

氏名 林 玉 花

授与した学位 博士  
 専攻分野の名称 学術  
 学位授与番号 博甲第2083号  
 学位授与の日付 平成12年 3月25日  
 学位授与の要件 自然科学研究科システム科学専攻  
                          (学位規則第4条第1項該当)  
 学位論文の題目 発展方程式の摂動と近似の理論

論文審査委員 教授 佐藤亮太郎 教授 田村英男 教授 渡辺雅二

## 学位論文内容の要旨

発展方程式理論の基礎になる ( $C_0$ ) 半群理論は 1948 年 Hille-Yosida によって創設された。Kato が 1953 年に発展作用素理論を創始した後、彼の理論は多くの研究者に応用され、急速な発展を遂げた。ここでは双曲型発展方程式について調べた。

本論文は大きく 3 章に分かれている。全体を通して定義域の稠密性の仮定を除いている。

第 1 章では Cosine family の摂動理論を論じた。発展作用素理論を利用して従来の結果を一般化した。この章では、あらたに Banach 空間  $V$  を導入して、摂動後の作用素が Banach 空間  $V \times X$  のノルムで安定条件を満たすことを確かめた。このことから、Tanaka の結果を用いることができた。最後の節ではこの章の主結果を具体的な微分方程式へ応用した。

第 2 章では Banach 空間の近似と共に Chernoff 積公式を時間依存の場合へ一般化した。そのために  $X_n$  上の有界線形作用素族  $F_n(t)$  の  $\tau_n \rightarrow 0$  に関する安定性と作用素の収束に関する 2 つの新しい概念を導入した。これにより  $X_n$  に、 $t$  に依存する同値なノルムをあらたに導入することができた。このノルムに対して  $e^{-\omega \tau_n} F_n(t)$  は  $X_n$  上の縮小作用素になるので Miyadera-Kobayashi の方法を利用して主結果を証明することができた。

第 3 章ではこのほかの研究結果を 3 つの節に分けて簡単に紹介した。第 1 節では最適制御理論を利用して第 2 境界条件付の 2 階非線形常微分方程式の解の存在と一意性について調べた。第 2 節では完全 2 階微分方程式の時間局所的解の存在性と一意性、かつ時間大域的解の存在の十分条件を与えている。この理論は粘性項付波動方程式に応用できる。第 3 節では Volterra 積分微分方程式の時間局所的解の存在性と一意性、かつ時間大域的解の存在の十分条件を与えている。ここで得られた結果は第 3 境界条件付半線形積分微分方程式に応用できる。

## 論文審査結果の要旨

この論文は連続関数空間における混合問題に適用可能な作用素論的方法を構築することを目的として行われた2種類の研究結果を整理したものである。

1つは、バナッハ空間における2階微分方程式

$$(1) \quad \begin{cases} u''(t) = Au(t) + B(t)u(t) + f(t), & t \in [0, T] \\ u(0) = u_0, \quad u'(0) = v_0 \end{cases}$$

の可解性に関する研究であり、もう1つは解を数値解析的に求めようとする時に生ずる近似理論の研究である。

これら2つの研究は Da Prato と Sineotrari (1987年) により始められた作用素  $A$  の定義域が必ずしも稠密であるとは限らない場合の方程式  $u'(t) = Au(t) + f(t)$ ,  $t \in [0, T]$  の初期値問題の可解性の研究を発展させた田中直樹による研究(1996年)の結果を用いて行われた。

本研究では、全体を通して作用素  $A$  の定義域が稠密である仮定を除いている。方程式(1)の可解性の研究では発展作用素の新しい摂動定理を証明することにより、芹澤と渡辺の結果(1986年)を拡張した。近似理論の研究では作用素半群に対して知られた Chernoff の積公式を発展作用素に対してまで拡張することにより、時間依存の発展方程式の解の近似理論を構築した。

以上の論文内容、論文発表会および参考論文等を総合的に審査した結果、本論文は博士(学術)の学位に値するものと判定する。