2006中学校数学「数量関係」の学力診断調査の結果と概要

黑崎東洋郎 1 、高橋敏雄 2 、洲脇史朗 3 、秋山 真 1 、木村善生 5 、字津見雅英 4 、平野圭 $^{-7}$ 、池田智裕 8 、岡部初江 9

岡山大学算数・数学教育学会、中学校数学学力診断調査プロジェクトは、「数量関係」に特化して、旧指導要領の下での「数量関係」に関する学力の実態を調査し、授業改善の方策を提案している。「ゆとり教育」を推奨する中学校数学では、標準指導時数が1週間に3時間と少ないため、自ら学び、自ら考えさせるようにする授業ができにくいという中学校数学担当の教員が少なくない。数量関係は、二つの数量に関わる中で、数量と数量の関係に着目するなどして関数的な見方を伸ばすことが重要である。関数関係を見いだし、表現し、考察するなどの中学校数学の「数量関係」の領域に関する学力が、どの程度、確かな学力として定着しているのかを実態調査した。その「数量関係」の領域に関する学力の結果と特徴的な傾向を以下公表する。

1 はじめに

中学校数学の「数量関係」の領域では、 小学校で文字式が削除されたため、その影響が甚大であると言われている。数量の関係を文字式で表現して、式を関数式と見ることや文字を変数とみる見方が低下しているのではないかと危惧されている。

また、数量関係を理解する上では、二つの数量と数量の間にどんな依存関係があるのかに着目することが大切である。そのためには、例えば、一次関数では「さおばかり」を取り込み、さおばかりを使って「分銅の重さ」と「支点からの距離」の二つの数量の間にはどんな関係があるのかを実験するなどの「数学的活動」が不可欠である。数量関係に生徒自身が働きかける作業的・体験的活動が無いと、「数量関係」について実感的理解ができないのである。

私たちは、前回、「数量関係」の学力診断

調査の結果を受けて、つまずきや誤答の多い指導内容については、こうした実験などの数学的活動を通して、「数量関係」に着目させ、表現し、考察させることが大切であると提言してきた。

ところが、ゆとり教育では指導要領の内容の厳選されたとは言うものの、小学校算数から移行されてきた指導内容も多く、指導内容が縮減された観がない。しかも、指導時数は、1週間に3時間と少なく、実験を取り込んだ「数量関係」に関する授業実践ができないという現場教員の声がある。

実際、平成15年度教育課程実施状況調査では、「数学的活動」、すなわち、数量についての作業的・体験的活動を取り込んで授業しているかという問いに対して、第1学年で48.0%、第2学年で39.3%、第3学年で38.0%であった。

- 1.2 岡山大学教育学部 3 岡山理科大学 4 岡山市立東山中学校
- 5 岡山大学教育学部附属中学校 6 瀬戸内市立邑久中学校 7 岡山市立竜操中学校.
- 8 岡山市立岡北中学校 10岡山県教育センター・教育情報センター

作業的・体験的活動を取り込んで数学の 授業教師の割合が、前ページで示した数値 であれば、数学的活動を取り込んで、実感 的な理解を促し、確かな学力を形成しよう とする学習指導要領の意図とは乖離してい る状況である。

こうした状況にあって、中学校数学の「数量関係」の領域に関する学力の形成は、学習指導要領の意図通り、形成されているかどうか本当に疑わしい状況にあり、達成率はかなり厳しい状況にあるものと推測される。

以下、私たちがアットランダムに調査した岡山県の中学校数学「数量関係」の学力の結果と特色ある傾向を示したい。

2 調査方法

(1)調査問題

現行の学習指導要領の「数量関係」の領域の基礎的・基本的な指導内容について学力診断を行う問題にする。確かな学力を形成しているかどうかを判定し易くするために、基本的に前回と同一問題を使うことにした。確率のように移行措置が為された学習内容に関しては、第3学年から第2学年へ同一問題をそのまま移行した。

(2)調査時期

比例、一次関数、二次関数、確率のそれぞれについて、どれか1つでも、未習の段階で学力診断したとしたら、たとえ、その指導内容について達成率が低くても、それは未習のため、「分からない」「できない」のであって、達成率が「よい」「わるい」の対象にはならない。学習しているのに、達成率が低いのであれば、それは、確かな学力を形成していないと判定できる。そこで、未習の状況の下で「数量関係」の領域に関する学力の実態調査が行われることがないように、2月下旬から3月中旬に実施した。それは、各学年とも、その時期であれば「数

量関係」に関する学習指導を終えていると 判断したからである。

(3)調查対象数

岡山県南から岡山県の県北にわたって広 範囲の学校に調査協力をアットランダムに 依頼した。その結果、各学年とも当初の予 定の 1000 人を超えるデータを得ることが できた。

図 1 調査対象数

第1学年	1420 人
第2学年	1502人 (集計中)
第3学年	1005 人

3 学力診断調査結果と傾向

(1) 達成率

算数学力診断調査と揃えて、「数量関係」に関する学力診断調査結果を「達成率」で示すことにした。文部科学省の実施している「教育課程実施状況調査」では、「通過率」と採用しているが、私たちの達成率は、同義語で使っている。従って、例えば、通過率の高い指導内容であれば、達成率が高いという意味である。

(2) 特徴的な傾向の判定基準の設定

「数量関係」の領域に関する指導内容 について、確かな学力が形成されている かどうかを、達成率で判定する。判定の 基準点によって、特徴的な傾向を次のよ うに示す。

- 達成率が高い指導内容
- 達成率の低い指導内容

達成率が高いかどうかを判定する基準 点の設定をどこにするかが悩ましい問題で あった。本学会の中学校数学、学力診断プ ロジェクトで協議した結果、問題作成者・ 問題採点者が適切に基準点を決め、その基 準点を基にして、これは達成率が高い指導 内容、これは達成率が低い指導内容である と決定することにした。

(2) 前回との比較はしない

私たちは、旧学習指導要領の下での「数量関係」に関する中学校数学の学力の実態に関する資料を持っている。現行の学習指導要領の下での「数量関係」の領域に関する学力の実態と比較してみたいけれども、データ処理する時間的な余裕がないため断念した。前回との比較は、別の研究報告書を作成し、旧学習指導要領の下での「数量関係」の学力と現行の学習指導要領の下での「数量関係」の学力を比較したい。

(3) 学力達成度調査の意図

私たちは単純に「数量関係」に関する学力が上がったとか下がったとかを議論するようなことはしたくない。私たちが取り組みたいのは、達成率の低い指導内容(「つまずき」「誤答」の多い指導内容)について、その原因を分析し、具体的な授業改善を図り、その実践的な取り組みを通して、新しい数量関係に関する実践的な授業研究を「ケース・スタディー」として提言することにある。

4 「数量関係」の学力調査の結果の概要 と傾向

総論から言えば、各学年とも達成率は予想をかなり下回るものであり、驚いている。 直感的な印象として、前回を大きく下回っているというものである。ただしこのことについては、今回は触れないことにする。

「数量関係」に関する学力としては、4 観点から分析する必要がある。いわゆる、 「関心・意欲・態度」「数学的な見方や考え 方」「表現・処理」「知識・理解」である。

学力調査結果の概要として、グラフに表すことなどの「表現・処理」、比例の意味、一次関数や二次関数の意味など「知識・理解」については概ね良好であると思われる。しかしながら、関数関係を日常事象と関係づけて見ようとする「関心・意欲・態度」

や関数関係を見いたし、表現し、考察する 一番「数量関係」の領域で重要な学力の形 成が達成不十分な傾向にあると思われる、

以下、中学校数学の「数量関係」に関する学力診断調査の結果と特徴的な傾向を、 第1学年から第3学年にわたって示す。 ただし、第2学年は、集計途中である。

第1学年 結果と傾向

1 結果 (調査対象生徒数 1420名)

数学科調查問題(数量関係) 第1学年

組____酱

- 1 y が x に比例し、x = 2 のとき y = 5 となっています。 次の問いに答えなさい。
- (1) ソを X の式で表しなさい。

47.5%

(2) 比例定数はいくらですか。

48. 9%

2 xとyの対応が次の表のようになっています。 次の問いに答えなさい。

X	 - 3	- 2	- 1	0	1.	2	
у	4	6	12	×	- 12		

(I) xとyのあいだにはどんな関係がありますか。

64.4%

- (2) x = 2 に対応するyの値を求めなさい。
- (3) yをxの式で表しなさい。

79.9%

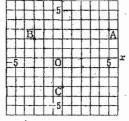
40.8%

- 3 次の図について次の問いに答えなさい。
- (1) 点Cの座標を求め なさい。

67.0%

(2) 点Aとy軸について 線対称な点の座標を求 めなさい。

42. 7%



(3) 点Bと原点について点対称な点の座標を求めなさい。

46. 1%

(4) 次の点を上の図に示しなさい。

D(2, 5) **86.3%**

E(0, -5)

F(-3, 5) **82. 6%** 7

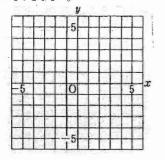
4 次の関数のグラフをかきなさい。

(1) y = -3 x

53. 7%

(2) $y = \frac{6}{x}$

65.8%

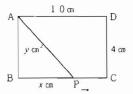


书之方

38. 3%

34.9%

 次の図の長方形ABCDは、 縦が4cm 横が10cmです。 点PはBから出発して、辺BC 上をCまで進むものとし、Bからxcm進んだときの△ABPの 血積をycm²とします。 次の問いに答えなさい。



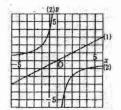
(1) yをxの式で表しなさい。

38. 7%

(2) 変数 x の変域を示しなさい。

38.0%

7 次のグラフは、正比例と反比例のグラフです。 yをxの式で表しなさい。



(1) 46. 6%

(2) 43. 0%

8 恵子さんはお父さんと一緒に 自動車で高速道路を走っていま す。右はそのときの写真です。 写真を参考にして、式が リ=85xとなるような比例 の問題を作りなさい。



問題

25. 4%

2 傾向

(1) 達成率が高い指導内容

「反比例の関係」問題 2(1)(2)

表からx, y の間の関係を読み取る問題は,達成率が 64.4%,x の値に対するy の値を求める問題は達成率が 79.9%とまずまずであった。

問題1と比べても、表が与えられている問題の方が、 与えられていない問題よりも生徒は考えやすいことが いえる。問題を考える上で、関係をつかみにくいとき には、自分で表を書いて考られるよう指導したい。

「点の座標」問題3(4)

座標で表された点を座標平面上に表す問題である。 達成率は 80%を越えており、点の位置と座標の表し 方の理解はまずまずである。座標のグラフへの表し方 は、グラフをかく上での基礎であるため、指導におい ては、与えられた座標をもとに点をとり、それをつな げて絵を描くなどの工夫して、達成率をさらに上げて いく必要がある。

(2) 達成率が気がかりな指導内容

「正比例・反比例の式を求める問題」問題1,2(3)

(1)のyをxの式で表す問題は達成率 47.5%, (2) の比例定数を求める問題は達成率 48.9%である。いずれも達成率が低く、誤答としてはy = 10 x, 比例定数 10 という答えが 15%程度あった。単純にx = 2 のとき y = 5 であることから,かけ算をした誤答である。

問題2の(3) 反比例の問題でyをxの式で表す問題の達成率は、40.8%と低く、正比例の式で表している誤答が 20%程度あった。関係が反比例であると答えながら、式に表す段階では正比例になっている誤答も少なからずあった。いずれの問題も前回の調査に比べ15ポイル下回っており、式が2数の関係をどのように表しているのかという意味も考えさせたい。

正比例は「増える」、反比例は「減る」という関係であるという認識が多くあり、正比例は商が一定、反比例は積が一定の関係であるということが、十分理解できていない。又は理解していても、式に表す段階で「商」と「積」を混同している。このことは、正比例、反比例の式の形にもよるのかもしれない。正比例は商が一定の関係であるが、一般式はy=ax、反比例は積が一定の関係であるが、一般式はy=axである。このあたりが理解が混乱する原因かもしれない。

xy=a という式から、 $y=\frac{a}{x}$ に式が変形される ことの指導を丁寧に行いたい。

「点の座標」問題3(1)

座標平面上の点から座標を読み取る問題である。点 Cの座標を求める問題よりも、線対称、点対称な点の 座標を求める問題の達成率が低く、図形の領域で学習する線対称、点対称との関連が今一歩であった。図形領域においても、線対称な図形、点対称な図形という取り扱いが大きいことが、点の移動に結びついていない一つの原因かもしれないと考える。

「比例・反比例のグラフをかく」問題4

正比例 $y = -3 \times 0$ グラフの達成率は 53.7%で、 $y = -\frac{x}{3}$ のグラフをかいた誤答が 10%程度あった。 右へ 1 動くと下へ 3 動くなど,ただやみくもにかき方を暗記していることが間違いにつながっていると思わる。 反比例 $y = \frac{6}{x}$ のグラフの達成率は 65.8%と比例のグラフよりも高かった。ただ,正比例のグラフは無答が 10%,反比例のグラフは無答は 15%程度であった。

「動点による面積変化を捉える問題」問題6

全体として関数の理解が低い中で、動点による面積変化を関数として捉えることは1年生としてはかなり難しい。変数を三角形の面積を求める公式にあてはめて求められるが、x、yが何を表しているのかが実感できていないものと考えられる。達成率は35%程度で文字についての理解の不十分さも影響が大きい。

導入段階での指導では、一方の値が○なら、もう一方は・・・・、という考え方が重要になってくる問題であるが、これは数量関係をつかむ上で大切な考え方であり、この考え方が不十分であることが、数量関係全体における達成率の低下につながっているのではないだろうか。常に2つの数量の変化、規則性に目を向けた指導が必要であると考える。

「グラフから式を求める」問題7

正比例については達成率が 46.6 %, 誤答として一番多かったのが y = 2 x で 26%, 比例定数の分母と分子が逆になっている間違いであり, 比例定数の意味の理解が不十分である。反比例については達成率が 43.0%と低いが, 誤答で一番多かったのが符号ミスで 24%もあった。式からグラフをかけても, グラフから式を求められていない誤答が多くあった。式とグラフの関係を丁寧におさえたい。

「比例関係にある数量についての問題作り」問題8

今回は高速道路を車で走っている写真を載せ、式もy=85xになる問題という条件を付け、生徒がイメージしやすいように工夫をした。しかし、達成率は25.4%と低く、無答が33.6%と依然高かった。ただ、誤答として、問題中の単位が合わないなど、単位などにもう少し気を配って問題が作れれば、正答になるという解答も多くあった。生徒は自分自身で問題を作ることを結構楽しむものであり、理解も深まることから、今後とも問題作りは軽視すべきでないと考える。

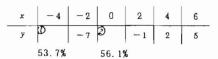
(宇津見 雅英)

第2学年 結果と傾向

1 終吉 果 (調査対象生徒数492名 現在,集計を統行中)

数学科調查問題(数量関係) 第2学年

____組 ____番



2 1次関数 y = 3x + 4 についてグラフの傾きと 切片をいいなさい。



③ 次の各点は、1次関数y = 2x + 3のグラフ上の点である。 にあてはまる数を答えなさい。



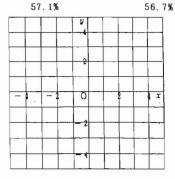
- 4 次の1次関数について、xの増加量が4であるときのyの増加量を求めなさい。
- $(1) \qquad y = \frac{1}{2} x 1$



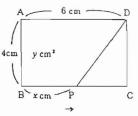
(2) y = -3 x + 5



- 5 次の一次関数のグラフをかきなさい。
- (1) y = 2 x 1
- (2) y = -2x + 3



- 6 次の条件をみたす一次関数の式を求めなさい。
- (1) x=5 のとき, y=3 で, xが 5 増加するとyは 2 増加する。 15.6%
- (2) グラフが 2 点 (2,3),(-5,-11)を通る。
 31.9%
- (3) グラフが点(1, -2) を通り, 直線 y = -3 x に 平行である。 33.5%



(1) yをxの式で表しなさい。

xに比例する部分

45.	5%		

(2)(1)で求めた式で、xに比例する部分と、定数の部分は、それぞれ上の図のどんな量を表していますか。





(3)変数x,変数yのそれぞれの変域を示しなさい。

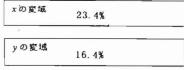
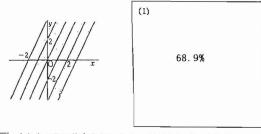


图 次のグラフは、関数 y = ax + bのグラフです。 気がついたことを書きましょう。



② 1から4まで数字をかいたカードが1枚ずつあります。このカードをよくきって、1枚ずつ2回続けて取り出し、 1 2 3 4 取り出した順に左から右へ並べて2けたの数を作ります。次の確率を求めなさい。



2傾向

(1)達成率が高い指導内容 「1次関数のグラフについての知識」

(問題2)

1次関数の式からそのグラフの切片をとらえることについては達成率は 80.9 %であり、理解されているといえる。一方、傾きは 62.8 %だが、つまずき反応の中で 3 x が 18 %であり、答えとしては正しくないが、関係を表す式からグラフの傾きをとらえることはできているといえよう。

「1次関数のグラフの特徴」

(問題8)

8については、達成率は 68.9 %であり、 「傾き」や「平行」という用語を使ってグ ラフについて気がついたことをきちんと表 現してあった。ただし、比例という言葉を 使っていることもあり、指導に注意が必要 である。

(2)達成率が気がかりな内容

「変化の割合」(問題4(1)(2))

変化の割合の知識・理解とその使い方について確かめている。達成率はそれぞれ24.1%と21.5%であり、とても十分とはいえない。ここでは、安易にx=4を関係式に代入して、求められたyの値を答えていることが多い。変化の割合について、十分に理解していないと思われる。指導の中では、1次関数で変化の割合については生徒にとってとらえにくいことの一つである。が、y=ax²の学習を待たずに理解させておきたい。

「1次関数の式を求めること」 (問題個(1)(2)(3))

(1)の達成率は15.6%, (2)は31.9%

(3)は 33.5%である。条件を読みとり,関係を式に表すことができているとはいえない状況である。特に,(1)については,条件に書かれてあると言わざるを得ない。条件に書かれていることから,グラフの概形をかいてみることを指導したり,生徒にこことが必要だと思われる。特に,変化の割着とが必要だとであることを生徒に定着させるなどが急務であり,課題が山積している。

「1次関数の意味」

(問題1①2)

①の達成率は 53.7%, ②は 56.1%である。 変化の割合を求めるときには表を使うこと もあると思うが, 表を使って学習すること が少ないせいであろうか。

「確率を求めること」

(問題9(1))

(1)は 40.9 %である。確率を求めることができているということは言いにくい。確率の問題に限らないが、問題文の長さに起因するかもしれない。また、奇数や3の倍数などの用語についても、理解が案じられるところである。

(秋山 真)

1 結果(調査対象生徒数 1005名)

数学科調査問題(数量関係) 第3学年

1 次の場合、x, yの関係を式に表しなさい。

(1) yはxの 2 乗に比例し、x=-3 のときy=7 2 である。

75.6%

(2) 関数 $y = ax^2$ で、x = 2のときy = -8である。

81.5%

考え方

70.2%

変化の割合

73.4%

③ 高いところから物を自然に落とすとき、x秒後までに落ちる距離をymとすると、 $y = 5x^2$ いう関係があります。この運動について 2 秒後から 4 秒後までの間の平均の連さを求めなさい。

考え方

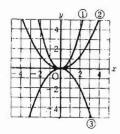
50.7%

41.0% (52.1%) ()は甲位なし、違いを含めたもの

4 下の図は、3つの関数

 $y = \frac{1}{3} x^2$, $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2} x^2$

のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものです。①,②, ③は、それぞれどの関数のグラフになっていますか。



① 91.0%

② 89.2%

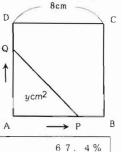
③ 92.3%

5 右の図の正方形ABCDは1辺 Dが8cmです。点Pは毎秒2cmの速さで、AからBまで動き、点Qは毎秒2cmの速さで、AからDまで動きます。2点P、Qが同時にAを↑出発してからx秒後の△APQの面積をycm²とします。

÷Π

次の問いに答えなさい。

x, yの関係を式に表しなさい。

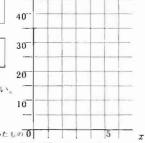


(2) x, yの変域を求め たさい

なさい。

まの変域 59.6%



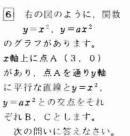


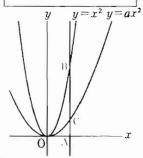
(3) そのグラフをかきなさい。

43.5% (55.0%) (35.0%) (1) は実験を考えないものを含めたもの (1)

(4) \triangle APQの面積が $18cm^2$ となるのは、2点P、Qが同時に Λ を出発してから何秒後ですか。

50





66.5%

(1) 点Bの座標を答えなさい。

79.6%

(2) BC=6のとき, aの値を求めなさい。

66.4%

(3) AC: CB=1:3のとき、aの値を求めなさい。

考え方

33.3%

34.2%

2 傾向

(1) 達成率が高い指導内容

「条件から関数 y = a x ²の式を求めること」 (問題**山**)

xとyの値,グラフで通る点などの様々な条件をあてはめて、aの値を求める問題で、正答率は76%,82%と高く、よく理解がされていると言える。

「関数 $y = a \times {}^2$ のグラフを見分けること」 (問題a)

放物線のグラフと式の関係をとらえる問題である。グラフの特徴から、比例定数aの正負・大小をとらえ、式を選択する。3つの式の中から選択すると言う容易さもあるが、達成率 91%、89%、92%と特に高く、グラフをかいたり式を読み取ったりという練習がよくできていると考えられる。

「関数 y = a x ²のグラフと, 直線との交点の 座標を求めること」 (問題⑥の (1))

x座標は他の点と等しく、その値を式に代入することでy座標も求められる。やや困難ではないかと考えたが、達成率80%とある程度高い数値が得られた。このような問題はよく取り組んでおり、その方法を理解しているということが考えられる。

「変化の割合を求めること」 (問題②) (変化の割合)

= (yの増加量) / (xの増加量)

を用いて変化の割合を求める問題で、達成率 7 3%はある程度高いといえるのではないか。考え方の欄をみると、正答のうち約 1/5 の人が簡略な公式「 $y = a x^2$ で、xがmからn まで変化した時、a(m+n)」を用いていた。

(2) 達成率が気がかりな内容

「自然現象と数学の変化の割合を結びつけること」 (問題③)

単に変化の割合を求める問題②の達成率70%と比較してみると、この問題の41%は

やはり低いと言わざるを得ない。

(速さ) = (道のり) ÷ (時間) は多くの生徒に 理解されているが、この問題の「平均の速さ」が 変化の割合そのものであるということがあまり意 識されていない。

問題②で、簡略な公式を用いて変化の割合を求めた人も、問題③ではこのやり方を使っていない 人が多い。

公式として利用するのはよいが、意味が伴って いないということも言えるかもしれない。

「動点による面積変化を関数としてとらえる こと」 (問題⑤)

図形の辺上を点が動く問題は、その変化の様子 がイメージしにくいためか、最初からあきらめて いる生徒も多い。

2 点が連動して動くことや、毎秒2 c mの速さで動くということなども達成率をいくらか下げる原因になっていると考えられる。特に(3)のグラフは縦軸と横軸のとり方も違い、問題回のグラフに比べ困難なものであったと考えられる。動点による面積変化ということで、変域を考える必要があるが、単に $y=2 \times 2$ のグラフをかいてあるのが全体の 10%程度あった。

「 $y = a \times {}^{2}$ のグラフ上の線分の比を用いて a の値を求めること」 (問題⑥の (3))

(1)の点Bの座標が求められていないと考えられないという生徒も多く、それが達成率に影響しているところもあるが、無答が39%あり、どう考えたらよいか分からなかった生徒も多い。

考え方は点Bの座標と比から点Cの座標を求めて、それを式に代入する方法が多いが、点Cの座標を(3,9a)とし、比の式にあてはめて求めるものもあった。考え方は空欄で、正答だけかいたものもあり、比と放物線の意味から求めたものか、ただでたらめにかいたものか見分けられないものもあった。

(木村 善生)