量的経済政策論の諸類型

藤　本　利　躬

I　序

いわゆる混合経済体制の可能性を論理的に基礎づける政策理論体系としての量的政策（quantitative policy）のモデル分析法は，ラグナー・フリッシュのサブ・モデル構想をもって源流とし，(1) 大別して，一方ではティンバーゲンがこれを同次方程式接近法として洗錬・完成させ，(2) 以来現代の量的政策理論の主流をなすにいたり，また他方においては同じフリッシュにより数理計画法を不可欠の分析トゥールとするマクロエコノミック・プログラミング・モデルへと発展させられつつあるようにみえる。本稿の課題は，確率変数を含まない厳密・線型モデル；異時的関係を含まない静学モデル；非負条件等の不等式制約を含まない方程式モデルの枠内において，政策モデル分析のかような2大分流がいかなる点で分岐・交流ないし合流を繰りかえしながら進展してきたかという問題の解明を中心に諸モデルを類型的に展望することにある。

およそ現代の経済理論ないしモデルにして政策の要素を全く含まないものは皆無であろうから，これらすべてを政策モデル扱いすることもできなくはないが，ここでは政策—目標の因果関連を一般均衡の論理的フレーム・ワークにおいて定量的に究明しようとする政策論—計画モデル（planning model）とか決意モデル（decision model）(3) とも別称される—に考察範囲を限定するのが得策であろう。具体的にはフリッシュ，ティンバーゲン，タイル，スパ

(1)　Frisch〔1〕，拙稿〔20〕。
(2)　ティンバーゲン〔17〕，1ページ。
(3)　フリッシュが自分の政策・計画モデル一般につけた名称。その他の名称については山田・久武編〔17〕1ページ，伊東〔13〕iiiページ等。

イヴィー&タムラの諸理論を採りあげるが,[4] まずⅡでは経済過程に影響を与えることを意図する政策モデル一般とたんに経済現象を説明するだけの理論モデルとの異同を明確にし, 上記した諸政策モデルを類型化して相互間関係を解明するために, 手掛りをフリッシュの一般的論述に求め,[5] これにいくつかの変更・補完を加えて, 展望の準備作業とする。

ついでⅢ, Ⅳ, Ⅴ, Ⅵにおいてティンバーゲン, タイル, スパイヴィー&タムラ, フリッシュの順に, それぞれのモデルをとりあげて分析トゥールの差異とそれがもたらす分析結果の豊饒度の差との対応関係を明らかにする。最後に, Ⅶでこれら４つのモデル分析の異同を総括し, 若干のコメントを加えて結語にかえるだろう。

Ⅱ　経済へのアプローチの諸類型

一般に経済分析において用いられる理論モデルは経済理論の持つ意味内容を数学的に定式化したものであり, したがって諸経済現象（変数）の間の相互依存ないし因果の関係を代表する一連の方程式の論理的にコンシステントな連立系にほかならず, かかる連立（または同時）方程式体系は普通に構造（structure） と呼ばれている。この方程式集合に含まれる各式がすべて１次形式をとる線型（理論）モデル（の構造）は

(1)　$M\xi+\alpha=0$

で与えられる。ただしここにMは係数パラメータの行列, ξ はモデルでとり扱われるすべての変数を成分とする列ベクトル, α は定数項ベクトルである。明らかに, Mの行数＝α の次数, Mの列数＝ξ の次数, でなければならない。

モデル(1)において, そのビヘビヤの説明が要求されている変数は内生変数

(4) Theil〔11〕, Spivey and Tamura〔9〕。フリッシュ, ティンバーゲンについては文献は一定していない。

(5) Frisch〔4〕1―6ページ。なお筆者による変更・補完部分については, その都度, 注記する。

(endogenous variable), そうでない変数は外生変数 (exogenous variable) ないし基底変数 (basis variable) である。[(6)] 後者は前者のビヘビヤを究極的に規定する原因として機能するから，原因変数と別称されることもある。これとのアナロジーにおいて内生変数は結果変数とも云う。変数集合をかように原因変数集合と結果変数集合という２つのたがいに素なる部分集合に分離することをフリッシュは分極化 (polarization) とよんでいる。[(7)] (1)は変数の分極化が行なわれていない純粋相互依存体系を表わす。

$\xi^T = (\xi_{(1)}^T,\ \xi_{(2)}^T)$

とξを分割しよう。ここにTはいわゆる転置演算を表わし，$\xi_{(1)}$は内生変数ベクトル，$\xi_{(2)}$は外生変数ベクトルである。ただし，$\xi_{(1)}$の次数はMの行数に等しからねばならない。すなわち説明したい経済現象（内生変数）の個数に等しい独立な方程式数がなければならない。かようなξの分割，すなわち分極化に対応してMも

$M = (M_{(1)},\ M_{(2)})$

と分割する。明らかに，$M_{(1)}$の列数$=\xi_{(1)}$の次数，$M_{(2)}$の列数$=\xi_{(2)}$の次数。したがって$M_{(1)}$は正則行列である。そうすると(1)は分極化モデル

(2) $M_{(1)}\xi_{(1)} + M_{(2)}\xi_{(2)} + \alpha = 0$

となる。$M_{(1)}$は内生変数間の相互依存構造を，また$M_{(2)}$は$\xi_{(2)}$の$\xi_{(1)}$への直接因果効果構造を，それぞれ代表する。$\xi_{(2)}$の$\xi_{(1)}$への因果効果としては直接効果のほかに間接効果があり，後者は相互依存構造$M_{(1)}$を通じて波及する。したがって$\xi_{(2)}$の$\xi_{(1)}$への総（因果）効果は相互依存構造と直接因果構造とのある種の結合によって表現されるはずである。すなわち，いわゆる誘導型モデルないし基底型 (basis form) モデル

(3) $\xi_{(1)} = -M_{(1)}^{-1} M_{(2)} \xi_{(2)} + \beta$

（6） 基底変数はフリッシュの用語である。たとえば Frisch〔３〕１ｂページ。これは数理計画用語であり，フリッシュ・モデルがいかに密接に数理計画法と結びついているかの証左でもある。

（7） Frisch〔２〕34ページ，藤本・妙見〔19〕61ページ。

における$\xi_{(2)}$の係数行列$-M_{(1)}^{-1}M_{(2)}$が$\xi_{(2)}$の$\xi_{(1)}$への総効果構造を代表するのである。なお，ここに$M_{(1)}^{-1}$は$M_{(1)}$の逆行列，$\beta=-M_{(1)}^{-1}\alpha$，とする。

(3)において$\xi_{(2)}$の次数はフリッシュのいわゆる自由度（degrees of freedom）にあたり，(8) モデル分析において重要な役割を演じる。自由度とよばれるのは，それが方程式数を超える変数の個数を意味し，数学的にはそれだけの変数の数値を任意・自由に与えることが許されるからである。

さて，フリッシュは，みずからの決意モデル構想を明確に特徴づける意図のもとに，政策問題を含む一般的経済問題へのアプローチの仕方をモデル構成の基本方針とも云うべきものに照らして発展段階論的に類型化しているが，われわれは以下の議論の要点を明確にするための準備作業としてフリッシュの議論を敷衍解釈しておくのが有益であると考える。

〔段階１〕傍観的アプローチ（on-looker approach）

人々が関心を持つ１つないしいくつかの現象（変数）—これを予測目標とよぼう—の将来値を当該変数の実績に含まれたトレンドの外挿によって予測する方法の総称である。これは外挿の仕方によって

(i) 単独外挿法

(ii) 同時外挿法

と分類できる。(9) (i)は各予測目標について個々別々・相互無関係にそれぞれのトレンドを外挿するという最もプリミティブな方法である。これは，精度が要求されず，現象の変動プロセスがすべて極めて安定的である場合には，かなり有用である。たとえば，予測目標がある地域経済における人口である場合，その地域が人口の流出入，生出・死亡率等についてきわめて安定的であるときには，人口をそれ自体のトレンドでもって予測することができる。この例では人口を規定する究極的な要因は時間のみである。他の例として，経済成長率が予測されねばならないとき，経済が極めて安定的に推移してい

(8) Frisch〔３〕１ｂページ。
(9) 説明の便宜上筆者が行った分類である。

るのであれば，周知のハロッド・ドーマー型成長モデルを用いて限界資本係数と貯蓄率でもって予測値を得ることができよう。[10] しかし諸現象のかような安定性が欠けている大概のケースにおいては，（i）では明らかに不充分である。もっと洗練された方法，すなわち (ii) が必要となる。それは諸予測変数を含む多かれ少なかれヨリ精巧な理論モデルを通じてそれらの将来値を同時外挿により予測するものである。[11]

(ii)の (i) に対する特徴はもっぱら相互依存・因果関係の理論モデルが全体として利用されるということから派生する。すなわち，第1に，諸変数間には理論モデルが要求するある種のコンシステンシーがなければならないから，特定の1変数の将来コースは必然的に他の諸変数のそれを多かれ少なかれ明らかにしてしまうであろうし，第2に，理論モデルである限り，それに含まれる変数は予測目標のみから成るとは限らず，直接の予測対象ではない変数が予測目標の「1つまたはより多くと構造的に連絡している」[12] というモデル構成上の理由により含まれることになる。これを予測用具とよぼう。[13] そのとき既述の理論モデル(2)ないし(3)は $\xi_{(1)}$を予測目標，$\xi_{(2)}$ を予測用具と読みかえることによって傍観的アプローチの分析トゥールとしての予測モデルとなることは明らかである。予測用具について代替的な将来値を想定することにより望み通りの代替的予測が可能となる。

しかし「代替的予測の体系化をねらうこれらの分析すべてに共通している1つの特徴は分析者の姿勢が傍観者のそれであるということである。彼は単に生起するだろう何かを推測しようとするだけであり，誰か一政府か民間企業か民間企業の提携体一が事態の経過に影響を与えたいときになすべき何か

(10) Frisch〔6〕109ページ，Frisch〔4〕1ページ。
(11) 不安定の場合，たとえば人口はその自然増，社会増を規定する諸要因との相互関係において予測されねばならない。段階〔1〕—(i) の特徴はモデルがないということ，あるいは，たとえあったとしても，時間を唯一の外生変数とする極度に自律度の低い（誘導型）モデルを用いるということ，にある。
(12) Frisch〔4〕1ページ。
(13) 予測用具，予測目標ともに仮称である。

を発見するためのシステマチックな試みはなにもしないのである。」[14]

それでは事態の進展コースに積極的に働きかけるための分析的アプローチはいかなるものか。フリッシュは傍観的アプローチと対照させてこれを軌道変更アプローチ (influencing-the-course-of-affairs approach) と総称しているが，われわれはその内容を次の段階序列に再編成して論じることにしよう。すなわち[15]

- 軌道変更アプローチ
  - 政策シミュレーション・アプローチ　：段階２
  - 軌道計画アプローチ
    - 特別用具アプローチ　：段階３
    - 許容用具アプローチ　：段階４
    - 最　　適アプローチ　：段階５
    - 固定用具アプローチ　：段階６

〔段階２〕政策シミュレーション・アプローチ

事態に対する単なる傍観的分析視角から軌道変更型のそれへの転換が生じると，眺望も一変する。第１に，事態へ積極的に働きかけるための用具ないし手段が必要となるが，これは働きかけの主体である政策当局にとって任意・自由に直接コントロールが可能なものでなければならない。これは行動パラメータ (parameter of action)，用具 (instrument)，決意要因 (decisional element) と様々に呼ばれる。それは外生変数集合の部分集合である。用具でない外生変数は与件変数 (data) であり，かくて外生変数集合は用具集合と与件集合という２つの素部分集合に分割されることになる。[16] IIでのモデルを

(14)　Frisch〔４〕２ページ。アンダー・ラインはフリッシュ。

(15)　この類型化において政策シミュレーション・アプローチはフリッシュの論述では特に許容用具アプローチと混合しているようにみえて混乱を招きかねないので，独立させたものである。また固定用具アプローチは，最適アプローチに比して，最適目標の機能を明らかにするため導入した。結局，フリッシュの原文では特別用具接近法＝第２段階，許容用具接近法＝第３段階，最適アプローチ＝第４段階となっている。なお軌道計画アプローチと一括した諸項目のなかで，後半２項目がその名称にふさわしく，前半の２項目は後半のためのいわば準備段階に当る。ここでは，目標がいかにあれ，それに対して用具値を決定できるかどうかを基準に分類が行なわれている。

(16)　いうまでもなく「用具」「与件」はティンバーゲン，「行動パラメータ」「決意

用いれば，x＝用具ベクトル，u＝与件ベクトルとして，

$$\xi^{T}_{(2)}=(x^{T},\ u^{T})$$

となるわけである。

この変数分類に対応するシミュレーション・モデルの構造系は

$$(4)\quad (M_{(1)},\ \Gamma,\ \Pi)\begin{pmatrix}\xi_{(1)}\\ x\\ u\end{pmatrix}+\alpha=0$$

ただしここに $M_{(2)}=(\Gamma,\ \Pi)$，Γ の列数＝xの次数，Π の列数＝u の次数，である。(4)に対応する誘導型は，したがって

$$(5)\quad \xi_{(1)}=-M_{(1)}^{-1}\Gamma\ x-M_{(1)}^{-1}\Pi u+\beta$$

で与えられる。xに実験的に種々の代替値を与えれば，それに応じて内生変数値集合が代替的に結果し，それらの比較検討を通じて政策効果判定が可能となる。(17)

シミュレーション・アプローチは既述の同時外挿法と3つの点で類似しており，形式的には両者の差はワン・ステップといえるだろう。第1に，両者とも完全モデルを必要とし，第2にはともに原因を既知数，結果を未知数とする原因→結果の一方的問題類型をとり扱えば充分であり，第3に，これは第2点からの帰結でもあるが，体系の自由度についてきびしい条件を課す必要がないのである。第1点は，シミュレーション・モデルが分極化モデル(2)の外生変数 $\xi_{(2)}$ を用具xと与件uに分割しただけのものであるから，明らかだろう。もちろん，この分割が経済に対する消極的傍観ポーズを積極的なものに変更する決定的要因をなしているという本質的重要性を見失ってはならないが。第2点について云えば，シミュレーション・モデルにおいても，その利用目的が政策用具の組合せのいくつかを与えてその内生変数への効果を列挙し，あるいは，せいぜい，それらの効果排列のなかからある判定基準に

要因」はフリッシュ，の用語である。

(17) 社会科学において自然科学の「実験」に相当するものをシミュレーションと云う。ここでは政策を量的に変化させて内生変数に現われる効果を測定する「実験」を行なおうというわけで，モデルは実験装置にあたる。

てらしてベストなものを識別し，それに対応する政策組合せを選択することであるから，分極化モデルによるいわゆる与件変動の効果分析の枠を出るものではない。したがって，第3点として，変化し得る外生的局面の1類型としての政策用具は少なくとも1つ，したがって自由度が少なくとも1，であればよいことになる。シミュレーション・モデルと分極化モデルとの差異は，前者では自由度の最小限の1が政策用具に当らなければならないのに対して後者ではその必要がなく，用具・与件のいずれでもよいということである。

シミュレーション・アプローチにあっては代替的な諸政策先決の結果として与えられる有限の内生変数値のいろいろな組合せの間での優劣比較しか許されないことはすでに見たごとくである。しかし政策は事態の進展コースを動かす人間行為にほかならず，これを経済学の問題として扱うにはその行為の目的が設定されておらねばならない。すなわち，目的が先決され，その目的を達成するための手段が次の段階で探求されるというのが行為の経済的合理性の表現であるが，シミュレーション・アプローチではこの関係が逆転し，手段としての政策が先決され，それが許容する多かれ少なかれ狭い範囲の結果内での選択として目標設定が遅行する。したがって政策問題を経済問題として再構成するには，目的に当る目標変数値ないし目標変数のなんらかの関数としての目標関数を，それが実現可能かどうかという手段可能性の観点から離れて独立に先決し，しかる後にこの可能性を探るという接近法をとらなければならない。このタイプの最もプリミティブなものが次の段階をなす特別用具法であると考えられるのである。

〔段階3〕：特別用具法（ad hoc instrument approach）

これはフリッシュにより「われわれがその動きに関心を持ついくつかの変数と少なくともある程度までコントロール可能と思われるいくつかの他の諸変数とを結びつける1つまたは少数の関係式を特に（ad hoc）とり出すだけであってそれ以上には進まない」[18] 接近法と定義される。ここに「われわれが

(18) Frisch〔4〕3ページ。

その動きに関心を持つ変数」とはいわゆる政策目標変数（target）のことである。いまや経済に積極的に働きかけて改善したい局面ないし方向付けが明確になっておらねばならないが，この局面なり方向づけを代表するものが目標変数なりその最適値または目標変数に依存する目的関数である。そして，断るまでもなく，目標変数は内生変数の部分集合をなし，目標変数でない内生変数は局外変数（irrelevant variable）である。[19] かくて，まず，内生変数集合の２つの相互に素なる部分集合への分割が必要となるのである。しかしその詳論は後段にゆずって，ここでは議論を単純化するために，内生変数はすべて目標変数とみなすことにしよう。さらに，当分は，最適化の方向付けを与える所望目標値の先決ないし目標関数の導入をさしひかえることにしよう。そうすれば，所望目標値・目標関数の機能なり存在理由が明確になるからである。

そのとき，政策シミュレーション・モデルの(4)(5)は，形式に関する限りにおいて，軌道計画アプローチ（planning-the-course-of-affairs approach）[20] のそれとしても利用可能であることは明らかである。

さて，特別用具アプローチについてフリッシュは「この分析にあっては，経済に成立しているすべての現実的に重要な諸関係の全体の観点からみて実際に許容なのはどの用具値の組合せなのかを示すことさえできない」[21] という意味において不適当であると評価する。その意味内容を考えよう。たとえば(5)の第１式を特にとり出そう。それは ξ_1 という目標を政策用具と与件変数とに結びつけている。ここで軌道変更アプローチの主旨にそって ξ_1 に一定の数値をかりに与えてみよう。そのとき ξ_1 の当該値を達成できるような政策用具値は与件変数にその予測値を代入して定数項化した問題の第１特別方程式によって（いく組か）算定することができる。しかしこれは第２の方程式に現れる第２の仮定目標値を達成しないかもしれず，したがって ξ_1 を達成す

(19)　「目標」「局外変数」はティンバーゲンの用語。
(20)　筆者の仮称。
(21)　Frisch〔４〕３ページ。

る政策は ξ_2 を達成しないという意味において許容でないし，逆に ξ_2 を達成する政策は ξ_1 を達成しないという意味で許容でないことになる。かように「あるときは1つの用具，またあるときは別の用具と一そのたびごとにある特定の目標をねらって一特別，かつでたらめに，用具を決定することは，まこと，全く予期し得ない混沌ともいえる結果をもたらし，経済構造に極度の緊張と矛盾とをつくり出しかねないのである。予測と計画への特別用具アプローチは，それゆえに，明確に定まった（well defined）自由度を持つ精密な動学モデルを導くさらに進んだ分析のためのまさに第1次的・試験的な準備としてしか保証し得ないのである。[21]」要約すれば，特別用具アプローチは経済現象の相互依存・因果関係の全体としてコンシステントな体系であるモデルを欠いているわけであり，そういう意味において軌道計画アプローチの最もプリミティブな段階に当る。

しかしここで強調さるべきことは，いかにプリミティブとはいえ，目標→手段の合理的分析視角が含まれ，それが政策シミュレーション・モデルとの決定的差異をもたらしているということである。視角が正当であっても，それを裏づける分析トゥール，すなわち有効なモデルが欠けているというにすぎない。

〔段階4〕許容用具法（feasible instrument approach）

モデルを用いて「用具選択の許容性に力点をおきながら，論理的に分析を完遂する[21]」方法と定義される。そのためには，特別用具法のようないわば部分均衡論的方法では不充分であり，全体均衡論的分析に必要なモデル，したがって政策シミュレーション・モデル(4)または(5)をユニットとして用いなければならないことは明らかである。ここにいわゆる用具選択の許容性は，それとは独立に先決されるべき目標と相互依存・因果連鎖の体系的構造との双方に関して許容される用具選択範囲を意味するからである。かように定義された許容用具法のメカニズムを，モデルの完全利用という点で類似する既述の同時外挿法や政策シミュレーション法と対比しながら，特徴づけていくこ

とにしよう。

すでに観察したように，同時外挿法に関連するモデル(2)やシミュレーション・モデル(4)では，変数分類は内生・外生ないし用具・与件への2〜3分割，すなわち因果の分極化だけで充分であった。所与の原因から結果を導出するだけでよく，所与の結果をもたらし，あるいはもたらすであろう原因を逆に追求する必要は，原則として，ないのである。というのは傍観的アプローチとは，定義によって，そのようなものとしてしかありようがないからであり，また政策シミュレーション・モデルのねらいは特定の政策効果を量的に把握するだけに絞られているからである。その限りにおいて原因ないし政策用具は最小限1つあれば，両アプローチにとって充分であって，原因が結果との関連においていくつなければならないかという自由度の問題は生じようがない。

もっとも，傍観的アプローチにおいてさえ自由度が関連をもつような問題構成が可能でないこともない。結果が与えられたとき，それをもたらし他の結果をもたらさなかった原因集合をただ1組識別する問題がそれである。その場合，結果は既知数，原因は未知数，となるから，題意は傍観的アプローチとは逆転する。すなわち，$\xi_{(1)}$＝既知ベクトル，$\xi_{(2)}$＝未知ベクトル，とおいて連立系(2)を解く問題となり，あり得る一群の原因集合のなかから $\xi_{(1)}$ を結果した唯一の $\xi_{(2)}$ を識別することが要求されているのだから，(2)のユニークな解を求める問題となる。それは，明らかに

(6)　$\xi_{(2)}=-M_{(2)}^{-1}M_{(1)}\xi_{(1)}-M_{(2)}^{-1}\alpha$

という形式で与えられざるをえないが，それには$M_{(2)}$の正則性が仮定されなければならず，ひいては「$M_{(2)}$の行数＝方程式数」という事実とともに，「$\xi_{(2)}$の次数＝方程式数」でなければならないことがわかる。この結論と(3)に続く結論とを合併すれば，同時外挿モデル(2)において結果に対する原因をユニークに決定できるための必要条件は「原因の個数＝結果の個数」ということである。要約すれば，

(7)　傍観的アプローチのモデル(2)において原因・結果が１対１対応するための必要・充分条件は，(i) モデルの構造方程式がすべて１次独立，(ii) 変数の個数が方程式数の２倍に等しい，ということである。

かように，傍観的アプローチにあっても，ひとたび結果の原因をさぐるということになると自由度問題が重要となる。しかし傍観的アプローチがそれ自身以外の何ものでもないゆえんは，原因がかようにしてユニークに求められれば，それだけで充分であって，それ以上に進む必要がなく，原因のうちどれが政策用具であり，どれが与件であるのかという問題は無関連であるということにある。そこでの関心事としての自由度は用具・与件の両者を一括したものについて定義されさえすれば，事足りるのである。傍観者にとって用具と与件は内生変数値 $\xi_{(1)}$ を結果するという機能面において無差別である。

全く同じことが政策シミュレーション・アプローチについても云える。すなわち，$\xi_{(1)}$＝目標＝既知数，(x^T, u^T)＝未知数，として(4)を解く問題が考察されねばならないのであるが，その解は(6)の単なる変型

(8)　$$\begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix} = -M_{(2)}^{-1}M_{(1)}\,\xi_{(1)} - M_{(2)}^{-1}\alpha$$

で与えられるから，単に結果の原因を識別することが題意である限り，(7)は(6)についてと同様(8)についても妥当するのである。

しかしながら，ひとたび当面する許容用具アプローチにたちかえって，所与と仮定された目標の達成のための政策模索—プラニング—が主題となると，重要論点が次のような意味で本質的に変ってしまう。(8)は目標 $\xi_{(1)}$ を達成するための原因を与えるが，この原因は政策当局が直接コントロール可能な用具でなければならない。というのは，コントロールできない変数を数値指定してみても，それらがこの指定値をとるのは全くの偶然事であり，その場合には $\xi_{(1)}$ の達成は全くの僥倖に依存することとなるからである。しかるに(8)において x は政策用具であるが，u はコントロール不能な，たとえば天の慈雨のような，与件変数であるから，(8)は当面の主題たる軌道計画アプローチの資格を本質的に欠いているといわねばならない。

以上の分析は，同時外挿（予測）モデルにおけるように独立な方程式数よりも変数の個数の方が多いとか，シミュレーション・モデルにおけるように外生変数の少なくとも1個が政策用具でなければならないというようないわば理論的自由度条件では軌道計画アプローチにとって間に合わないことを意味している。それでは当面のアプローチの必要条件として，自由度—これを政策自由度とよぼう—はいかにあらねばならないか。目下の問題における究極的未知数は外生変数のうちの政策用具だけであって，与件は既知数である。したがって許容用具アプローチの誘導型モデルは(4)をxについて解いた

(9)　$x=-\Gamma^{-1}\mathrm{M}_{(1)}\xi_{(1)}-\Gamma^{-1}\Pi\mathrm{u}-\Gamma^{-1}\alpha$

によって与えられる。これは所与の目標 $\xi_{(1)}$ を達成するための用具編成xを与える。(9)が含む構造的情報は次のごとくである。第1に，Γ^{-1} の存在から，Γ は正則でなければならない。第2に $\Gamma^{-1}\mathrm{M}_{(1)}$の存在から，$\Gamma^{-1}$ したがってΓの列数（定義によってxの次数に等しい）が $\mathrm{M}_{(1)}$ の行数に等しからねばならない。第3に，$\mathrm{M}_{(1)}$ の行数は方程式数すなわち $\xi_{(1)}$ の次数に等しいから，「xの次数$=\xi_{(1)}$の次数」でなければならない。かくて(9)と(3)とを合併すれば，

(10)　可能用具アプローチのモデルにおいて，政策・目標が1対1対応するための必要・充分条件は，(i)モデルの方程式がすべて1次独立である，(ii)政策用具の個数が目標変数のそれに等しい，ということである。

かように，許容用具アプローチにおいては，同時外挿法やシミュレーション・アプローチとは相異して，単に自由度が体系の方程式数より少なくあってはならないだけでなく，方程式数に等しいだけの自由度がすべて用具変数でしめられる必要があるのである。これが政策論的自由度条件である。

用具変数についてさらに考察してみよう。それは政策当局の直接コントロール可能な変数と定義された。コントロール可能とは必要に応じてあるときは用具として，またあるときは与件変数として，任意・自由にとり扱い得るということを意味する。1つの目標に対して2つの用具が利用可能のとき，

一方の用具でその目標が達成できるなら， 他の1つの用具は与件変数と同様にあつかってよい。用具は与件となり得るが，逆は全面的に成りたたないというわけである。もしそうであるなら，外生変数のなかに占める用具の割合が大きいほど政策当局にとっては好都合である。目標の達成に必要な手段に選択の余地が生じるからである。フリッシュが「いまや用具の性質を持つ要因をできるだけ多く基底要因として選ぶ」[22] ようにモデル構成に当って配慮しなければならないと云うのはかような理由による。明らかに，この場合には，用具・目標の1対1対応の関係がなくなるが，それは理論的にも実際的にもなんら支障をきたさない。目標数（いまの場合，方程式数に等しい）をm，用具数をnとし，n＞mならば，所与の目標に対して $_{n}C_{m}={}_{n}C_{m-n}$ 種類の用具変数の可能性があるが，各編成において用具に選ばれない（n－m）個は与件扱いとなる。したがって所与の目標と用具とは全体としては1対1対応しないけれども，n－m個の用具が与件となる各編成のもとにおいてはこの対応が維持され，(10)が成りたつことは云うまでもない。

〔段階5〕最適アプローチ（optimalization approach）

前記の許容用具アプローチは仮定される目標の代替値の各々に対してその達成のための政策編成を少なくとも1つ対応させ，かくて達成可能な（目標—政策）のいわばスペクトルを画き出してくれる。[23] しかしこれが「国民および当局に対して否応なくおしつけてくる結論は，可能な代替数が多すぎて単にそれらをリストにして眺めるだけでは見落しを生じかねない」[23] ということである。したがって，これら多数の代替物のなかから「ある意味で最適な（optimum）ものを1つ—あるいはいくつか—ピック・アップする分析テクニックが必要となる。」[24] かくて最適をピック・アップするためのシステマチックな方法として周知の数理計画法が政策モデル分析においても浮びあがって

(22) Frisch〔4〕4ページ。
(23) Frisch〔4〕5ページ。
(24) Frisch〔4〕6ページ。

くるのである。

いうまでもなく，数理計画法の適用対象としての最適問題においては目的関数が重要な概念である。周知のように政策問題にとっての目的関数は社会的選好関数ないし社会的厚生関数とよばれていて，

(11)　$W=W(\xi_{(1)})$

と一般表示される。したがって当面の政策問題は，たとえば

(12)制約(4)にしたがって(11)→optimum

という形式をとり，適当な数理計画法の適用によって最適の目標（$\xi^*_{(1)}$）・政策（x^*）が同時決定されるわけである。かように，$\xi_{(1)}$を先決せずx^*と同時決定するところにこの接近法が伸縮目標アプローチ（flexible target approach）とも別称されるゆえんがある。これに対して$\xi^*_{(1)}$がなんらかの方法で先決されていると前提し，その後に可能用具アプローチをとるものが

〔段階６〕固定目標アプローチ（fixed target approach）

にほかならない。その詳細はⅢにおいて明らかとなろう。

以上において種々のアプローチを類型的に見てきたが，数理計画モデルとしての最適アプローチが，最適目標を前提することなく内生的に決定するメカニズムを具備する意味において，最も合理的・科学的な政策モデル分析法ということができるだろう。(25) しかし，これはあくまで用いられる分析トゥー

(25) これは実用の観点からの評価ではない。一般論としていかに合理的・科学的な方法でも，たとえば線型計画におけるシンプレックス解法のような組織的解法が用意されていないなら，無用の長物に帰する。実際問題としてはこの解法上の制約が選好関数や制限条件式のスペシフィケーションを究極的に限定するだろう。特に選好関数はその「形を明細に特定するということがしばしば困難である」（熊谷・大石編〔14〕23ページ）ので，固定目標アプローチを用いるというのがティンバーゲン以来の伝統（？）であるが，フリッシュによれば選好関数の導出のための「テクニックの開発は民主国家の生死の問題（a question of to be or not to be for the true democracies）である。……経済政策に対する最適アプローチの必要性を完全に認識することが民主国家に残された唯一のチャンスである。」（Frisch〔４〕６ページ）かような認識にたって，フリッシュは，政策当局の選好関数を当局との面接により得られるインタヴュー・データを用いて計測する計量的方法を，線型・２次関数について，開発ずみであり，エィック＆サンディーはフリッシュの助言にもと

ルを基準とした分析的アプローチの類型化であって，政策当局ないし政策策定のエコノミック・エンジニアとしての研究者の政策理論なりヴィジョンがいかなるものかによって個々の具体的政策モデル構成がこれら諸類型の混合体系として現れるだろうし，一般的事実として最適アプローチ以前の諸段階は各々それ以後のアプローチのための準備段階としていわば必要条件をなすことは否定すべくもないだろう。しかし，たとえそうだとしても，諸類型に対するウェートのおき方はケース・バイ・ケースで相異するのであって，われわれは，以下，ティンバーゲン，タイル，スパイヴィ・タムラの諸モデルをこれまでに開発された主要ケースとしてとり上げ，それらの類型的意味と相互関係を論じることにしよう。

Ⅲ　ティンバーゲン：固定目標モデル

フリッシュのサブ・モデルにおける政策策定原理を洗錬・発展させ，最近の量的政策モデル分析の原型を完成したパイオニアとして名高いティンバーゲンの方法は既述の固定目標アプローチと完全に一致する。それは目標の最適値が選好関数の無制約最大化の結果として決定ずみとみなす分析方針を特徴とし，(26) かような意味で先決された目標に対する最適用具値を可能用具アプローチによってプログラミングないしプラニングするものである。したがって，その分析内容の大要はすでにⅡにおいて説明ずみであるが，ここでは内生変数の目標・局外変数への分類を追加して要約的に再定式化しておこう。

内生変数ベクトル $\xi_{(1)}$ を選好関数の説明変数としての目標変数ベクトル，y，と目標以外の内生変数からなる局外変数ベクトル，z，とに分離しよう。すなわち

づき線型関数計測法を用いて最適アプローチの典型ともいうべき実証的成果をあげている（Frisch〔2〕，藤本・妙見〔19〕，Eijk & Sandee〔5〕）。なおここでの社会的厚生関数なり選好関数は政策当局のいわば個人的関数であり，いわゆるアローの問題がかかわるようなそれでないことを断っておかねばなるまい。

(26) ティンバーゲン〔17〕2－4ページ。

$\xi^{T}_{(1)}=(y^{T},\ z^{T})$

とおく。そのとき構造方程式(4)は

(12) $(A,\ B,\ \Gamma,\ \Pi)\begin{pmatrix} y \\ z \\ x \\ u \end{pmatrix}+\alpha=0$

となる。ここに（A，B）＝$M_{(1)}$，Aの列数＝yの次数，Bの列数＝zの次数，である。(12)に対応する誘導型は

(13) $\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}=-(A,\ B)^{-1}(\Gamma x+\Pi u+\alpha)$

$=\begin{pmatrix} R \\ \Delta \end{pmatrix}x+\begin{pmatrix} s \\ \delta \end{pmatrix}$

である。ただしここに

$-(A,\ B)^{-1}\Gamma=\begin{pmatrix} R \\ \Delta \end{pmatrix};\ -(A,\ B)^{-1}(\Pi u+\alpha)=\begin{pmatrix} s \\ \delta \end{pmatrix}$

とする。yの次数＝Rの行数＝sの次数，zの次数＝Δの行数＝δの次数。[27]
ここで与件と定数項を合計してベクトル $(s^{T},\ \delta^{T})$ となっているのは，既述のように，政策モデルにとって与件が分析対象となることはないからである。また(13)の第2群（z部分）は政策編成 x のいかんによってyと同様変化するが，その数値自体は，局外変数の定義によって，政策当局の関心をひかず，いわば「なるようになればよい」ものであるから，これを排除して考えてよいわけである。内生変数の全体としての決定手順は，それゆえ，まず(13)の部分体系としての第1群において y^* をyに代入し，つぎに y^* を達成するように政策ベクトル x^* を求め，最後にこの x^* を第2群の x に代入して z^* を数値決定する：$y^*\rightarrow x^*\rightarrow z^*$。明らかに政策モデル分析としての本質的ステップは x^* の決定である。これだけの準備にもとづいてティンバーゲン・アプローチの論理構成を要約しよう。

（i）「目標数＝政策数」のケース：Rを正則と仮定して

(14) $y^*=Rx+s$

---

(27) また「Rの列数＝Δの列数＝xの次数」は明らか。

から

(15)　$x=R^{-1}(y^*-s)$

と決定できる。Rが正則でないなら，Rの少なくとも1列がその他の列に1次従属するわけであるから，ケース (ii) に帰着する。

(ii)「目標数＞用具数」のケース：方程式数は未知数 (x) の個数より多いから，Rは縦長の行列であり，用具値を決定できない過剰決定ケースとなる。その解決策としては2通り考えられ，第1は政策に対する目標の過剰分だけ y* の成分，したがってRの行数を除外して，いわば (13) の第2群扱いとし，かくてRを正方行列化したモデルで，ケース (i) と同様にして解く方法。しかし，かくて決定された x^* を第2群式扱いされた第1群式に代入しても所定の最適値に，一般には，等しくならないことは明らかである。かくて最適政策の編成は不可能である。第2案は，第1案で第1群からはずされて第2群に一時的に編入された方程式を完全に第2群に含めてしまうものである。したがってかような方程式に現れる目標に最適値を与えることをやめて，局外変数化し，ケース (i) と同様にして求められるセカンド・ベストで満足するわけである。しかし，これは既述の可能用具アプローチに一致してしまうから，真のセカンド・ベストは決定困難となろう。すなわち過剰目標数に見合う第2群化候補の選出方法は第1群方程式数からこの過剰方程式数をとり出す組合せの数だけあり，どの組合せに対する解がセカンド・ベストかを決定する―線型計画におけるシンプレクス基準のような―判別機構がないからである。

(iii)「目標数＜政策数」のケース：この場合には方程式数は未知数より少ない過少決定体系となるから，横長行列Rの行数に比して過剰の列数に見合う用具を与件扱いすることによって得られる正方行列を用いてケース (i) と同様にして最適政策を決定することができる。ただしこの場合無数の最適政策が編成可能である。いわゆる多義的最適のケースにほかならない。

Ⅳ　タイル：最小２乗モデル

はじめに，タイルの方法の特徴をティンバーゲンのそれとの対比において重点的に摘出すれば，次のごとくである。(i) ティンバーゲン・モデルは固定目標接近法であるのに対してタイル・モデルは伸縮目標アプローチの形式をとる。(ii) したがってティンバーゲンには目的関数が，少なくとも陽表的には，ないが，タイルには存在する。(iii) かくてティンバーゲンでは目標値が外生的に先決されるが，タイルにあっては条件付最適問題の解として用具とともに同時決定される。(iv) ティンバーゲン・モデルでは「目標数＝用具数」が原則として要求されるが，タイル・モデルではその必要がない。

つぎにタイル・モデルそれ自体としての特徴をあげると，(v) 目的関数に目標変数だけでなく政策用具も含まれる[28]；(vi) 目的関数の説明変数は各変数の先決所望値（x^{*T}, y^{*T}）と許容値との偏差の平方であるから，分離形の２次目的関数となっており，最適方向は最小化である。

かように特徴づけられた最適モデルとしてのタイル・モデルの制約はティンバーゲン・モデルでの目標－政策の線型因果体系(14)である。それによって許容ベクトル集合（x^T, y^T）が定義される。さらに (v) (vi) で特徴づけられる社会的選好関数は

(16)　$W(x, y) = (x - x^*)^T(x - x^*) + (y - y^*)^T(y - y^*)$

となる。かくしてタイルの問題は

(17)　制約(14)にしたがって(16)→minimum

---

(28)　用具は「選好水準に２通りに影響する。すなわち直接的と間接的，つまり非コントロール変数に対する（制約によって規定されるような）影響である。第２の効果は明らかであるが，第１の効果も無視されるべきでない。たとえばアメリカ経済のような拡大経済においては公務員と彼らの実質所得（用具変数－引用者註）は，これが経済全体に対して与える効果を全く別にしても，漸次増加すべきであるといってもなんら不合理ではない。かかる主張は用具のそれ自体としての重要性をいっているのであって非コントロール変数との関係におけるその純粋用具的重要性を指しているのではない。」(Theil〔10〕80ページ)

で与えられる。政策当局は制約(14)を充たすという意味で許容なベクトル（x^{T}, y^{T}）のなかから先決所望値ベクトル（x^{*T}, y^{*T}）との距離の総和が最小になるものを解として採用するのである。

こうした問題設定に関連して1〜2の論点を明確にしておこう。第1に，用具が目的関数に含まれるのは用具兼目標変数が実際には存在するという理由によるもののごとくであるが，それでは定義によって目的関係(16)に入り得ない純粋用具は(16)でいかに現れるかということである。このことは，純粋用具は定義によってその所望値を持ち得ず，したがって所望値は任意であるので，(16)における純粋用具は（$x_i - x_i)^2 = 0$ となって自動的に消去されることから明らかである。

第2に，かように純粋用具まで統一的に(16)に含め得る理由について一これは特徴（vi）に関連するので一考察しておこう。もし社会的選好関数が同じ分離2次形式でも(16)のような特殊型でなく一般的に

(18)　$W(x, y) = x^{T}Q_{X}x + y^{T}Q_{Y}y$

で与えられるときには，もはや純粋用具は(16)におけるように消去されないから，(18)のx_iはもっぱら目標兼用具変数に限定されるべきだろう。（ただし(18)で，Q_X, Q_Y は対称定値行列とする。）

かくて，タイルの最適アプローチの特殊性が明らかとなる。それは最適値 x^*, y^* を導出する通常の意味での最適モデルではなく，むしろそれが先決・前提されているのである。したがって特徴（vi）はタイル・モデルが本質においてティンバーゲン・モデルと同等の固定目標アプローチにほかならないことを余すところなく明示しているのである。

しかし，両者のかかる本質的一致が分析結果の全面的一致をも意味するとは限らない。事実，タイルの分析結果はティンバーゲンのそれよりも内容豊かであり，後者は前者の特殊ケースとしてそれに包含されてしまう。この重要な相異は実は両者が相異なる分析トゥールを用いたことに起因している。つまりティンバーゲンの同時方程式法に対するタイルの2次計画法という差

異がその原因をなしているのである。以下，両者の異同ないし相互関係を明らかにしよう。

単純化のため，目標集合と用具集合とは交わらないと仮定して，用具兼目標変数を(16)から除去しよう。すると，タイルの問題は

(19) 制約(13)前半にしたがって

(20) $W(y)=(y-y^*)^T(y-y^*)\rightarrow \text{minimum}$

となる。(13)前半を用いて(20)から y を消去した

(21) $W(x)=x^TR^TRx+2(s^TR-y^{*T}R)x-2s^Ty^*-y^{*T}y^*$

から，$dw/dx=0$ を求めれば，

(22) $R^TRx=R^Ty^*-R^Ts$

を得る。R^TR は対称行列であることは明らか。

R^TR が正則なら，(22)から

(23) $x_0=(R^TR)^{-1}R^T(y^*-s)$

これとティンバーゲン式(15)とを比較すれば，相異は (y^*-s) にかかる行列が $(R^TR)^{-1}R^T$ であるか R^{-1} であるかの相異として集約されていることが判明する。ティンバーゲンで R^{-1} の存在はRの正則性が仮定されていることを意味するが，この仮定をタイル・モデルにおいてもつらぬけば，$(R^TR)^{-1}=R^{-1}(R^T)^{-1}$ であるから，タイル式(23)はティンバーゲン式(15)に帰着することになる。これを要するに，タイル・モデルは「R＝正則」という特殊ケースとしてティンバーゲン・モデルを包含するヨリ一般的なフレーム・ワークと云えるだろう。

ところで，Rが正則ということは，断るまでもなく，(14)における y^* がユニークに x_0 によって達成可能であり，したがって $y=y^*$ とおき得るから $W=0=\text{minimum}$ となることを意味するのである。つぎにタイルの方法がティンバーゲンのそれに対して持つ一般性を基礎づける「R＝長方行列」のケースを考察しよう。そのために，まず，任意のRについて定義される最適解 x_0 のもたらす目標値

(24)　$y_0 = Rx_0 + s = R(R^TR)^{-1}R^T(y^* - s) + s$

と先決最適値 y^* との差

(25)　$y_0 - y^* = [R(R^TR)^{-1}R^T - I](y^* - s)$

を定義すれば，タイルの解の与える選好水準は

(26)　$W(y_0) = (y_0 - y^*)^T(y_0 - y^*) = (y^* - s)^T[I - R(R^TR)^{-1}R^T](y^* - s)$

となる。

ところで，(22)において R^TR が正則なら，ユニークな解(23)が得られることは既にみたごとくである。ここで R^TR の正則性の意味を考えよう。周知の定理から[(29)]，任意の行列Rにつき

(27)　$r(R^TR) = r(R) = r(R^T)$

である。ここにr（X）は行列Xの階数を表わす。したがって（R^TR）が正則であるためにはRの階数が x の次数に等しく，したがってRを（m，n）行列としてRのn個のm次列ベクトルが1次独立であらねばならない。以下，目標数＝m，用具数＝n，とする。

(i)　m＞n：このケースでは目標数は用具数より多い。ゆえにティンバーゲン流に云えば，政策編成はできない。しかしタイル・アプローチにおいては，Rのn個のm（＞n）次列ベクトルが1次独立なら，上記したように，(23)により x_0 として決定可能である。しかしその場合「先決目標 y^* ではなく，最小2乗法の意味で y^* に最も接近した近似であるベクトル y_0 をデシジョン・メーカーをして達成可能ならしめるにすぎない。[(30)]」

これを証明しよう。$y^* = y_0$ であるためには(25)から $R(R^TR)^{-1}R^T = I_m$ でなければならない。ここに I_m はm次単位行列。つぎに仮定 m＞r（R）＝n から，

(28)　$R = \begin{pmatrix} R_{(1)} \\ R_{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{(1)} \\ pR_{(1)} \end{pmatrix}$

と表現できる。ここに，$R_{(1)}$＝正則（n，n）行列，$R_{(2)}$＝（m－n，n）行

(29)　竹内〔16〕64ページ。
(30)　Spivey & Tamura〔9〕220ページ。ただし証明はない。

列，p＝(m－n，n) 行列，$p \neq 0$。(28)を使えば

$$(29)\quad R(R^TR)^{-1}R^T = \begin{pmatrix} (I_n+p^Tp)^{-1}, & (I_n+p^Tp)^{-1}p^T \\ p(I_n+p^Tp)^{-1}, & p(I_n+p^Tp)^{-1}p^T \end{pmatrix}$$

である。これが I_m に均等であるためには，まず $(I_n+p^Tp)^{-1}=I_n$ が成りたつことが必要である。両辺に (I_n+p^Tp) をかければ，$I_n=I_n+p^Tp$ 。これより $p^Tp=0$ が必要。したがって $p=0$ が必要である。しかしこれは仮定に反する。したがって $R(R^TR)^{-1}R^T \neq I_n$。ゆえに $y^* \neq y_0$ (q. e. d.)

この証明において，云うまでもなく，$p=0$ は $R_{(2)}$ を構成する (m－n) 個の n 次行ベクトルが $R_{(1)}$ を構成するそれらから独立であることを意味する。しかしm＞nの仮定がある限り，そのような独立性はあり得ない。ゆえに，m＝nのとき，したがってRが正則であるとき，かつそのときに限り，$R(R^TR)^{-1}R^T=I_m$ である。これは用具数＝目標数のティンバーゲン・ケース (i) にほかならない。

以上によってティンバーゲンに対するタイルの結論の一般性が何を意味するかは明白だろう。すなわち，タイル・モデルにあっては，最適 y^* が達成可能かどうかというティンバーゲン問題を処理し得るばかりでなく，y^* が達成できないとき，セカンド・ベストとしての y_0 はいかに達成され得るか，その場合ベストの y^* とセカンド・ベストの y_0 との差はいかなる程度であるか，という諸問題までとり扱いうるのである。この「用具数＜目標数」のケースこそ同次方程式法では解き得なかったティンバーゲン・ケース (ii) であること，これを解き得るようにした究極的要因は明らかに，セカンド・ベストの判別機構を与えた目的関数(20)―いかに特殊とはいえ―にほかならないこと，を銘記すべきである。

なお，y_0 と y^* との差による選好水準（実は損失）―タイルのいわゆる次善の決意によるロス (loss due to suboptimal decision)[31]―は，いうまでもなく(26)によって与えられる。

(31) Theil〔10〕59ページ。

(ii)　m＜n：目標数より用具数の方が多い。ゆえにティンバーゲンなら（m－n）個の用具を先決して残りの用具について⒁を解けばよいというであろう。その通りである。換言すれば，目標数が用具数より少ない場合には，目標・用具の純粋分離を前提する限り，ティンバーゲン・アプローチをとろうとヨリ錯綜したタイル・アプローチをとろうと同一結果に帰着する。その理由を説明しよう。

まず，m＜nだから，r（R）＝mと仮定できる。その場合；　$R=(R_{(1)}, R_{(2)})$，$R_{(1)}$＝正則m次行列，$R_{(2)}$＝（m，n－m）次行列，と分割し，$R_{(2)}=R_{(1)}P$，とおくことができる。ここにP＝（m，n－m）行列≠0。したがって$R=(R_{(1)}, R_{(2)})=(R_{(1)}, R_{(1)}P)$。ゆえに

(30)　$$R^TR=\begin{pmatrix} R_{(1)}^T \\ P^TR_{(1)}^T \end{pmatrix}(R_{(1)}, R_{(1)}P)=\begin{pmatrix} R_{(1)}^TR_{(1)}, & R_{(1)}^TR_{(1)}P \\ P^TR_{(1)}^T R_{(1)}, & P^TR_{(1)}^TR_{(1)}P \end{pmatrix}$$

(30)の最右辺の行列で，第2行の小行列＝P^T〔第1行の小行列〕，または，第2列の小行列＝〔第1列の小行列〕P，であるから，R^TRの行列式は0。それゆえケース(i)におけるようには(22)からx_0を求めることはできない。したがって(22)(30)から得られる

(31)　$$\begin{cases} R_{(1)}^TR_{(1)}x_{(1)}=R_{(1)}^Ty^*-R_{(1)}^Ts-R_{(1)}^TR_{(1)}Px_{(2)} \\ P^TR_{(1)}^TR_{(1)}x_{(1)}=P^TR_{(1)}^Ty^*-P^TR_{(1)}^Ts-P^TR_{(1)}^TR_{(1)}Px_{(2)} \end{cases}$$

のうち第1群にのみ注目し，$x_{(2)}$に任意の値を与えて$x_{(1)}$について解けばよい。すなわち

(32)　$$\begin{aligned} x^*_{(1)} &=(R_{(1)}^TR_{(1)})^{-1}(R_{(1)}^Ty^*-R_{(1)}s-R_{(1)}^TR_{(1)}Px_{(2)}) \\ &=R_{(1)}^{-1}(y^*-s-R_{(2)}x_{(2)}) \end{aligned}$$

であるが，これはティンバーゲン・ケース(iii)の内容の定式化になっている。

以上，要約すれば，目標・用具の完全分離ケースにおいてタイル・モデルの特徴が最も陽表的に示されるのは「用具数＜目標数」のケース（i）においてであると云える。

V　スパイヴィー&タムラ:GSEM

以上で，ティンバーゲンの同次方程式モデルとタイルの2次計画モデルとが，分析トゥールの差異にもとづく守備範囲の広狭の差こそあれ，結局は同一の固定目標アプローチの2つの発現形式にほかならないことを観察した。この本質的同一性を端的に物語るものがスパイヴィー・タムラの一般同時方程式モデル（generalized simultaneous equation model）—GSEM と略称される—である。すなわち，それは「タイル・タイプの最適モデルへの最適解と同じ政策を結果し」[32]，しかもタイル・モデルと同様に「ティンバーゲン・タイプ・モデルを特殊ケースとして含む」[32] という意味において両モデルの統合をはかるものである。その限りにおいて，これもまた固定目標アプローチの枠を出るものでないことは銘記すべきである。

さて GSEM は，具体的には，すでになじみ深い⒀の前半

(33)　$y = Rx + s$

であるが，これによる分析をティンバーゲンの同次方程式法に「一般」を附してよぶのには 2つの理由があるようである。1つはモデル構造そのものに，他は分析トゥールに，それぞれ関係する。まずモデル構造について云えば，ティンバーゲン・モデルではRの正則性が正常ケースとして想定されねばならなかったのに対して，GSEM においてはヨリ一般的な長方（m，n）行列—ゆえに正則でない—がむしろノーマルとして扱かわれるからである。つぎに分析トゥールについては，ティンバーゲン・モデルが正則なRの逆行列を用いるいわば逆行列法であるが，GSEM では任意の行列についてユニークに定義されるペンローズのいわゆる一般逆行列（generalized inverse）が戦略的に利用されるからである。以下，タイル・タイプのモデルと GSEM との同等性（解の一致）の説明から始めるのが便利だろう。そうすればⅣで説明ずみのタイル・モデルに対するティンバーゲンのそれの特殊性から GSEM

(32)　Spivey & Tamura〔9〕219ページ。

に対するティンバーゲン・モデルの特殊性が自動的に明らかになるからである。

ペンローズによれば[(33)]，任意の行列Aについて

(34)　$AXA=A,\ XAX=X,\ (AX)^*=AX,\ (XA)^*=XA$

となるようなXがユニークに決まるが，このようなXをAの一般逆行列という。ただしここに Y^* は行列Yの共役転置行列を表わす。Yが実行列なら，$Y^*=Y^T$ は明らか。

さて，(33)におけるRの一般逆行列を R^+ としよう。そのとき一般同次方程式システム(33)の解 x^0 は

(35)　$x^0=R^+(y^*-s)$

で与えられる。

つぎに(35)の解と(23)の解との異同を調べるために

(36)　$R^+=(R^TR)^{-1}R^T$

とおけるかどうかを吟味しよう。そのためには，まず，Rについて $(R^TR)^{-1}R^T$ が(34)の諸条件を充たすかどうかを吟味しなければならない。その充足は次のように証明される。(i) $R(R^TR)^{-1}R^TR=R$; (ii) $(R^TR)^{-1}R^TR(R^TR)^{-1}R^T=(R^TR)^{-1}R^T$; (iii) $[R(R^TR)^{-1}R^T]^T=R(R^TR)^{-1}R^T$; (iv) $[(R^TR)^{-1}R^TR]^T=I^T=I=[(R^TR)^{-1}R^TR]$。かくて $(R^TR)^{-1}R^T$ はRの一般逆行列であり得る。しかるに既述のペンローズの定理によって一般逆行列は一意的でなければならないから，Rの一般逆行列は $(R^TR)^{-1}R^T$ 以外にないことが示される。かくて(36)が成立するから，(35)=(23)，すなわち $x_0=x^0$ である。GSEM とタイル・モデルとは，かように同一の解を結果するから，同値である。したがってタイル・モデルに関して特殊なティンバーゲン・モデルは同じ意味において GSEM の特殊ケースでなければならない。

---

(33) Penrose〔8〕406ページ。一般逆行列の邦語文献としては井尻〔12〕143—163ページ。

Ⅵ　フリッシュ：伸縮・固定目標アプローチ

最後に，量的政策モデル分析のオリジネーターとしてのフリッシュのモデル構想に言及しなければならない。

フリッシュによれば，まず，許容用具アプローチという準備作業を通じて，原因→結果の因果関係が論理的に矛盾しない全体経済システムとしてモデル化される必要がある。「第２に，われわれは選好関数―多くは線型近似―と計画フレーム（plan frame）を導く最適解の決定テクニックとの問題に真正面からとり組まねばならない。第３に，われわれは，インプリメンテーション問題（implementation problem）とセレクション問題（selection problem）との分離を通じて，いかなる種類の政府のコントロール手段を用いるかを決定せずにおいてかなりの道のりを進む。これがテクニックのうちの重要部分である。そうすることによって直接コントロールを最小化し，“私的”誘因のプログラム化を通じてできるだけ多くを達成すること（to achieve as much as possible through programmed incentives）が可能となる。……セレクションによる最適数量指数が決まってから，すなわち計画フレームが作成されてから，諸経済グループの行動をヨリ綿密に研究することによってセレクションによる目標が“私的”誘因を通じてどの程度まで達成できるのか，そしていかなる点で直接統制の導入が不可避なのか，ということが明らかとなろう。実際への理論の真の適用可能性が明示されるのはまさにここにおいてである。合理的プログラミングというものは官僚制排除の決定的手段であるべきだ。[(34)]」その意味を解釈・要約すれば，まずセレクション問題

(37)　$F(Y, Z)=0$　にしたがって　$W=W(Y)\rightarrow$optimum

を解く。Fは制約としての同次方程式，Y，Zはセレクション問題に現れるセレクション変数のベクトルである。この問題の解 Y^*, Z^* が最適プラン・

(34)　Frisch〔３〕１ｂ―１ｃページ。文中〝私的〟は引用者が挿入。下線はフリッシュ。

フレームであり，これを同じく同時方程式系としてのインプリメンテーション・モデル

(38)　$G(Y, Z, \xi)=0$

のY，Z に代入して未知数 ξ―これをインプリメンテーション変数とよぼう―を数値決定するのである。

いくつかの補足説明を重点的に加えよう。

(i)　セレクション・モデルは数理計画モデルである。

(ii) Yは目標，Zはその他変数であるが，重要なのはこれら諸変数が実質単位ないし物量単位 (volume figures or figures in actual technical units) ではかられていなければならないということである。[35] 名目表示・貨幣単位では価格が含まれることになるが，価格は必要なら政策当局のコントロール要因に変える（自由価格から統制価格へ）ことができるからであり，また計画フレームの真の内容をなす目標は国民の厚生指標として名目表示よりも実質表示でなければならないだろうからである。

(iii) セレクション・モデルの制約 $F(Y, Z)=0$ は「ない方がよい」ものであるが，制度ないし体制を変更するというドラスチックな政策をとっても除去できない―人間能力ではいかんともしがたい―いわば自然的関係（たとえば会計恒等式）というものがYに関してあるのが常であるから，これを最適化の基礎的制約とする。そのときプラン・フレームとしての最適解は人間能力内でなんとか達成できるはずのものでなければならない。何ともなしようのない要因の作用は最適解に織込みずみである。

(iv) Zはかような性質の制約Fを構成するのにYとの関連で不可欠なものでなければなるまい。したがってZの内容はかならずしも政策用具だけとは限らない。

(v) かようにして決定されたプラン・フレーム (Y^{*}, Z^{*}) がインプリメンテーション・モデル(38)に先決値として入るのだから，インプリメンテーショ

(35)　Frisch〔6〕109ページ。

ン段階から見れば，すべてのセレクション変数が目標として現われる。Yを本来目標，Zを副次目標ともよべるだろう。

(vi) それはともかく，(38)に Y^*, Z^* が入ればティンバーゲン・タイプの固定目標アプローチとなることは明らかである。すなわち目標を達成するような政策用具―それは ξ に含まれると考えなければなるまい―が策定可能かどうかを検討し，達成できない場合の制度変更の可能性を吟味する問題がインプリメンテーション問題にほかならない。この解釈からすれば，政策用具がインプリメンテーション変数でなければならないことは明らかである。

以上のことから，フリッシュの方法は最適アプローチ（伸縮目標）・固定目標アプローチの系統的・段階的な併用接近法であり，量的政策策定の2段階理論と定義づけることができるだろう。

Ⅶ 結　　語

以上，フリッシュから出発しフリッシュに到達した量的政策モデル分析の類型的展望論議の内容は，これを次のように要約できるだろう。

(i) ティンバーゲン，タイル，スパイヴィー＆タムラの諸モデル―したがって現代量的政策モデルの主流―は，おしなべて，フリッシュのインプリメンテーション・モデルに同質的であり，セレクション問題は解決済みと仮定し，最適目標を前提している。

(ii) しかし前提することは無視することでなく，前提というネガティブな形式においてセレクション分析の必要性を認めることを意味するから，基本線においてはこれらすべての著者がフリッシュ・タイプの2段階アプローチの立場をとるとみなすことができる。

(iii) 上記の諸モデルは，用いる分析トゥールの差異ないし多寡に応じてそれぞれの守備範囲にも次表のような広狭の差が現われている。ここで政策問題の主要類型は

1. 最適政策目標をいかに決定するか，

2. 最適目標を完全達成するような量的政策編成が可能か，

3. 完全には達成できないとすれば，次善の量的政策は何か，

4. また完全達成不可能とすれば，いかに制度を変更すべきか一質的政策，

の4項目とする。○は取扱い可能，×は取扱い不能を意味する。

主要問題類型	1	2	3	4
ティンバーゲン	×	○	×	×
タイル，スパイヴィ&タムラ	×	○	○	×
フリッシュ	○	○	×	○

当該表でフリッシュ行の第3列要素の×はフリッシュのアプローチをきびしく解釈した結果である。セレクションで得られた最適目標の達成は，定義によって，人間能力の守備範囲内にあるから，フリッシュにとって類型3の問題それ自体が成り立ち得ず，それを跳びこえて4に到るのである。

しかし，3をもとり扱えるようにインプリメンテーション段階でGSEMなり最小2乗法を適用することは，少なくとも，量的政策で達成できる次善目標と最適目標との差を体制変化の質的政策の効果指標として利用できるという意味において，すなわち一種のトレード・オフ関係を認識できるという意味で，興味ある論点を提供するように思われる。

主　要　文　献

A. Memorandum from Institute of Econmics, University of Oslo

〔1〕 Frisch, R., "Price-Wage-Tax-Subsidy Policies as Instruments in Maintaining Optimal Employment: a memorandum on analytical machinery to be used in discussions on causes of and remedies to unemployment", 12 February 1953.

〔2〕 ______, "Numerical Determination of a Quadratic Preference Function for Use in Macroeconomic Programming", 14 February 1957.

〔3〕 ______, "General Theory of Kernel Model", 7 February 1958.

〔4〕 _______, "A Survey of Types of Economic Forecasting and Programming and a Brief Description of the Oslo Channel Model," 13 May 1961.

B. その他文献

〔5〕 Eijk, C. J. Van, and J. Sandee, "Quantitative Determination of an Optimum Economic Policy", Econometrica, January 1959.

〔6〕 Frisch, R., "Rational Price Fixing in a Socialist Society", Economics of Planning, Vol. 6, No. 2, 1966.

〔7〕 Hickman, B. G., ed., Quantitative Planning of Economic Policy, 1965.

〔8〕 Penrose, R., "A Generalized Inverse for Matrices", Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 60, 1955.

〔9〕 Spivey, W. A., and H. Tamura, "Generalized Simultaneous Equation Models", International Economic Review, June 1970.

〔10〕 Theil, H., Optimal Decision Rules for Government and Industry, 1964.

〔11〕 Tinbergen, J., Economic Policy:Principles and Design, 1954.

〔12〕 井尻雄士，計数管理の基礎—経営目標と管理会計—，1970。

〔13〕 伊東正則，経済計画のモデル分析，1967。

〔14〕 熊谷・大石編，近代経済学（2）応用経済学，1970。

〔15〕 タイル（岡本訳），経済の予測と政策，1964。

〔16〕 竹内啓，線形数学，1966。

〔17〕 ティンバーゲン（気賀・加藤訳），経済政策の理論，1956。

〔18〕 山田・久武編，経済計画とモデルビルディング，1957。

〔19〕 藤本利躬・妙見孟〝決意モデルにおける「2次選好関数計測論」—Frisch方法の検討，〟オイコノミカ，Vol. 7，No. 2，名古屋市大経済学会，1970。

〔20〕 藤本利躬〝オスロ・サブ・モデルの研究〟岡山大学法経学会雑誌，Vol. 18，No. 3．1968。

（付記　本稿は昭和46年度文部省内地研究中における結果の1部である。）