岡山大学経済学会雑誌30(3),1999,　91〜105

累進所得税と所得分配の不平等

——中間的不平等概念——

吉　田　建　夫

1　はじめに

累進所得税は高額所得者に対する課税をより重くすることを通じて所得不平等を事後的に是正する働きを持つ税制である。累進所得税のこのような働きは古くから認識されてきたことであるが、累進税と所得不平等の関係の厳密な定式化が試みられるようになったのは、所得不平等計測に関する理論が進展した1970年代以降のことである。初期の議論は何れも人々の間の相対所得格差の縮小をもって不平等が低下したとみなす伝統的な相対的不平等概念を採用して進められた。Kakwani [4] は、平均税率が所得の増加関数であるという意味において所得税が累進的であるならば、(相対的不平等概念に基づく) 通常のローレンツ曲線規準の意味で所得分配は税引後に平等化されることを明かにした。Jakobsson [3] は累進所得税と通常のローレンツ曲線規準による所得分配の平等化との間に同値関係があることを最初に示唆し、更に Eichhorn et al. [2] は最小の仮定のもとに両者の関係を完全な同値定理の形に集約した。

しかしながら、相対的不平等概念が唯一の不平等概念でないことは言うまでもない。この対極には人々の間の絶対的な所得格差の縮小を指して不平等の低下とみなす絶対的不平等概念 (Kolm [5]) がある。絶対的ローレンツ曲線規準[1]の意味で税引後に所得分配がより平等化されるための必要十分

[1]絶対的ローレンツ曲線は Moyes [9] の提唱にかかわる。この曲線は全構成員の間で絶対的な所得格差が変化しない限り不平等は不変に保たれるとする性質を持つ。

条件は Moyes [10] によって明かにされた。更に、Pfingsten [6, 7], Bossert and Pfingsten [1] は伝統的な相対的不平等概念と絶対的不平等概念の中庸に位置する中間的不平等概念 (intermediate concept of inequality)—所謂 $\mu-$ 不平等概念—を提唱している。$\mu-$ 不平等概念においては、相対的不平等概念と絶対的不平等概念との結合比率がパラメーター $\mu \in [0,1]$ によって表現されている。$\mu-$ 不平等概念は、様々に異なり得る不平等概念をパラメーター $\mu \in [0,1]$ の値に集約させることによって、多様な不平等概念を統一的に表現しようとする興味深い不平等概念である。

本稿の目的は、$\mu-$ 不平等概念の意味で税引後に所得分配がより平等化されるために租税関数が備えるべき必要十分条件を厳密に考察することである。Pfingsten [8] は、意欲保護的税制 (incentive preserving taxation) と呼ばれる仮定のもとで、$\mu-$ 累進性と彼の名付ける性質を租税関数が充たすことが、$\mu-$ 不平等概念に基づくどのような不平等度指数によっても課税後に所得分配がより平等化されたと判断されるための必要十分条件であることを論じている。しかしながら、同論文の証明には若干の論理的飛躍があり直感に頼らざるを得ない部分がある。このギャップは不平等度指数そのものではなく $\mu - Lorenz$ 曲線規準 (Pfingsten [7], Yoshida [12], Moyes [11]) を証明に導入することにより埋めることができる[2]。本稿では、租税関数が $\mu-$ 累進的であるだけではなく意欲保護的 (incentive preserving) であることが、$\mu - Lorenz$ 曲線規準の意味で税引後に所得分配がより平等化されるための必要十分条件であることを証明する。$\mu = 1$ とおけば本定理は Eichhorn et al. [2] に帰着し、$\mu = 0$ とすれば Moyes [10] に帰着する。この意味において本稿の定理は従来の成果をすべて含む一般性を備えていることを補足しておきたい。

[2]Moyes [11, Theorem 2.1, p.62] では Pfingsten [8] による同値定理が $\mu - Lorenz$ 曲線を用いて表現されている。

2 記号と諸定義

本稿で用いる記号の説明から始めよう。N, R, R_{++} はそれぞれ正の整数集合、実数集合、正の実数集合[3]であるとする。$n \in N$ 人の主体から構成される経済社会の所得分配をベクトル $y = (y_1, ..., y_n) \in R^n_{++}$ で表すとする。ここで R^n_{++} は R_{++} の n 回のカルテシアン積である。所得分配 y を所得の昇順に並べ変えて作るベクトルを $y_{(\ )}$ で表すとしよう。則ち $y_{(\ )}$ は y の permutation であって $y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq ... \leq y_{(n)}$ が成立するように作られているとする。全主体の稼得所得がすべて 1 単位であるような均等所得分配を特に $e^n = (1, ..., 1) \in R^n_{++}$ で表す。ありとあらゆる人数の社会を含むすべての所得分配ベクトルから成る集合は $D = \bigcup_{n \in N} R^n_{++}$ によって表すことができる。所得分配 $y \in D$ の平均所得を $m(y) = \sum_{i=1}^{n(y)} / n(y)$ で表そう。ここで $n(y)$ は y の次元であって社会の構成員数を表している。

政府による所得税徴税計画は所得税関数 $T : R_{++} \to R$ によって表現されるとする。所得 $u \in R_{++}$ を稼得する構成員に対して所得税 $T(u)$ が徴税されるから、税引後所得は関数 $F(u) = u - T(u)$ によって表される。所得税関数 $T : R_{++} \to R$ に関する次の諸性質に注目しよう。

性質 1 (Feasibility) すべての $u \in R_{++}$ に対して $F(u) = u - T(u) > 0$ が成立する。

性質 2 (Weakly Incentive Preserving Taxation) $F(u)$ は u の非減少関数である。則ち、$0 < u < v$ であるすべての u と v に対して

$$F(u) = u - T(u) \leq v - T(v) = F(v) \tag{1}$$

が成立する。

性質 3 (Weakly Progressive Taxation for μ−inequality Concept) 関数 $t_\mu(u) = T(u)/(\mu u + (1 - \mu))$ は u の非減少関数である。則ち $0 < u < v$

[3]則ち $R_{++} = \{x \in R : x > 0\}$ である。

であるすべての u と v に対して

$$t_\mu(u) \leq t_\mu(v) \tag{2}$$

が成立する。ここで $\mu \in [0,1]$ は Pfingsten [8] の提唱にかかわる中間主義的不平等概念のパラメーターを表している。

性質 4 (Weak Uniformly Equalization for μ–inequality Concept) 完全平等を除くすべての税引前所得分配ベクトル $y \in D$ に対して、税引後所得分配 $x = (x_1, ..., x_{n(y)}) = (F(y_1), ..., F(y_{n(y)}))$ は弱い $\mu - Lorenz$ 曲線規準の意味で y に優越する。則ち、$k = 1, ..., n(y) - 1$ に対して

$$\frac{\sum_{i=1}^{k}(x_{(i)} - m(x))}{(\mu m(x) + 1 - \mu)n} \geq \frac{\sum_{i=1}^{k}(y_{(i)} - m(y))}{(\mu m(y) + 1 - \mu)n} \tag{3}$$

が成立する。ここで $\mu \in [0,1]$ は性質 3 で述べたのと同じ中間主義的不平等概念のパラメーターである。

以上の諸性質について簡単に説明しておこう。性質 1 は各構成員に対して所得以上の金額が課税されることはないことを表している。性質 2 は構成員間の所得順位が税引前と税引後で逆転しないことを意味している。性質 3 は Pfingsten [8] の提唱にかかわる租税累進性の定義の意味で租税が累進的であることを意味している。性質 4 は、$\mu - Lorenz$ 曲線図表上を通じて、税引後所得分配 x について描かれる $\mu - Lorenz$ 曲線が税引前所得分配 y について描かれる $\mu - Lorenz$ 曲線の下側に位置することがないということを表しており、$\mu - Lorenz$ 曲線規準の意味において税引後所得分配が税引前所得分配よりも平等化されることを意味している。

最後に (1)(2)(3) 式における不等号を厳密な不等号に置き換えることにより作られる性質 2,3,4 の強化版をそれぞれ**性質 2***、**性質 3***、**性質 4***によって表しておこう。

3　主要結果

次の補助定理は以下で述べる定理を証明するうえで有益である。

補助定理 1 所得分布ベクトル $y = (y_1, y_2, ..., y_{n(y)}) \in D$ と中間主義的不平等概念のパラメーター値 $\mu \in [0,1]$ が与えられているとする。$t_\mu(u)$, ρ をそれぞれ

$$t_\mu(u) = \frac{T(u)}{\mu u + 1 - \mu}, \quad \rho = \frac{\sum_{j=1}^{n(y)} T(y_j)/n(y)}{\mu m(y) + 1 - \mu}$$

と定義すれば、不等式

$$\min_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i) \leq \rho \leq \max_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i) \tag{4}$$

が成立する。更に、もし $\min_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i) < \max_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i)$ ならば

$$\min_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i) < \rho < \max_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i) \tag{5}$$

が成立する。

証明 不等式 (4) が成立しないと仮定して背理法により結論を導出する。今仮に $\min_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i) > \rho$ であったとすれば

$$\frac{T(y_j)}{\mu y_j + 1 - \mu} = t_\mu(y_j) \geq \min_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i) > \rho$$

が $j = 1, ..., n(y)$ に対して成立するから、

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n(y)} T(y_j) &> \rho \sum_{j=1}^{n(y)} (\mu y_j + 1 - \mu) \\ &= \rho n(y)(\mu m(y) + 1 - \mu) = \sum_{j=1}^{n(y)} T(y_j) \end{aligned}$$

となって矛盾が生じる。同様に、もし $\max_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i) < \rho$ であったとすれば

$$\frac{T(y_j)}{\mu y_j + 1 - \mu} = t_\mu(y_j) \leq \max_{1 \leq i \leq n(y)} t_\mu(y_i) < \rho$$

が $j=1,...,n(y)$ に対して成立するから、

$$\sum_{j=1}^{n(y)} T(y_j) < \rho \sum_{j=1}^{n(y)} (\mu y_j + 1 - \mu) = \sum_{j=1}^{n(y)} T(y_j)$$

となって矛盾が生じる。以上により (4) 式が成立しなければならない。

不等式(5)の証明も同様な背理法による。もし仮に $\min_{1\le i\le n(y)} t_\mu(y_i) \ge \rho$ であったとすれば、$j=1,...,n(y)$ に対して

$$\frac{T(y_j)}{\mu y_j + 1 - \mu} = t_\mu(y_j) \ge \min_{1\le i\le n(y)} t_\mu(y_i) \ge \rho \tag{6}$$

が成立する。特に、$\min_{1\le i\le n(y)} t_\mu(y_i) < \max_{1\le i\le n(y)} t_\mu(y_i)$ であるとされているから、少なくとも一人の構成員については (6) の左側の不等号は厳密な不等号記号に置き換えられることに注意しよう。すると

$$\sum_{j=1}^{n(y)} T(y_j) > \sum_{j=1}^{n(y)} \rho(\mu y_j + 1 - \mu) = \sum_{j=1}^{n(y)} T(y_j)$$

となって矛盾が生じる。$\max_{1\le i\le n(y)} t_\mu(y_i) \le \rho$ と仮定した場合も同様の矛盾が生じる。従って (5) が成立していなければならない。(証明終)

以上の準備のもとで次の定理を提出することができる。

定理 1 租税関数が**性質 1** を充たすとする。このとき次の (a)(b) が成立する：

(a) **性質 4** が成立するための必要十分条件は**性質 2, 3** が同時に成立することである。

(b) **性質 4***が成立するための必要十分条件は**性質 2**, **性質 3***が同時に成立することである[4]。

[4]ここで注意すべきことは**性質 2** を**性質 2***で置き換えることはできないということである。例えば、$F(u) = u - T(u) = b$ としよう (Moyes [10, p.232] 参照)。ここで b はある正の定数であるとする。この租税関数は**性質 2***を充たさないが、税引後所得分配は完全均等分配となるため、**性質 4***を充たしている。

証明 以下では一般性を失うことなく $y_1 \leq y_2 \leq ... \leq y_{n(y)}$ が成立していると仮定して議論を進めよう。また、$n = n(y)$ であるとする。

十分性：ベクトル z を

$$z = y - \rho(\mu y + (1-\mu)e)$$

と定義しよう[5]。ここで ρ, e はそれぞれ

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{n} T(y_i)/n}{\mu m(y) + 1 - \mu}, \quad e = (\underbrace{1, ..., 1}_{n\text{個}})$$

を表しているとする。z についての $\mu - Lorenz$ 曲線関数を $L_\mu(k/n; z)$ という記号を用いて表すと、$k = 1, ..., n$ に対して

$$\begin{aligned} L_\mu(k/n; z) &= \frac{\sum_{i=1}^{k}(z_{(i)} - m(z))}{(\mu m(z) + 1 - \mu)n} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{k}(y_i - \rho(\mu y_i + 1 - \mu) - (m(y) - \rho(\mu m(y) + 1 - \mu))}{[\mu(m(y) - \rho(\mu m(y) + 1 - \mu)) + 1 - \mu]n} \\ &= \frac{(1-\rho\mu)\sum_{i=1}^{k}(y_i - m(y))}{(1-\rho\mu)(\mu m(y) + 1 - \mu)n} = L_\mu(k/n; y) \end{aligned} \tag{7}$$

が成立する[6]。このことは $\mu - Lorenz$ 曲線規準の意味において z が y と同一水準の不平等度を実現していることを意味する。他方、z の平均所得は税引後所得分配 $x = (F(y_1), ..., F(y_n)) = (y_1 - T(y_1), ..., y_n - T(y_n))$ の平均所得に等しい、則ち

$$\begin{aligned} m(z) &= \sum_{i=1}^{n}(y_i - \rho(\mu y_i + 1 - \mu))\frac{1}{n} \\ &= m(y) - \sum_{i=1}^{n} T(y_i)\frac{1}{n} \\ &= m(x) \end{aligned} \tag{8}$$

[5] ρ が正の値を取る場合には $z \notin R^n_{++}$ となる—つまりある i が存在して $z_i \leq 0$ となる—可能性はあるが、このことは証明を進めるうえで問題にはならない。

[6] 性質 1 により $1 - \rho\mu > 0$ が成立している。

が成立することに注意しておこう。

さて、**性質 2** が仮定されるならば、構成員間の所得順位は税引前と税引後で逆転しないから、$x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_n$ が成立している。このことと (8) 式に注意したうえで、x と z の間で $\mu - Lorenz$ 曲線を比較すると、$k = 1, ..., n$ に対して

$$\begin{aligned}
&L_\mu(k/n; x) - L_\mu(k/n; z) \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - m(x))}{(\mu m(x) + 1 - \mu)n} - \frac{\sum_{i=1}^{k}(z_i - m(z))}{(\mu m(z) + 1 - \mu)n} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - z_i)}{(\mu m(x) + 1 - \mu)n} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{k}(y_i - t_\mu(y_i)(\mu y_i + 1 - \mu) - (y_i - \rho(\mu y_i + 1 - \mu)))}{(\mu m(x) + 1 - \mu)n} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{k}(\rho - t_\mu(y_i))(\mu y_i + 1 - \mu)}{(\mu m(x) + 1 - \mu)n} \qquad (9)
\end{aligned}$$

が成立する。

ところで**性質 3** により $t_\mu(\cdot)$ は非減少関数であるから、**補助定理 1** により、ある番号 $k^* \in \{1, ..., n-1\}$ が存在して、$i = 1, ..., k^*$ に対しては

$$\rho \geq t_\mu(y_i) \qquad (10)$$

が成立し、$i = k^* + 1, ..., n$ に対しては

$$\rho \leq t_\mu(y_i) \qquad (11)$$

が成立する。従って、(10) 式により、$k = 1, ..., k^*$ に対して

$$\sum_{i=1}^{k}(\rho - t_\mu(y_i))(\mu y_i + 1 - \mu) \geq 0 \qquad (12)$$

が成立する。更に $\sum_{i=1}^{n}(\rho - t_\mu(y_i))(\mu y_i + 1 - \mu) = 0$ であることと (11) 式により、$k = k^* + 1, ..., n-1$ に対しても

$$\sum_{i=1}^{k}(\rho - t_\mu(y_i))(\mu y_i + 1 - \mu)$$
$$= \ - \sum_{i=k+1}^{n}(\rho - t_\mu(y_i))(\mu y_i + 1 - \mu) \geq 0 \tag{13}$$

が成立する。従って、(9)(12)(13) 式により、$k = 1, ..., n-1$ に対して

$$L_\mu(k/n; x) \geq L_\mu(k/n; z) \tag{14}$$

が成立する。最後に (7)(14) 式を組み合わせることにより、$k = 1, ..., n-1$ に対して

$$L_\mu(k/n; x) \geq L_\mu(k/n; y) \tag{15}$$

が成立することが明かとなる。このようにして**性質 4** が成立することが分かった。

性質 3*が成立する場合—$t_\mu(\cdot)$ が強い意味の増加関数である場合—には、$t_\mu(y_1) < t_\mu(y_n)$ となるから、**補助定理 1** により

$$\rho > t_\mu(y_1) \tag{16}$$

が成立することに加えて、(11) 式が

$$\rho < t_\mu(y_i) \qquad (i \in \{k^* + 1, ..., n\}) \tag{17}$$

に変更される。(10)(16) によって (12) 式が、(11) 式の代わりに (17) を用いることによって (13) 式が、それぞれ厳密な不等号に置き換えられる。その結果として、(14)(15) 式が厳密な不等号に置き換えられ、**性質 4***が成立する。

必要性：もし租税関数が**性質 2** を充たさないならば、ある実数 u と v があって

$$0 < u < v$$

であるにもかかわらず

$$F(u) = u - T(u) > v - T(v) = F(v) > 0$$

が成立する[7]。所得分布ベクトル $y = (\underbrace{u, \ldots, u}_{n-1}, v)$ を考えよう。なお、ここで n は

$$n - 1 > \frac{v-u}{\mu u + 1 - \mu} \cdot \frac{\mu F(u) + 1 - \mu}{F(u) - F(v)}$$

が成立するに足るだけ大きく選ばれているとする。このような所得分布ベクトルのもとでは不等式

$$\begin{aligned} & \frac{(v-u)/n}{\mu(u + (v-u)/n) + 1 - \mu} \\ < \ & \frac{(v-u)/n}{\mu u + 1 - \mu} \\ < \ & \frac{(F(u) - F(v))(n-1)/n}{\mu F(u) + 1 - \mu} \\ < \ & \frac{(F(u) - F(v))(n-1)/n}{\mu(F(u) - (F(u) - F(v))/n) + 1 - \mu} \end{aligned} \tag{18}$$

が成立することに注意しておこう。

税引前所得分布 y における最低所得が u であるのに対し、税引後所得分布 $x = (\underbrace{F(u), \ldots, F(u)}_{n-1}, F(v))$ における最低所得は $F(v)$ となり、課税により所得順位が逆転していることに注意したうえで、(18) を用いて x と y の間で $\mu - Lorenz$ 曲線を $k = 1$ において比較すると

$$L_\mu(1/n; y) = \frac{(y_1 - m(y))/n}{\mu m(y) + 1 - \mu}$$

[7] $F(v) > 0$ が成立するのは性質 1 による。

$$\begin{aligned} &= \frac{-(v-u)/n}{\mu(u+(v-u)/n)+1-\mu} \\ &> \frac{-(F(u)-F(v))(n-1)/n}{\mu(F(u)+(F(v)-F(u))/n)+1-\mu} \\ &= L_\mu(1/n;x) \end{aligned}$$

を得る。則ち、$k=1$ においては、税引後所得分布 x について描かれた $\mu-Lorenz$ 曲線は、税引前所得分布 y について描かれた $\mu-Lorenz$ 曲線よりも強い意味で下側に位置している。このことは**性質 4** が成立しないことを意味している。このとき、**性質 4** よりも強い条件である**性質 4***が成立しないことは言うまでもない。

次に、租税関数が**性質 3***を充たさないと仮定しよう。このときには、ある実数 u と v が存在して

$$0<u<v \tag{19}$$

$$t_\mu(u) \geq t_\mu(v) \tag{20}$$

が同時に成立する。$F(u), F(v)$ を用いると (20) 式は

$$\frac{u-F(u)}{\mu u+1-\mu} \geq \frac{v-F(v)}{\mu v+1-\mu}$$

となるが、$F(u)>0$[8]に注意したうえでこの不等式を書き改めると

$$\frac{F(v)}{F(u)} \geq \frac{(1-\mu)(v-u)}{F(u)(\mu u+1-\mu)} + \frac{\mu v+1-\mu}{\mu u+1-\mu}$$

が得られる。$0 \leq \mu \leq 1$ かつ $v>u>0$ であるとされているから、この不等式右辺は明かに正である。従って、(19)(20) 式の下では

$$F(v) > F(u) \tag{21}$$

が成立する―則ち課税によって所得順位が逆転しない―ことに注意しておこう。

[8] $F(u)>0$ が成立するのは性質 1 による。

さて、ここで所得分布ベクトル $y=(\underbrace{u,...,u}_{n-1},v)$ を想定しよう。y に応じて定まる税引後所得分布ベクトルは $x=(\underbrace{F(u),...,F(u)}_{n-1},F(v))$ で表される。$\mu-Lorenz$ 曲線規準によって x と y の間で不平等比較を行うための準備として、ρ を

$$\rho=\frac{\sum_{i=1}^{n}T(y_i)/n}{\mu m(y)+1-\mu}=\frac{T(u)+(T(v)-T(u))/n}{\mu(u+(v-u)/n)+1-\mu}$$

と定義しよう。(20) に注目すると、**補助定理 1** により、不等式

$$t_\mu(u)\geq\rho\geq t_\mu(v) \tag{22}$$

が成立することが分かる。$F(u)=u-t_\mu(u)(\mu u+1-\mu),F(v)=v-t_\mu(v)(\mu v+1-\mu)$ を用いて (22) を書き改めると

$$u-F(u)\geq\rho(\mu u+1-\mu) \tag{23}$$

$$v-F(v)\leq\rho(\mu v+1-\mu) \tag{24}$$

を得る。この 2 つの不等式から

$$F(u)-F(v)\leq(1-\rho\mu)(u-v) \tag{25}$$

が得られることに注意しておこう。なおここで

$$\begin{aligned}(1-\rho\mu) &= \frac{\mu(u+(v-u)/n)+1-\mu-\mu(T(u)+(T(v)-T(u))/n)}{\mu(u+(v-u)/n)+1-\mu}\\ &= \frac{\mu(F(u)+(F(v)-F(u))/n)+1-\mu}{\mu(u+(v-u)/n)+1-\mu}\end{aligned} \tag{26}$$

である。

以上の準備の下で、$\mu-Lorenz$ 曲線関数によって x と y の間で不平等を比較すると、$k=1,...,n-1$ に対して

$$L_\mu(k/n;x) = \frac{k(F(u)-F(v))/n}{\mu(F(u)+(F(v)-F(u))/n)+1-\mu}$$

$$\begin{aligned} &\leq \frac{k(1-\rho\mu)(u-v)/n}{\mu(F(u)+(F(v)-F(u))/n)+1-\mu} && (27)\\ &= \frac{k(u-v)/n}{\mu(u+(v-u)/n)+1-\mu} && (28)\\ &= L_\mu(k/n;y) \end{aligned}$$

が成立する[9]。則ち、$\mu - Lorenz$ 曲線図表上を通じて、税引後所得分布 x について描かれた $\mu - Lorenz$ 曲線は、税引前所得分布 y について描かれた $\mu - Lorenz$ 曲線の上側に位置することはなく、**性質** 4*が成立しないことを意味している。

最後に租税関数が**性質** 3 を充たさないとした場合には、不等式 (20) (22) (23) (24) (25) (27) における不等号はすべて厳密な不等号に置き換えられ、**性質** 4 が成立しないことが明かにされる。(証明終)

参考文献

[1] W. Bossert and A. Pfingsten, Intermediate Inequality: Concepts, Indices, and Welfare Implications, *Mathematical Social Sciences* 19 (1990), 117-134.

[2] W. Eichhorn, H. Funke and W.F. Richter, Tax Progression and Inequality of Income Distribution, *Journal of Mathematical Economics* 13 (1984), 127-131.

[3] U. Jakobsson, On the Measurement of the Degree of Progression, *Journal of Public Economics* 5 (1976), 161-168.

[4] N.C. Kakwani, Applications of Lorenz Curves in Economic Analysis, *Econometrica* 45 (1977), 719-727.

[9] ここで (27) の不等号は (25) を用いることにより成立する。また (28) の等号成立は (26) による。

[5] S-C. Kolm, Unequal Inequalities. I, *Journal of Economic Theory* 12 (1976), 416-442.

[6] A. Pfingsten, Distributionally-Neutral Tax Changes for Different Inequality Concepts, *Journal of Public Economics* 30 (1986), 385-393.

[7] A. Pfingsten, New Concepts of Lorenz Domination and Risk Aversion, Discussion Paper 278 (1986), Karlsruhe.

[8] A. Pfingsten, Progressive Taxation and Redistributive Taxation: Different Labels for the Same Product?, *Social Choice and Welfare* 5 (1988), 235-246.

[9] P. Moyes, A New Concept of Lorenz Domination, *Economics Letters* 23 (1987), 203-207.

[10] P. Moyes, A Note on Minimally Progressive Taxation and Absolute Income Inequality, *Social Choice and Welfare* 5 (1988), 227-234.

[11] P. Moyes, The Through-time Redistributive Effect of Income Taxation—the Intermediate Inequality View, *Mathematical Social Sciences* 24 (1992), 59-71.

[12] T. Yoshida, Social Welfare Rankings of Income Distributions: Alternative Views of Efficiency Preference, Discussion Paper 254 (1991), Institute of Social and Economic Research, Osaka University.

Progressive Taxation and Income Inequality: The Intermediate View of Inequality

Tateo Yoshida

Abstract. It is known that the post-tax income is more equally distributed than pre-tax income according to any μ−invariant inequality index satisfying Dalton's principle of transfers, if, and only if, a tax function is progressive for μ−inequality (Pfingsten [8]). This paper provides a rigorous formulation of the equivalence, both in strong and weak form. We show that any non-equally distributed pre-tax income distribution is dominated by the resulting post-tax income distribution in the sense of the μ − *Lorenz* criterion if, and only if, a tax function satisfies both (a)*incentive preserving taxation* and (b)*progressive taxation for* μ−*inequality*.