという議論による授業実践を行うことが教育について深く考察する上で必要である。

[1]では、複素数の導入にあたりこれまでの教科書で取り上げられてきた虚数単位 i を用いた定義が、学習者の多様な学びを制限してきたことを述べた¹。虚数単位 i を用いた複素数の定義では、 $i^2 = -1$ となる数 i が最初から1つあるものとして定義されているために複素数の存在性についての説明が避けられてきた。学習者が数についての認識を深める教育内容となっていたとは言い難い。学習者自らが新しい数の世界の見方・考え方を獲得することを教育内容であると捉え、これまでなされてきた複素数の定義を比較検討することで、複素数に存在感を与える新しい導入の提案を行った²。

本論文では、[1]で提案した複素数の図形的な導入の授業実践を中学3年生を対象に行い、実践授業の

分析を通して、新しい数の世界を生徒自らが発見的に学ぶ授業実践としての可能性を考察することを目的とする。

2 研究の概要

これまでに用いられてきた複素数の定義はおおよそ3つの型に分類できる。実数の順序対を用いた定義、行列を用いた定義、虚数単位を用いた定義である³。[1]では、これら3つの型の定義を比較検討することによって、3つの型の定義の良さを取り入れた複素数の新しい導入を提案した⁴。

複素数の新しい導入の授業展開にそって、図形的な扱いをすることで、抽象的な世界を視覚化し直観的に新しい数を発見したという気持ちを大切にしたい教材としてテキストを作成した。教授行為については、授業実践を行う際に生徒自らが新しい数の世界を発見的に獲得するための手助けとなるように配慮した。

以下のような手順で本研究を進めた。

- (1) 複素数を図形的に取り扱い、複素数に存在感を与える導入に関するテキストを作成する。
- (2) テキストをもとにワークシートを作成する。
- (3) ワークシートを用いた実践授業を行う。
- (4) 実践授業の分析を、授業記録・学習記録をもとに行う。

¹[1, p.57] 参照

²[1, pp.61-67] 参照

³[1, pp.57-60] 参照

⁴[1, pp.61-64] 参照

- (5) 新しい数の世界を生徒自らが発見できる授業実践としての可能性を考察する。

3 研究の実際

3.1 テキストの作成

「テキスト 数の世界⁵」

[1]において提案した授業展開の中の、二乗したら負になる数の存在について生徒自らが構成するテキストである。

予備知識としては、二次方程式を平方完成の形を用いて解くことを想定している。

二次方程式の解を平方完成の形を用いて求めることから、新しい数の拡張を自然な形で導入し、図形的な扱いをすることで存在感を与える導入にした。

3.2 ワークシートの作成

テキストを基に、中学校3年生を対象としたワークシートを作成した。

授業時間を3時間とし、1時間(50分授業)ごとに1枚のワークシートを作成した。

概念・法則を生徒自らが解釈し関連づけられる構成となるようにした。ワークシートの概要を「資料I」に示す。

3.3 実践授業

ワークシートをもとに、実践授業を行った。

対象生徒

公立中学校3年生 31名
(男子 19名、女子 12名)

実施日時

第1時 平成15年2月21日
第2時 平成15年2月26日
第3時 平成15年3月5日

教育内容

第1時

1. 正の数と負の数を一次方程式の解を求めることから導く。

2. 一次方程式の解を数直線を用いることにより、図形的に扱う。
3. 二次方程式の解を平方完成の形から求める。
4. 二次方程式の解の存在を数直線を用いることにより、図形的に扱う。
5. 二次方程式の解と x 軸上の位置関係を観察する。
6. 二乗したら負になる数について考える。

第2時

1. 二乗したら負になる数について考える。
2. 数直線上に表せない数をどうしたらいいか考える。

第3時

1. 二乗して負になる数を座標平面上に表す。
2. 二次方程式 $(x-m)^2=n$ の解を考える。
3. 二次方程式の解を座標平面上の点と考えて表す。
4. 複素数平面を定義する。

授業記録

実践記録として、教育内容、教材、教授行為を分けて記録した。実践記録の一部を「資料II」に示す。

学習記録

学習記録として、生徒から回収したワークシートを、教育内容、教材、学習者に分けてまとめた。学習記録の一部を「資料III」に示す。

3.4 実践授業の分析

授業者の教授行為における配慮事項と学習者の学習過程についての分析を授業時間ごとにまとめた。

第1時

授業者の教授行為における配慮事項

中学校においては、負の数の拡張が行われる。負の数を図形的に表すものが、数直線であるということの確認を最初に行う。負の数を学習しての感想を述べさせることから数の拡張に対する期待感を高めさせるように配慮する。

二次方程式の解法として、中学校で学習するものとして、因数分解を用いる方法、平方完成を用いる方法、解の公式を用いる方法⁶などがある。ここでは、二次方程式を平方完成の形から解くことにより新しい数の発見へとつなげる。例題として、二次方程式を平方完成の形から求める方法を復習し、次に、

⁵[2, 資料A] 参照

⁶二次方程式の解の公式は、平成14年度実施の中学校学習指導要領からは高等学校数学(I)へ移行された。

問3において平方完成の形から二次方程式を求める方法を練習することによって、確認する。

二次方程式の解を数直線上に表すことで、数を図形的に扱うことになれさせる。始めに、解が求めやすい $x^2 = ()$ の形を扱う。また、解が整数になるものと無理数になるものを扱い、実数の図形的な表現が数直線であることを自然な形で理解させる。次に、 $(x-3)^2 = ()$ の形の二次方程式の解が x 軸上のどこにあると思ったらいいかを考えさせる。二次方程式の解の存在について考察することが目的であるから、問5の二次方程式は最初から平方完成の形で表している。

問6では、二次方程式の解を x 軸上の点と考えたとき、解の位置関係を観察することにより直観的に把握させる。自由記述させることにより、生徒自らの自由な発想を大切にします。

問7では、二次方程式を平方完成の形で表したときに、 $(x-3)^2 =$ 負の数となるものをとりあげ、二乗したら負になる数の存在について考えさせる。次の授業へとつなげる課題にする。

学習者の学習過程の分析

正の数・負の数については中学校1年生ですでに学習しており、すべての生徒が数直線との関係も認識していた。負の数を学んで、数の世界が広がったとの感想を持った生徒が多かった。

問3の二次方程式の $x^2 - 6x + 8 = 0, x^2 - 6x = 0$ のように解が2つあるものについては理解しているが、 $x^2 - 6x + 9 = 0$ については、平方完成の形で表すと $(x-3)^2 = 0$ となるので、解が1つなのか2つなのかわかりにくいようである。誤答がみられた。

問5では、二次方程式の解を x 軸上に表すことについてはほとんどの生徒は容認しているが、中には縦方向全部に線を引いた生徒が2名いた(図1)。

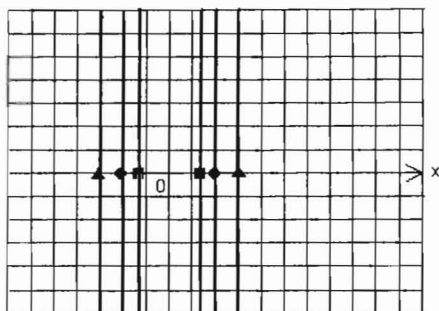


図1: 解を縦方向全部とした生徒の方眼紙

問6では、 $x^2 = ()$ の形の二次方程式の解は原点対称の点であるということをあげている生徒がほとんどであった。 $(x-3)^2 = ()$ の形の二次方程式の解は、「点(3,0)を中心にして対称になっている」と、すでに実数を座標平面上の点に拡張した表現をした生徒もいた。ユニークなのは、「右側の数 > 0 なら、 x の点は2つになる」という表現で二乗して正になる数は2つあるということを指摘した生徒が2名いたことである。

問7の二次方程式 $x^2 - 6x + 10 = 0$ の解をどう考えたらいいかという既習の学習事項への揺り動かしに対しては、 $(x-3)^2 = -1$ の形に直したあと困ってしまった生徒がほとんどであった(19名)。 $x = 3 \pm \sqrt{-1}$ の形にしたものが1名いた。

第2時

授業者の教授行為における配慮事項

前回の課題である二次方程式を平方完成の形で表したとき、 $(x-3)^2 =$ 負の数となる式についての解について、それぞれの生徒が考えたことを紹介する。 $x-3 = \sqrt{-1}$ とした生徒が多かったことについてどう考えるかを今までに知っていた数とは違うということ既習の知識に揺さぶりをかける。

正の数も負の数も二乗したら正の数になることを実際に計算することによって確認する。その際、整数の二乗と無理数の二乗を取り扱い、実数は二乗したら正の数になることを自然に確認出来るようにする。

$\sqrt{-1}$ が今までに知っていた数ではないことで、いったいどんな数なんだろう、本当に数として認めていいんだろうかという疑問を提起する。

形の似ている二次方程式 $x^2 = 3$ と $x^2 = -3$ を取り上げる。 $x^2 = 3$ の解が $x = \pm\sqrt{3}$ であることから、 $x^2 = -3$ の解も2つあり、 $x = \pm\sqrt{-3}$ と書いてもい

いかどうか提案する。ここでは、解があるとすれば2つだろうということの妥当性を考えさせる。

Step 2で、 $x^2 = 3$ と $x^2 = -3$ の解の表記の上で似ているところと違うところについて自由に述べさせ、二乗したら負になる数についてもあるかもしれないという気持ちを大切に作る。

Step 3で、 $+\sqrt{3}$ と $-\sqrt{3}$ を数直線上に表し、原点からの距離が等しい数であることを確認する。次に $\sqrt{3}$ と $-\sqrt{3}$ の $\sqrt{\quad}$ の中が、3と-3で絶対値が等しい数であることをあげた生徒の意見を紹介する。もし $+\sqrt{-3}$ と $-\sqrt{-3}$ が数だとしたらどこにあると思えばいいかを考えさせる。

学習者の学習過程の分析

Step 1では、二次方程式 $x^2 - 6x + 10 = 0$ を平方完成の形に直したときに、 $(x-3)^2 = -1$ になってしまう、二乗して負になる数についての存在について疑問に思う生徒がほとんどであった(19名)。 $x-3 = \sqrt{-1}$ とした生徒(6名)、 $x-3 = \pm\sqrt{-1}$ とした生徒(2名)、 $x-3 = \sqrt{1}$ とした生徒(1名)、 $x-3 = -1$ とした生徒(1名)であった。

Step 3では、 $x^2 = 3$ となる解が、 $x = \pm\sqrt{3}$ であることから $x^2 = -3$ となる解が $x = \pm\sqrt{-3}$ と書いてもよいと考える生徒がほとんどであった(21名)。

第3時

授業者の教授行為における配慮事項

前回の授業で考えた $+\sqrt{-3}$ と $-\sqrt{-3}$ について、2つの意見があったことを紹介する。 x 軸をはさんで、上下に位置するという意見と斜めに位置するという意見である。

原点からの距離が $\sqrt{3}$ である数が一つには決まらないことから、原点からの距離だけで決めるとどちらの意見も妥当性がある。 $+\sqrt{-3}$ と $-\sqrt{-3}$ を x 軸をはさんで上下にとった生徒が多かったが、斜めではどうなんだろうかという疑問を提示しておく。ここでは、多くの生徒の意見である垂直方向に距離を取ることを採用して話を進め、斜めの意見については後で考えてみようとして提案する。

二乗したら負になる数についてであるとすれば計算の決まりや式の性質が保たれるようにすることが数の拡張にとって必要であり、そうなるように数を考

えると、 $\sqrt{-4} = \sqrt{4} \times \sqrt{-1} = 2 \times \sqrt{-1}$ となることを確認する。

Step 5で、 $(x-3)^2 = 6$ の解を座標平面上の点と考えたら $x = 3$ を中心として左右対称に位置しているという生徒の意見が多かったことを紹介し、 $(x-3)^2 = -6$ の解を座標平面上の点と考えたらやはり $x = 3$ を中心として位置することの妥当性を考えさせる。次に $(x-3)^2 = 4$ と $(x-3)^2 = -4$ の解をどうしたらいいかを考えさせる。 $\sqrt{6}$ と $\sqrt{4}$ を取り上げたのは無理数と有理数のどちらも同様に扱えることを確認するためである。

Step 6で、 $+\sqrt{-3}$ と $-\sqrt{-3}$ について、原点からの距離が斜めではどうなんだろうかという疑問を考えてみる。 $(x-3)^2 = -4$ の解と $x^2 = 13$ の解が同じ点になってしまうことから、直交座標表示を用いることの意味を考えさせる。

Step 7で、横軸を実数、縦軸を $\sqrt{-1}$ を単位とする軸として直交座標表示を用いて新しい数を表すことが出来ることで、新しい数を座標平面上に拡張することができたことをまとめる。

学習者の学習過程の分析

Step 4の二次方程式 $(x-3)^2 = 6$ 、 $(x-3)^2 = 4$ 、 $(x-3)^2 = -6$ の解については全ての生徒が正答であった。しかし、二次方程式 $(x-3)^2 = -4$ の解については、 $x = 3 \pm 2\sqrt{-1}$ とした生徒は1名のみで、 $x = 3 \pm \sqrt{-4}$ とした生徒が21名であった。 $\sqrt{\quad}$ の中が負の数になる数は特別なものであり、数の計算の決まりや式の性質が保たれることを確認した後であるにも関わらず、 $\sqrt{4} = 2$ との関係に気づいていない生徒が多かった。

Step 5の $(x-3)^2 = -6$ 、 $(x-3)^2 = -4$ の解を方眼上では、 $x = 3$ を中心として上下にあると考えた生徒がほとんどであった(24名)。

3.5 授業実践としての可能性

第1時の学習者の学習過程の分析にあるように、二次方程式の解の存在を数直線上の点とみる考え方はほとんどの生徒に理解された。このことから、二次方程式の解を平方完成の形から求め、二次方程式の解を数直線上の点とみる導入は、数の概念につい

ての図形的な扱いの導入の教材としての妥当性があると思われる。

第2時は、二乗すると負になる数の存在について考えさせる授業であるが、 $x^2 =$ 正の数となる数についての表記から誘導せざるを得ない状況がある。数人ではあるが、数直線との関係から二乗すると負になる数の存在について図形的な視点から指摘した生徒があった。教授行為を工夫することで、二乗したら負になる数の図形的扱いについてもっと無理のない導入の仕方の可能性があると考えられる。

第3時では、ほとんどの生徒が二乗したら負になる数の概念についての図形的な扱いと存在性について納得できた。

実践授業の最後に、生徒たちが新しい数についての授業をどのように考えたかを明らかにするために、授業の感想を自由に記述させた。「資料IV」に示す。「今までより、数学の世界が広がった。」「数学はいろいろなことをどんどん発展させていくんだな。」「新しい数を見つけるのは、割と難しいと思っていたが、そんなに難しいことではなかった。」「二乗して負になる数について最初に直面した時は解けるなんて思っていなかったけれど、分かってきたらおもしろくなった。」などの感想が多数あり、新しい数の見方・考え方を生徒自らが獲得する教育内容にふさわしい教材であることがわかった。一方、「ややこしい。」「難しい。」などの感想もあり、コンピューターの図形ソフトを使うなど教材の工夫も必要であることがわかった。

以上のことから、二乗すると負になる数の存在について生徒に考えさせることを通して、新しい数の世界を発見するという教育内容にふさわしい授業実践としての可能性が確かめられた。

4 まとめと今後の課題

本論文では、複素数の存在について、[1]で提案した複素数の概念の図形的な導入における授業展開をもとに、テキストを作成し、中学3年生を対象とした授業実践を行った。新しい数を発見する授業実践としての可能性が確かめられた。

今後の課題として、複素数の四則演算までを図形的に扱う授業実践を行いたいと考えている。しかし、

実際の教育現場においては本論文で提案しているような生徒たちの学びを多様で豊かなものにするための授業研究をする時間と場所が確保されているとはいえない状況がある。ひとりひとりの教師が教育内容について吟味し、授業実践を行うことができる環境整備が求められている。

学習者主体の学びに焦点をあてた教育内容の吟味・授業実践・授業評価を通して新しい数学教育のあり方について研究を深めていきたい。

5 謝辞

本研究をまとめるにあたり、岡山大学教育学部 曾布川拓也助教授にご指導を頂いた。深く感謝の意を表す。

また、査読者より有意義なご助言を頂いた。ここに謝意を表す。

参考文献

- [1] 小林文美子 「複素数の概念の図形的な導入について (I)-従来の定義と新しい導入-」、岡山大学算数・数学教育学会誌『パピルス』第9号、pp.57-68、2002。
- [2] 小林文美子 「複素数を通じての数学教育カリキュラム」、岡山大学大学院教育学研究科修士論文、2003。
- [3] 住野好久 「授業づくりの基本構造に関する一考察」、香川大学教育実践研究 第25号、pp.33-44、1996。
- [4] 佐藤 学 『カリキュラムの批評』、世織書房、1996。
- [5] 宮崎清孝他 『心理学と教育実践の間で』、東京大学出版会、1998。

資料I ワークシートの概要

第1時

問1 <一次方程式の復習(略)>

問2 <数直線の復習(略)>

例題1 <二次方程式の平方完成による解法の復習(略)>

問3 次の二次方程式を平方完成の形を用いて解きなさい。

① $x^2 - 6x + 8 = 0$

()² =

② $x^2 - 6x = 0$

()² =

③ $x^2 - 6x + 9 = 0$

()² =

問4 次の二次方程式の解は、どこにありますか。
 x 軸上に表してみましょう。

① $x^2 = 4$

② $x^2 = 9$

③ $x^2 = 2$

<座標平面の方眼紙を与えて記入させる。>

問5 次の二次方程式の解は、どこにありますか。
 x 軸上に表してみましょう。

① $(x - 3)^2 = 1$

② $(x - 3)^2 = 9$

③ $(x - 3)^2 = 0$

<座標平面の方眼紙を与えて記入させる。>

問6 問4、問5の二次方程式の解を x 軸上に表したとき、 x 軸の観察から、どんなことに気がつくですか。

問4

① $x^2 = 4$

② $x^2 = 9$

③ $x^2 = 2$

<座標平面の方眼紙を与えて記入させる。>

問5

① $(x - 3)^2 = 1$

② $(x - 3)^2 = 9$

③ $(x - 3)^2 = 0$

<座標平面の方眼紙を与えて記入させる。>

問7 二次方程式 $x^2 - 6x + 10 = 0$ の解を見つけよう。
どこにあると考えたらいいですか。

第2時

Step 1 <二次方程式 $x^2 - 6x + 10 = 0$ を平方完成の形を用いて解く(略)。>

<正の数も負の数も二乗すると正の数になることの確認(略)>

Step 2 ① $x^2 = 3$ の解は、 $x = (\quad \text{ア} \quad)$

② $x^2 = 6$ の解は、 $x = (\quad \text{イ} \quad)$

では、

③ $x^2 = -3$ の解は、 $x = (\quad \text{ウ} \quad)$

Q: (ア) と (ウ) を比べてみよう。

違っているところはどこでしょう。

似ているところはどこでしょう。

Step 3 ① $x^2 = 3$ の解を数直線上に表してみよう。

③ $x^2 = -3$ の解はどうしたらいいですか。

<座標平面の方眼紙を与えて記入させる。>

第3時

<第2時のStep 3の復習(略)>

③ 次の課題は、…

- (1) $x^2 = -3$ の解について垂直方向に $\sqrt{3}$ の長さ(距離)をとったことは、よかったのだろうか?
- (2) 他の2次方程式の解についても、同じように考えることができるだろうか?

<計算の決まりや式の性質の確認(略)>

Step 4 次の2次方程式の解を求めてみましょう。

① $(x-3)^2 = 6$ を解くと、

$$x-3 = (\quad)$$

$$x = (\quad)$$

② $(x-3)^2 = 4$ を解くと、

③ $(x-3)^2 = -6$ を解くと、

④ $(x-3)^2 = -4$ を解くと、

Step 5 ①～④の2次方程式の解を方眼上に表してみよう。

① $(x-3)^2 = 6$

② $(x-3)^2 = 4$

③ $(x-3)^2 = -6$

④ $(x-3)^2 = -4$

参考 $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \sqrt{6}$ は、約 2.449 です。

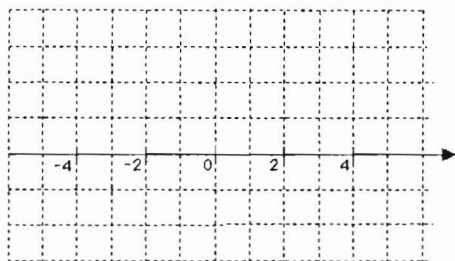


図 2: Step5 の2次方程式の解を方眼上に表す。

Step 6 Step 5の③ $(x-3)^2 = -6$

④ $(x-3)^2 = -4$ の解を上・下にしたけどななめではいけないのでしょうか?

④ $(x-3)^2 = -4$ の解を方眼上に表したとき、原点からの距離を求めてみましょう。

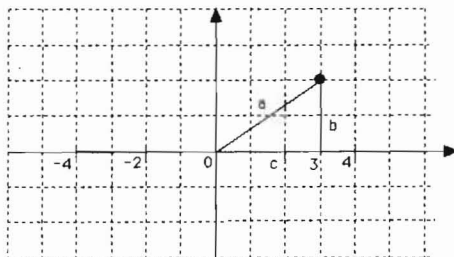


図 3: Step5 の④の解と原点からの距離を求める。

Step 7 ⑤ $(x-2)^2 = -6$ の解を方眼上に表してみよう。

⑤ の番号でうってください。

⑥ $x^2 - 8x + 20 = 0$ の解を方眼上に表してみよう。

⑥ の番号でうってください。

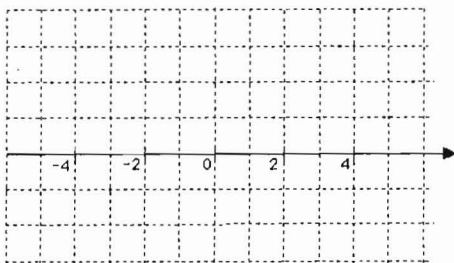


図 4: Step7 の解を方眼上に表す。

資料 II

第 1 時の実践記録の一部

教育内容

二次方程式の解の存在を数直線上に表す。

教材

問 4 次の二次方程式の解は、どこにありますか。
 x 軸上に表してみましょう。

① $x^2 = 4$

② $x^2 = 9$

③ $x^2 = 2$

<座標平面の方眼紙を与えて記入させる。>

問 5 次の二次方程式の解は、どこにありますか。
 x 軸上に表してみましょう。

① $(x-3)^2 = 1$ ② $(x-3)^2 = 9$

③ $(x-3)^2 = 0$

<座標平面の方眼紙を与えて記入させる。>

教育内容

二次方程式の解と x 軸上の位置関係を観察する。

教材

問 6 問 4、問 5 の二次方程式の解を x 軸上に表したとき、 x 軸の観察から、どんなことに気がつくますか。

問 4

① $x^2 = 4$ ② $x^2 = 9$

③ $x^2 = 2$

<座標平面の方眼紙を与えて記入させる。>

問 5

① $(x-3)^2 = 1$ ② $(x-3)^2 = 9$

③ $(x-3)^2 = 0$

<座標平面の方眼紙を与えて記入させる。>

教育内容

二乗したら負になる数について考える。

教材

問 7 二次方程式 $x^2 - 6x + 10 = 0$ の解を見つけよう。

どこにあると考えたらいいですか。

教授行為

二次方程式の解を x 軸上の点と考えてみましょう。

二次方程式の解を x 軸上に表してみましょう。

教授行為

x 軸の観察から、気づいたことを書いてみましょう。

教授行為

二次方程式 $x^2 - 6x + 10 = 0$ を平方完成の形で解くとどうなりますか。

二次方程式 $x^2 - 6x + 10 = 0$ の解についてどう考えたらいいですか。

資料 III

第 1 時の学習記録の一部

教育内容

二次方程式の解と x 軸上の位置関係を観察する。

教材

問 6 問 4、問 5 の二次方程式の解を x 軸上に表したとき、 x 軸の観察から、どんなことに気がつくますか。

問 4

- ① $x^2 = 4$ ② $x^2 = 9$
③ $x^2 = 2$

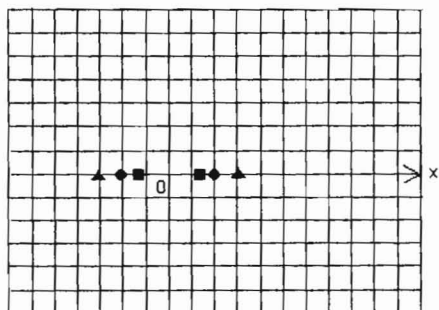


図 5: 問 4 の解を方眼上に表す。

問 5

- ① $(x-3)^2 = 1$ ② $(x-3)^2 = 9$
③ $(x-3)^2 = 0$

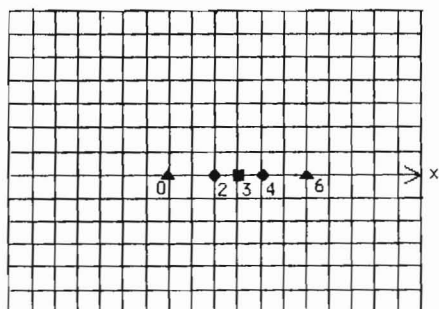


図 6: 問 5 の解を方眼上に表す。

学習者

- すべてが、 x 軸の一直線上にある。
- 左右対称である。
- 二点間の距離は偶数だ。
- 問 5 の③の答え ($x = 3$) を中心に左右対称に並んでいる。
- 問 5 は、 $x = 3$ を軸として線対称の位置に同じマークがある。
- 問 5 は、負の数より正の数の方がマークが多い。
- 問 5 の解は点 $(3, 0)$ を中心にして対称になっている。
- $x = 3$ を軸にして、右と左の距離が $(x-3)^2 = ()$ の解は全て等しい。
- 右側の数 > 0 ならば x の点は 2 つになる。(2 名)
- 同じ式の x の解が連続して並ぶことはない。
- x の値が正ならば点が 2 つになる。
- 問 5 の③の解を中心にして左右対称になっている (2 名)。
- 問 4 の解は原点を中心に、問 5 の解は③の解を中心に左右対称になっている。
- わからない。
- 問 5 の解は、 $x = 3$ を中心として同じ数ずつプラスの方向とマイナスの方向へ移動している。
- 左右に同じはばで値が大きくなっていっている。
- 解の差が (問 5 の③の解以外) 全部偶数。
- どれも対称である。
- 片方の x の値から 2 乗の式の右辺の平方根の絶対値の 2 倍の位置にもう 1 つの x の値がある。
- 問 4 の答えはすべて y 軸に対称で、問 5 の答えは y 軸に対称ではなく、パラバラである。
- 問 5 の解は、 $(x-3)^2 = 0$ を基準として縦に線を引いて折ると、重なる。つまり対称になっている。

資料IV

複素数の導入の授業後に、新しい数の発見についての授業の感想を調査した。

(1) 調査日時 平成15年3月5日

(2) 調査対象 公立中学校3年生 31名
(男子19名、女子12名)

(3) 調査内容 新しい数についての授業の感想を自由に記述させた。

質問事項

新しい数の発見の授業についての感想を書いて下さい。

(4) 調査結果

- ・新しい数を習って、いろいろな事を学べて良かったと思います。
- ・今までより数学の世界が広がったと思います。
- ・今まで習った事がなかった新しい数を学んだり、教わったりして楽しくできた。
- ・今まで知らなかったことを知れて良かった。今知らないことは、まだたくさんあるけど、高等学校へ行って、これから勉強していくことが楽しみになって良かった。
- ・ $\sqrt{\quad}$ の中に－（マイナス）が入るのをやって、難しかったけど、勉強になりました。いろいろな書き方がわかりました。
- ・初めはよくわからなくてとまどったけれど、ボヤーとは分かってきた。
- ・難しい。わけがわからなかった。
- ・二乗して負になる数について最初に直面した時は解けるなんて思っていなかったけれど、分かってくたら面白くなった。
- ・生活で何に使われるか分からないが、学んだらきっと役に立つのであろう。
- ・座標平面上に表した時はまさか上下にとるとは思ってたからびっくりした。
- ・この調子でいろいろな数を目に見える形で表していきたいです。
- ・難しい。
- ・新しい数を見つけるのは、割と難しいと思っていたが、そんなに難しいことではなかった。
- ・難しい。ややこしい。理解に苦しむ。
- ・知ることは面白いと思った。
- ・二次方程式でも新しいやり方があることがわかった。

- ・高校に入ったら教えてもらう数なので、もっと勉強したいと思った。
- ・まさか縦を使うとは思わなかった。発想の逆転は必要なだろう。
- ・数学はいろいろなことをどんどん発展させていくんだなと思った。

(平成15年9月30日受理)