氏　　　名	平松　直哉
授与した学位	博　士
専攻分野の名称	理　学
学位授与番号	博甲第4258号
学位授与の日付	平成２３年　３月２５日
学位授与の要件	自然科学研究科　先端基礎科学専攻 （学位規則第５条第１項該当）
学位論文の題目	Representation theory of Cohen-Macaulay modules （コーエン・マコーレー加群の表現論）
論文審査委員	教授　吉野　雄二　　准教授　鈴木　武史　　准教授　鳥居　　猛

学位論文内容の要旨

可換環論には大きく分けて２つの側面がある。代数幾何学における局所理論としてのイデアル論と有限次元多元環における表現論の自然な高次元化としての加群論である。これら２つの側面が交錯し，美しい理論が作られるのが Cohen-Macaulay 加群の理論である。本学位論文では可換代数上の加群圏について，特に極大 Cohen-Macaulay 加群のなす圏について研究している。

第１章では可換代数上の加群圏における加法的部分圏の圏同値について調べている。本章前半では，代数 A, B 上の加法的部分圏が圏同値であるための必要条件を与えている。実際このとき，A と B は同型になる。また圏同値を与える関手について，具体的な表示を与えることに成功している。以上の考察を踏まえ，加法的部分圏に対し Picard 群を定義した。後半ではこの Picard 群の性質について調べている。主な結果として，加法圏における自己同値関手のなす群は，Picard 群とその加法圏を定義する代数の自己同型群の半直積群に同型であることを示している。数々の具体的な加法圏について Picard 群を実際に計算している。応用として，孤立特異点を持つ Cohen-Macaulay 局所代数上の Cohen-Macaulay 加群のなす圏の自己同値群を決定した。

第２章では Cohen-Macaulay 加群の退化問題について，特に有限表現型を持つ代数上の退化について考察している。加群の退化理論は有限次元多元環の表現論に端を発する。加群全体に幾何学的構造を定義し，加群の同型類を点と捉えその近傍を考察する理論である。本章では，偶数次元の(A_n)型超曲面における極大 Cohen-Macaulay 加群の退化を完全に決定した。加群の退化理論研究において，加群の間に degeneration order, extension order, そして AR order と呼ばれる半順序関係を定義し，それらの関係を調べることが有効である。本章最後の節では，有限表現型を持つ完備な Cohen-Macaulay 局所代数において，拡大した degeneration order, extension order, AR order は互いに同等であることを示した。従ってその帰結として，有限表現型を持つ完備な Cohen-Macaulay 局所代数上の極大 Cohen-Macaulay 加群の退化は，本質的に概分裂完全列から定まる退化によって生成されることがわかった。

第３章では他の２章と内容が異なり，N-鎖複体について述べている。N-鎖複体とは通常の鎖複体の一般化であり，1996 年 M. Kapranov によって導入され，数理物理の分野でその応用が見出されつつある。N-鎖複体におけるコホモロジカルな性質を調べている。本章では Kapranov が定義したコホモロジー群に加え、新たに(i, k)型コホモロジー群を導入し，N-鎖複体の完全性とコホモロジー群の消滅性との関係など，その諸性質を調べている。

論文審査結果の要旨

可換環上のコーエン・マコーレー加群は、数学の一分野である代数学において抽象理論の検証の場として重要であり、歴史的にも多数の研究者によって研究され、数多くの美しい理論が打ち立てられている数学の研究対象である。

本申請論文では表現論的見地からコーエン・マコーレー加群の理論に寄与する重要な成果が、大きく分けて 3 つ得られている。

第 1 に、一般の加群圏の加法的部分圏に対してピカール群を定義し、加法部分圏の自己同型群をピカール群を使って表す一般的公式を与えている。さらに、ある条件のもとでコーエン・マコーレー加群のなす部分圏に対してそのピカール群を計算し、自己同型群を具体的に与えることに成功している。

第 2 には、加群の退化という関係によって与えられる順序構造をコーエン・マコーレー加群の場合に決定する試みを行っている。とくに、偶数次元の A 型単純特異点上のコーエン・マコーレー加群の退化が短完全列の分裂によるものから得られることを証明し、具体的な順序構造を決定している。また、もっと一般に、有限表現型の特異点上でも退化が概分裂完全列から得られることなど、付随する多くの事実が証明されている。

第 3 に、一般の鎖複体の一般化として N 複体の概念を定義して、その一般論を展開することによって、従前のホモロジー代数の理論を、より高次の見地から眺めなおす新しい理論展開を行っている。

これら、3 つの成果はいずれも、表現論的見地から見た可換環上のコーエン・マコーレー加群の理論に大きな影響を与えるものであり、今後も発展が望まれるものである。

以上のように本論文においてまとめられた結果の重要性、将来性および質の高さを判断して，博士の学位に値するものと判定する。