

原 著

量としての分数から数としての分数への移行を図る分数指導の研究

黒崎 東洋郎^{*1} 圓井 大介^{*2}

平成20年度告示の小学校学習指導要領が平成23年度から完全実施される。従前のゆとり教育における分数指導は、集中方式で指導が行われた。第4学年では分数概念を、第6学年では分数計算の指導が行われてきた。基礎的・基本的知識・技能の確かな習得を目指す新しい分数指導では集中方式を改め、スパイラル方式で指導が行われる。しかも、第2学年から分数指導が行われる。分数概念に関する指導の最重要課題は、「量としての分数」から「数としての分数」の移行を図り、確かな「数としての分数」の概念を習得させることにある。そこで、本研究では、「量としての分数」から「数としての分数」へどのような移行指導すれば「数としての分数概念」を確実に習得することができるのか、その指導のポイントを実践的、実証的に明らかにする。

Key Words : 「分数概念」 量分数 「数としての分数」 「単位分数」

※1 黒崎東洋郎 (岡山大学)

※2 圓井大介 (岡山市立鹿田小学校)

1 スパイラル方式の分数指導への回帰

(1) ゆとり教育におけるスパイラル廃止

平成10年告示の小学校学習指導要領の改訂では「ゆとり教育」が叫ばれた。「ゆとり教育」における分数指導では、第3学年からスパイラル方式で系統的に指導していた分数指導を、集中方式で指導することに改訂された。この分数指導のカリキュラムの特徴は、分数概念と分数計算の両者の指導を統合的に行う点である。そのため、分数概念はそれまで第3学年で1未満の分数を、第4学年で1を超える分数概念をスパイラルに指導していたものを、第4学年で統合的に指導することになった。また、分数の計算指導は、第6学年で集中的・統合的に取り扱うことになった。それまで、第3学年で同分母分数の加減計算を取り上げ、漸次、数の範囲を拡張し、第6学年で分数の乗除計算を取り上げスパイラル方式で指導してきた分数の四則計算を、第6学年で統合的・集中的に指導することにしたのである。

(2) スパイラル廃止の功罪

スパイラル方式を廃止するメリットは、その学年で指導される分数概念や計算の原理が確実に習得されれば、有効なストラテジーである。ところが、デメリットとして、分数概念や分数計算にしても、一度指導されると確実に習得されたものと見なし、二度と指導されることはない。これは、分数概念や分数計算の仕方を理解することに落ちこぼれてしまえば、スパイラル廃止の教育課程においては、二度と学習

するチャンスが算数の授業ではないことを意味する。落ちこぼれは放置され、学力低下が生じかねない分数指導のカリキュラムといえる。

進んだ子どもには、次々と発展的に分数概念を形成していく集中方式が適していると思われる。例えば、等分した大きさや端の大きさを基に1未満の分数について学ぶと、足踏みすることもなく、1歩進んで発展的に1を超えた場合も分数を用いることを学ぶことができる。分数概念の理解が一挙に深化・発展するものと期待される。

ところが、遅れがちな子どもには、こうした集中方式よりもスパイラル方式の方が最適だと思われる。例えば、第3学年で1未満の分数について学ぶ。このとき、分数の概念を形成できればよいが、不幸にして習得不十分で落ちこぼれていても、第4学年で1を超える分数を学ぶ。このとき、スパイラル方式の分数指導カリキュラムであれば、第3学年の1未満の分数概念の理解を補充指導し、第4学年の1を超える分数概念の学習指導を位置づけて学習指導が進められる。こうした分数概念の学び直しをすることで、遅れがちな子どもは、しっかり、じっくりと分数概念を形成し、確実に習得すると考えられる。算数教育において、平成10年の告示の「ゆとり教育」におけるスパイラル方式の廃止は、進んだ子どもに優しく、遅れがちな子どもには厳しい分数の学習指導を強いていたとみなすことができる。

西村和雄等が「分数のできない大学生」を出版し、

ゆとり教育で学力低下が危惧する人たちの思いと合致して学力低下論争が加熱した。「分数のできない大学生」は、ゆとり教育の下、分数計算はいたずらに複雑な計算はやるべきでないとし、四則混合算の帯分数を含む複雑な分数計算を削除したことに端を発した学力低下論議である。しかも、分数概念の理解ではなく、分数の計算技能を問題にしたものである。その対象は小学生ではなく、大学生である。大学生の分数計算は、計算技能のカテゴリーに属するが、小学校算数における分数計算は、分数概念の形成の一貫として位置づけられる。大学生と小学生では「分数の計算指導」の教育の目的に大きな違いがある。

分数の計算指導は、分数概念形成と深く関連するが、ここでの研究対象は、分数概念の形成そのものを対象とする。

(3) スパイラル方式への回帰

従前から、分数指導では「数としての分数」の概念を形成するための指導が行われてきた。「数としての分数」の概念を形成することは、ディプロマポリシーである。そのためには、どのような過程を経て「数としての分数」を捉えさせればよいかそのカリキュラムポリシーを構成する必要がある。スパイラル方式で行われる新しい分数指導では、「分割分数」と呼ばれる分数指導から始まる。今もって「数としての分数」の概念形成のさせるための確かな「分数指導のカリキュラム」は開発途上にあり、体系化できていない。とりわけ、「量としての分数」と「数としての分数」の両者の分数概念には大きなギャップがあり、その溝を埋めるにはどうすればよいのかが、分数指導の喫緊の課題となっている。

2 新しい分数指導のカリキュラム

平成 20 年度の告示の小学校指導要領算数科においては、第 2 学年からスパイラルに分数の概念形成の指導が系統的に指導される。

以下、学習指導要領、算数科に示された分数概念の指導の系統の概要を示す。

<分数概念の指導の系統>

[第 2 学年] A 数と計算

(1) 数の意味や表し方を理解し、数を用いる能力を伸ばす

オ 1/2, 1/4 など簡単な分数について知ること

[第 3 学年] A 数と計算

(6) 分数の意味や表し方について理解できるようにする。

ア 等分してできる部分の大きさや端数部分の大きさを表すのに分数を用いること。また、数の表し方について知ること。

イ 分数は、単位分数の幾つ分で表せることを知ること。

[第 4 学年] A 数と計算

(6) 分数についての理解を深めるとともに、・・・

ア 簡単な場合について、等しい分数があることに着目すること。

[第 5 学年] A 数と計算

(4) 分数についての理解を深めるとともに、・・・

ア 整数及び小数を分数の形に直したり、分数を小数で表したりすること。

イ 整数の除法の結果は、分数を用いると常に 1 つの数として表すことができることを理解すること。

ウ 1 つの分数の分子及び分母に同じ分数を乗除してできる分数は、元の分数と同じ大きさを表すことを理解すること。

エ 分数の相当及び大小の比べ方をまとめること以上、分数概念の指導の系統についての概要を簡潔にまとめと、下記の表 1 の通りである。

表 1 分数概念の指導の系統の概要



3 分数概念のいろいろな理解段階

分数概念の理解段階にはいくつかのレベルがある。子どもの分数の認知の発達段階に応じて、どのレベルの分数概念の理解レベルに達成させることができるのかを、授業研究して明らかにする必要がある。

(1) 「分割分数」の理解段階

りんごなどの分離量の個数は整数で表すことができる。ところが、このりんごを等分割した大きさは整数で表すことができない。そこで、りんごなどの 1

つの具体的な量を等分割した大きさを表すのに用いられるのが「分割分数」である。りんごの1つ分の大きさは個によってまちまちで同じではない。このように基準量として異なる具体的なものの大きさを等分割した任意の大きさを分数で表す働きをもつのが分割分数である。

「ゆとり教育」では、分数を先進国の中では一番遅い第4学年から取り上げていたが、平成22年告示の小学校学習指導要領では第2学年から下記の通り、取り上げることになっている。

2 第2学年の内容

(A 数と計算)

A (1) 数の意味や表し方

オ 1/2, 1/4 など簡単な分数について知ること

分数を指導するといっても、分数について理解する上での基礎となる素地的な学習活動を取り扱う程度である。簡単な分数として1/2, 1/4を取り上げても、その取り扱いには数としての分数ではなく、任意の量を等分割した大きさを表す分割分数の取り扱いである。

例えば、折り紙等を二等分させ、その1つ分を「半分」という日常的な表現を子どもはするであろう。しかし、「半分」という表現を用いないで表現させる危機的場面に立たせる。すると、子どもは2等分した操作を基にして、「きちんと2つに分けた 1つ分」だと言う。これを捉えて「二分の一」と言う数学的な表現の舞台にのせ、2つの整数の組で1/2と表すことを知らせるのが分数概念の第1段階にあたる「分割分数」の指導である。

(2) 「量分数」の意味理解段階

① 「量分数」の意味

「平成22年告示の小学校学習指導要領では分数を第2学年からスパイラルに取り扱うが、本格的な分数指導するのは第3学年からである。

第3学年の内容

(A 数と計算)

A (6) 分数の意味や表し方

(6) 分数の意味や表し方について理解できるようにする

ア 等分してできる部分の大きさや端数部分の大きさを表すのに分数を用いること。

また、分数の表し方を知ること。

上記の通り、第3学年では等分してできる大きさや測定した端数部分の大きさを表すのに分数を用いることを知る。第2学年との違いは、基準量が任意

の量ではなく、1Lや1mといった普遍単位で表される量を基準量としている点である。

1Lの水や1mのテープを何等分かした大きさや1Lや1mで測定した時の端数部分の大きさを表す場合用いられる分数が、「量分数」である。

例えば、1mを単位にして測定したときの端数の量があるとき、1mを3等分した1つ分の大きさを1/3m、2つ分を2/3mのように表す場合である。これらの分数が量分数である。第3学年で、1/3を取り扱うが、1/2と比べて格段に抽象度が高くなっていることに注意すべきである。第1に、3等分する操作(manipulation)は、2等分する操作と比べて格段に難しい。第2に、1/2や1/4のように「半分」「半分の半分」といった日常用語を用いた表現もできない正に危機的場面に立たされるから格段に難しいと意識すると思われる。

② 分割分数と量分数のギャップ

分割分数は基準量が任意の量であり、量分数は基準量が1L、1mといった普遍的な基本単位で表すことのできる量である。基準量が任意から普遍単位で表される量に変わるだけなので移行することは容易と考える人がいる。誤解である。分割分数から量分数への移行は子どもには抵抗がある。

圓井が下記の問題で2010年、12月に、自分の学校の第5学年、第6学年で調査したところ分割分数から量分数への移行は良好でないことが分かった。

<問題>

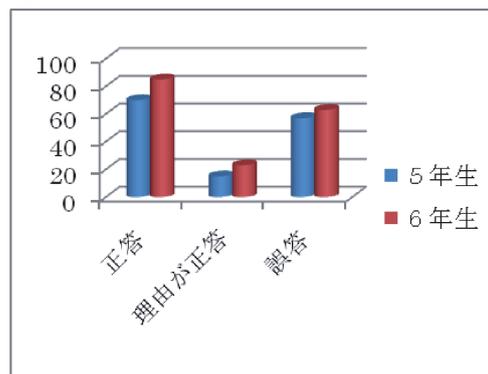
けい子さんは、次のように言っています。

■■■■の長さは
1/2mだわ。



けい子さんが言っていることは、正しいですか。
それとも、まちがっていますか。
どちらかを選び、そう考えた理由も書きましょう。

Fig1 5年生N=127 6年生N=138



前ページの Fig1 の通り、正しく正誤選択できたかどうかの正答率は、5年生 55%、6年生 58%である。きちんと理由付けて正しく正誤選択した5年生は10%で、6年生は16%に過ぎない。分割分数から量分数への移行が進んでいない状況である。この要因は単純ではない。ゆとり教育では、分割分数を全く学習指導要領の上では取り扱わないで、量分数から分数の導入を行っている。その量分数の意味理解も不十分な状況である。とりわけ、基準量を「1 mとする」という意識が欠如している。基準量としての1 mや1 Lを強く意識させる必要がある。

(3) 「数としての分数」の意味指導の段階

① 「数としての分数」の意味

(2) で述べた通り、平成 22 年告示の小学校学習指導要領では第 3 学年で下記の通り、「数としての分数」を取り扱う。

第 3 学年の内容

(A 数と計算)

A (6) 分数の意味や表し方

イ 分数は、単位分数の幾つ分かで表せることを知る。

「数としての分数」は、数の大きさを「単位分数の幾つ分」と捉えるものである。例えば、

20 …10 の 2 つ分

0.2 …0.1 の 2 つ分

と捉えてきた。それと同様に

$2/3 \cdots 1/3$ の 2 つ分

と捉える。このように分数を、「単位分数の 幾つ分」と捉える見方が、「数としての分数」である。

② 量分数と数としての分数のギャップ

量分数は、1L や 1 m を等分した幾つ分という見方で分数を捉えるものである。この分数の捉え方には、限界がある。例えば、 $3/4L$ という分数は、量分数の概念ではあり得ない概念である。それは子どもにとって、1L を 3 等分した数量は 3 つ分までは存在するけれども、4 つ分は存在しないからである。これに対して数としての分数は、 $1/3$ を単位にしてその 4 つ分なのでこのようなズレは生じない。

平成 20 年告示の学習指導要領では、4 年生で 1 を超える分数を取り扱うため、3 年生で量分数に引き続いて、数としての分数の概念形成を図るカリキュラムにしている。同じ学年で、量分数と数としての分数を取り上げているが、そのギャップは大きいものがある。

(4) 商分数としての意味理解の段階

(3) までは、数量の大きさを表す分数概念について述べてきたが、分数は商を表す場合にも用いられる。2 つの整数の除法は、必ずしも整除されたり有限小数で商を表したりすることができない場合がある。例えば、 $1 \div 3 = 0.3333\cdots$ となり、有限小数で表せない。そこで、 $a \div b$ の商を a/b と表すようにすれば、商が整数や有限小数になる場合を含めて分数で表すことができる。このような分数を「商分数」という。

(5) 割合を表す分数

分数は、数量と数量の間の数量関係を表す場合にも用いられる。数量 a が数量 b の c 倍になっているとき、分数を用いて表す場合がある。例えば、数量 a が数量 b の $3/5$ 倍になっているとき、「a は b の $3/5$ 」と表す。このような分数を、「割合を表す分数」という。割合を表す分数 $3/5$ は、単に割合を表しているのではなく、「 $3/5$ 倍する」という機能的な働きを持つ分数であることを捉えさせることが大切である。

4 量分数から数としての分数への移行を図る

授業実践 ー第 4 学年ー

1 を超える分数の指導

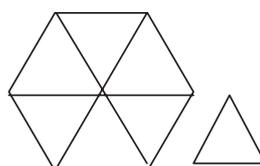
(1) 授業課題

これまでは 1 未満の分数概念を取り扱っている。すなわち、1L や 1 m の端数部分の大きさや等分した大きさを分数で表してきている。第 4 学年では、この学習を基礎にして発展的に 1 を超える大きさを分数で表させ、分数概念を拡張させるようにする。

1 を超える分数に分数概念を拡張させる指導の難しさは、分割分数や量分数から数分数へと概念移行ができていない子どもが多いという課題がある。1 を 3 等分した場合、その 1 つ分、2 つ分、3 つ分までは存在しても、その 4 つ分は子どもには存在しないのである。

したがって、1 を超える分数概念の指導では、「単位分数の 幾つ分」という考えを場合によっては学び直しさせ、この考えを基礎にして 1 を超える分数に結び付けていくことが大切である。

(2) よく見る指導の問題点



よく見かける授業に正三角形のパターンブロックをじゃんけんゲームで取り、それを分数で表す授業がある。

じゃんけんゲームを取り込み、一見、面白そうな授業である。正六角形を1とするので、正三角形のピースを1個の大きさは分数で表すと $1/6$ である。

しかし、正三角形のピースを7個取った場合、教師の期待するように $7/6$ と表すであろうか。残念ながら、子どもは「1と $1/6$ 」と表現するのである。帯分数的な表記である。帯分数表記は、間違いではないが、中学校「数学」の文字式への接続を考慮すれば、目標とするところでない。その理由は、下記のように演算記号を省略すれば、仮分数では $(ab+c)/b$ なのに文字式では ac/b となり、整合性がつかないのである。

$$a \times \frac{c}{b} \Leftrightarrow a \frac{c}{b}$$

要因は2つ考えられる。第1の要因は、正六角形を1とみて、それを6等分した1つ分を $1/6$ と定義する際の基準量としての正六角形のイメージが強いため、仮分数的に捉えやすいことが指摘できる。第2の要因は、分割分数のイメージが強いためである。1を6等分した、1つ分、2つ分、 \dots 6つ分までは存在しても、その7つ分は存在しないためと思われる。「単位分数の幾つ分」という分数概念の意識も希薄なことが大きな要因と考えられる。

(3) 授業仮説

1mのテープを5等分して $1/5m$ を作り、じゃんけんゲームで取ったテープの長さを、「 $1/5m$ の幾つ分で」捉えさせれば、その捉え方を基礎にして1mを超える長さを仮分数で表し、分かりやすく自分の考えを説明し、伝え合うことができる。

(4) 指導計画

第1次	1を超える分数	3時間
第1時	1を超える分数の表し方	(本時)
第2時	いろいろな分数	
第3時	仮分数と帯分数の関係	
第2次	分数の足し算と引き算	2時間
第3次	数直線と等しい分数	
第4次	評価と補充・発展学習	1時間

(5) 指導方法

① 連続量としての長さを取り上げる

1を超える大きさを仮分数表記する数量の対象とし

て長さを取り上げる。パターブロックのような離散量を取り扱えば仮分数表現よりも帯分数表現に繋がりがねない。そこで、長さを取り上げれば、連続量なので、必ずしも整数部分と分数部分を分離して表現することなく、1を超える大きさを仮分数表現することに拡張していくと考えた。

② $1/5m$ のテープをとるじゃんけんゲーム

1mを5等分して、その1つ分が $1/5m$ であることを強く意識させる。



こうして $1/5m$ を強く意識させた段階で、じゃんけんゲームをさせる。

<じゃんけんゲームの約束>

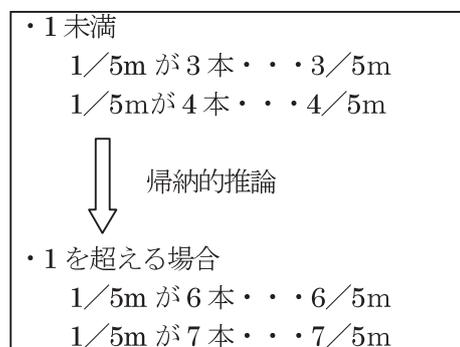
- ・5回じゃんけんする
- ・勝ったら1本テープを相手からもらえる。
- ・負けたら1本相手にあげる。
- ・あいこの場合はテープのやりとりは無い。
- ・取った本数の多い方が勝ち

このじゃんけんゲームは、テープを取ることで、「幾つ分」を強く意識でき、この意識が1を超える大きさを仮分数表現する上で拠り所となる「単位分数の幾つ分」の考えに発展的に結びつくものとする。

③ 1を超える分数表現を帰納的に考えさせる

1mを超えるテープの長さを唐突に取り上げ、それを仮分数表現することを期待しても無理と考える。

そこで、じゃんけんゲームの結果、1未満と1を超える場合が生まれるので、まず、1未満の場合を取り上げて分数表現させ、これを基にして1を超える場合を取り上げ、帰納的に考えさせるようにする。



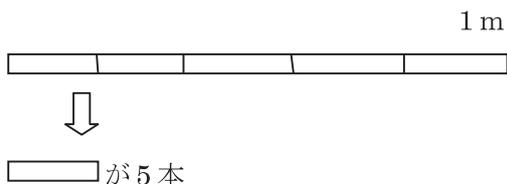
こうして、 $1/5m$ が3本で $3/5m$ 、 $1/5m$ が4本で $4/5m$ と分数で表した後、 $1/5m$ が6本、7本では分数でどのように表せばよいかを帰納的に考

えさせ、形式不易の原理に従って思考・表現させれば容易に $6/5\text{m}$ 、 $7/5\text{m}$ と仮分数表現するものと構想した。

(6) 授業展開の実際

①単位分数 $1/5$ を作る

1m のテープを配布し、これを 5 等分して切り取らせ、1 つ分の大きさを問う。



T 1 つ分のテープの長さはどれだけですか。

C 20 cm です。

T なるほど。

では、cm を使わないで表せますか。

C $1/5\text{m}$ です。理由は、1m を 5 等分した 1 つ分だからです。

こうして $1/5\text{m}$ を作り、1 つ分が $1/5\text{m}$ であることを共通理解した段階で、じゃんけんゲームの活動に進んだ。

②じゃんけんゲームを通して課題発見する。

ここで、2 人組になって「じゃんけんゲーム」によるテープ取りをする。1 人が $1/5\text{m}$ のテープを 5 本持っているところからスタートする。1m を超える者とそうでない者を意図的に生じさせるのが狙いである。

<じゃんけんゲームの約束>

- ・5 回じゃんけんする
- ・勝ったら 1 本テープを相手からもらえる。
- ・負けたら 1 本相手にあげる。
- ・あいこの場合はテープのやりとりは無い。
- ・取った本数の多い方が勝ち

1 回目のじゃんけんゲームが終わった段階で、自分の持ち分のテープの本数を確認させ、全部で何 m になるかを問いかける。1m 未満は容易に分数で表現できるが、1m を超える 6 本、7 本分は、分数でどう表現してよいか戸惑っている危機的場面を取り上げ、本時の課題を設定させるようにする。

C 私は 4 本持っているので $4/5\text{m}$ だわ

T そのようだね。相手の A さんは 6 本持っているけれど、何 m になるのですか。

困っているようだけど、どうしてかな？

意図的に $1/5\text{m}$ のテープが 6 本になり、それを分数でどう表してよいか戸惑っている A 児を指名し、そのわけを言わせるようにする。

C $1/5\text{m}$ の 6 本分は、分数でどう表せばよいか、未だ習っていないので分かりません。

A 児と同じ理由で困っている児童がいることを確認し、どう表せばよいかを本時の課題とすることを共通意識させ、本時の課題を設定させていく。

<本時の課題>

$1/5\text{m}$ の 6 本分は、分数でどう表せばよいかを考え、自分の考えを説明しよう。

③ $1/5\text{m}$ の 6 本分の分数表現を考える

他者の発見した課題を自分の課題とさせ、各自、 $1/5\text{m}$ の 6 つ分のテープの長さを分数でどう表現すればよいかを考えさせる。結果だけでなく、どうしてそう表現してよいか、その根拠を既習の 1 未満の分数の表し方を基礎にしてノートに記述させるようにする。

思考力・表現力が働かない児童に、「 $1/5$ が 3 本や 4 本の時と同じように考えて分数で表してごらん」と助言する。G・ポリヤは問題解決で解くことよりも計画を立てることが重要であり、今まで習ったことの何が使えるか検討せよと言っている。スローラーナーに既習事項を活用するようにと抽象的に助言しても、教師の意図は一般に伝わらない。そこで、このように、具体的に助言する。

一般に、個別指導は机間指導する中で、個別にヒントカードを与えたり、助言したりすることが多い。

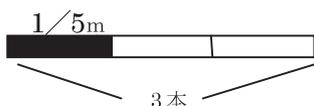
しかし、授業構想でも述べたように、指導者は $1/5\text{m}$ が 3 本で $3/5\text{m}$ 、 $1/5\text{m}$ が 4 本で $4/5\text{m}$ と分数で表すことを基に、6 本、7 本の場合を帰納的に考えて、形式不易の原理で仮分数表現することを目指しているので、一斉にこの助言を行う。スローラーナーにはまさに問題解決の糸口を与えるものであり、進んだ児童には自分の考えの確証をつかむ切っ掛けになるとポジティブに考えた。

④ $1/5\text{m}$ の 6 本分の表現を説明し、伝えあう

授業構想でも述べたように、唐突に $1/5\text{m}$ の 6 本分から取り上げるのではなく、3 本、4 本の場合から取り上げ、1 未満の分数表現を基に帰納的に、形式不易の原理で思考し、判断し、表現させるようにする。

そこで、まず、 $1/5\text{m}$ の 3 本分、4 本分の場合を取り上げて説明させ、その根拠を、筋道を立てて、テープを使ってビジュアルに説明させるようにする。

C Bさんは、3本だから $3/5$ mです。



このように、 $1/5$ mの3本分だからです。

C 4本分だと、 $4/5$ mです。



わけは、 $1/5$ mの4本分だからです。

ここで、 $3/5$ 、 $4/5$ を基礎にして分母・分子が何を表すものかを学び直しを図るようにした。その意図は、1を超える場合の仮分数表記に発展しやすいと考えたからである。

T $3/5$ や $4/5$ の分数について聞きますが、「分子」の3や4は何を表しているのかな。

C (少し戸惑う) えーと。 $1/5$ mのテープの本数です。

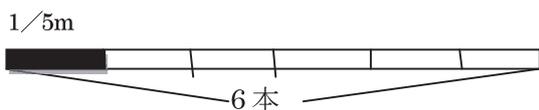
C 分子は、幾つ分を表しています

T では、「分母」の5は何を表しているのかな。

C (こちらの方が、反応が鈍く、挙手も少ない) えーと。 $1/5$ mの5です。

C 単位になる分数の大きさを表していますこうして、分母・分子の表す意味を捉えさせた後、 $1/5$ mが6本、7本の場合、分数ではどう表したらよいかを説明し、伝え合う活動に移る。

C Aさんが取った長さは $6/5$ mになると思います。



わけは、 $1/5$ mが6本だからです。

C $6/5$ mだと分母の5よりも分子6の方が大きくなって、変です。そんな分数ってあるのですか。

T 確かに、分子の方が大きくなって変な感じがしますね。この表し方は間違いでしょうか。それとも、これでよいのでしょうか。

C よいと思います。わけは、分母の5は $1/5$ mの5を表し、分子の6は、テープの本数の6本を表しているのだから、これでよいと思います。

C 賛成。私も $3/5$ mや $4/5$ mのときと同じように、分数の分母の5は $1/5$ mを表し、分子の6は $1/5$ mのテープの本数を表しています。だから、 $6/5$ mと表すのは正しいと思います。

C 付け加えがあります。

$1/5$ mが3本で・・・ $3/5$ m

4本で・・・ $4/5$ m

5本で・・・ $5/5$ mです。

これらと、同じように考えると、

$1/5$ mが6本で・・・ $6/5$ m

7本なら・・・ $7/5$ m

になると思います。

皆さんどうですか。

C よいと思います。

以上のように数学的な表現を用いて、抛り所を持つて筋道を立てて説明し、伝え合う活動によって、 $1/5$ mの6本分を $6/5$ mと表せることを共通理解させた。引き続き、 $6/5$ の仮分数表現を基礎にして、7本分、8本分、・・・の場合について「単位分数の 幾つ分」という考えを基にして仮分数表現の仕方を発展的に深めさせた。

⑤本時のまとめをする

本時のまとめとして、わかったこと、友達の考えや説明でよかったことを簡単に学習感想に書かせて、本時のまとめとした。主として次のような感想があり、これを取り上げた。

<B児の学習感想>

$1/5$ mの3本は $3/5$ mと簡単にわかった。でも、初めは、6本の場合は分らなかった。Hさんが $6/5$ mと発表したときは、そんな分数があるのかな。変だなと思いました。Sさんが「分母が $1/5$ mを表し、分子はその個数を表している」という説明を聞いて疑問が消えて、よく分かりました。Sさんの説明は上手です。

<K児の学習感想>

$1/5$ mの6本分を $6/5$ mと初めから表していたけど、自分の考えを説明する自信がありませんでした。

でも、 $1/5$ mが3本の時は $3/5$ m、4本では $4/5$ mと表すことを振り返っていく内に、分母は $1/5$ mを表し、分子はその個数を表すことに気づき、自分の考えに自信をもつことができましたよ。

$1/5$ mが100本分でも分数で $100/5$ mと表せるよ。

(7) 授業の分析・省察

① $1/5$ mのテープをじゃんけんゲームで取る活動は、分数を「単位分数の 幾つ分」と考えて、1を超える大きさを仮分数表現させる上で効果的である

長さは連続量であるが、1mを5等分して切り取らせ、 $1/5$ mのテープをじゃんけんで取らせるゲームは、「単位分数の 幾つ分」で分数を捉えて1を超える大きさを仮分数表現する上で効果があった。その要因を上げると次の通りである

- ・切り取った1本、1本のテープは「 $1/5$ mの幾つ分」を意識しやすい
- ・2人組で行う「じゃんけんゲーム」の結果は、一方は既習の1未満の大きさを分数で表し、もう一方は未習の1を超える大きさを分数で表す場面に同時に直面させることができる。これにより、児童は既習の1未満の $1/5$ mの3本分、4本分を $3/5$ m、 $4/5$ mと表せることを基礎にして、6本分、7本分を帰納的に考え、形式不易の原理に従って仮分数表現しやすい。
- ・自分の考えを説明し、伝え合い場合にも、既習の1未満の分数表現の仕方を拠り所に、1を超える大きさを「 $1/5$ mの 幾つ分」という考えで、 $6/5$ mや $7/5$ mと仮分数表現できることを説明し、伝えやすい。

② 1未満の場合から帰納的に考え、形式不易の原理で1を超える大きさについて分数表現を考えさせることは効果がある

授業中の発言の中にも「 $6/5$ mなんて変です」がある。学習感想の中にも「 $6/5$ mと表してみたものの、自信がなかった」という子どもの仮分数表現に対する認識度、理解度が曖昧であることが読み取ることができる。こうした反応は想定内である。そのため、本授業では、未習の1を超える大きさを取り上げて唐突に分数表現することを避け、1未満の場合から帰納的に考え、形式不易の原理で1を超える大きさについて分数表現を考えさせるように構成した。

説明し、伝え合う活動においても、 $1/5$ mが3本分、4本分を取り上げて分数表現させ、これを基礎にして、6本分、7本分を帰納的に、形式不易の原理で仮分数表現させた。その結果、ごく自然に「 $1/5$ mの 幾つ分」という考えをもとにして1を超える大きさを仮分数表現することができた。

5 研究のまとめと今後の課題

(1) 研究の結語

子どもは、分数を量として捉えことは比較的容易にできるが、数として分数を捉えることは難しい。すなわち、「量分数」を理解する場合と「数としての分数」を理解する場合の溝は大きく、分数概念形成指導の

喫緊の課題となっている。

本研究では、それが顕著に表れる第4学年の1を超える大きさを分数で表す場合を授業実践研究の対象にし、数としての分数の見方を基礎にして1を超える大きさを仮分数表現させる授業実践研究を行った。量分数の捉えでは、1を超える数量は帯分数表現できても、仮分数表現はできない。量分数による分数の捉えでは、3(2)②で述べたように、 $3/5$ mは説明できても $6/5$ mは説明付かないのである。

そこで、 $1/5$ mのテープをじゃんけんゲームで取る活動を取り入れ、「単位分数の 幾つ分」という数としての分数に結びつけ、数としての分数の見方を基礎にして仮分数表現させた。そして、自分の考えを説明し、伝え合う活動を通して、「単位とする分数の 幾つ分」という考えの一層の深化・発展を図ることができた。

(2) 課題

量分数と数分数の理解の間には大きな溝がある。このことは、分数概念形成上の最大の課題となっている。これは、単なる指導方法上の問題ではなく、分数指導カリキュラム上の大きな問題でもありと考える。なぜなら、平成20年告示の学習指導要領、算数科において、第3学年で「量分数」と「数としての分数」が取り上げられている。しかしながら、両者の間に溝があることは従前から指摘されているにも関わらず、分数指導上のカリキュラム上で2学年に渡って指導するカリキュラムに分化された経緯はない。そこで、本当に、第3学年で量分数と数としての分数の両者を取り扱うのが妥当かどうかを実証的に研究すべき課題がある。

<参考文献>

- 1) 文部科学省、平成10年告示、小学校学習指導要領、算数科編
- 2) 文部科学省、平成20年度告示、小学校学習指導要領、算数科編
- 3) 新・算数指導講座、数と計算（中学年・高学年）、金子書房、昭和53年
- 4) 杉岡司馬、「学び方・考え方をめざす算数指導」、東洋館、2002。
- 5) 啓林館教科書、平成8年度版
- 6) 啓林館教科書、平成17年度版
- 7) 新算数教育研究会、第25回小学校算数教育全国大会（品川）大会要項、「算数的活動を通して思考力・表現力をどう育てるか」、2009。

TOYOO KUROSAKI (Faculty of Education OKAYAMA University)

DAISUKE MARUI (SIKATA Elementary school)

A Study of Fraction Teaching for Changing it from as Quantity to as Number

The Course of study for elementary school notified in 2008 is enforced from 2011.

Fraction Teaching in relaxed education had been taught in a concentrative way.

It had taught concept of fraction in the fourth grade, and calculation of it in the sixth grade. Since it aims to enable students to acquire primary / basic knowledge and skills, new fraction teaching changes a method from a concentrative way to a spiral way. In this new curriculum, fraction teaching starts in the second grade. The most important problem for teaching concept of fraction is to change their image for fraction and teach concept of fraction not “as quantity” but “as number”. Thus, the study focuses on the problem how we should change our teaching from “fraction as quantity “ to “fraction as number ” in order for students to grasp “the concepts of fraction as number “ ,and reveals points for this teaching practically and empirically.

Key words : concept of fraction, quantitative fraction, fraction as number, unit fraction
