

氏名	梅月 陽介	
授与した学位	博士	
専攻分野の名称	経済学	
学位授与番号	博甲第 6000 号	
学位授与の日付	平成 31 年 3 月 25 日	
学位授与の要件	社会文化科学研究科 社会文化学専攻 (学位規則 4 条第 1 項該当)	
学位論文題目	Four Essays in Nonlinear Economic Dynamics (非線形経済動学に関する 4 編の論文)	
学位論文審査委員	教授 横尾 昌紀	教授 村井 浄信
	教授 東 陽一郎	教授 浅野 貴央

学位論文内容の要旨

本稿は、四つの非線形経済モデルの分析結果をまとめた論文である。取り扱うモデルは全て差分方程式で表現される離散時間モデルであり、分析するにあたって以下の二つの特徴的な手法が用いられる。

第一に、モデルの区分的性質を用いた分析である。一般に、モデルがこの性質を持つとき、区分的ではない場合と比べての相対的な分析の容易さによって、モデルの動学的性質をより深く知ることができる。一般的には分析の難しい大域的動学の分析を行うことが可能であり、特にモデルが区分線形性を持つ場合、その動学的性質を完全に理解できることも珍しくはない。

第二に挙げられるのは、分岐理論の援用、特に余次元2分岐と呼ばれる現象の研究である。これはその構造を完全に理解するために1個のパラメータではなく、2個のパラメータが必要となるような分岐である。この分岐は局所分岐でありながら系の大域的な情報をもたらすことが多く、それらを分析することによって、ホモクリニック分岐やヘテロクリニック分岐に代表される大域的分岐、およびそれによってもたらされる複数の周期点やカオスと呼ばれる複雑な現象の解明を解析的に行うことが可能である。

区分的性質を持つモデルとして、本稿では以下の二つを取り扱う。

第1章では、コブ＝ダグラス型の二種類の生産技術が生産開始前に選ばれるDiamond型の世代重複モデルを扱う。家計の効用関数もコブ＝ダグラス型であるとき、モデルは適当な変数変換のもと、単位区間上の1点で不連続性を持つ区分別形写像で表現できる。本研究では、区分別形性による分析の容易さおよび計算可能性によって、パラメータと発生する周期変動パターンの関係を完全に記述、更にそれが悪魔の階段と呼ばれるCantor関数に似た性質を持つ関数で表されることを示す。第2章では、区分別形性を持つフィリップス曲線を仮定したインフレーションモデルを扱う一点でキックをもち、かつその非線形が比較的弱いというフィリップス曲線の単純な仮定から、カオスの挙動や複数のアトラクターの共存といった複雑な現象が発生することが示され、さらに区分別形性によってそれらの厳密な分析を行うことが可能となる。結果、モデルにおいてパラメータがある特殊な値をとるとき、モデルは二次元の保積写像となり、無限個の周期軌道および無限個のカオスの集合といった非常に複雑な動学的性質を特徴づけることが可能となる。また、横断的ホモクリニック点を実際に計算するといった手法を用いて、カオスの集合の存在に初歩的な証明を与える。更に、前途の場合からパラメータを微少に変化させたとき、横断的ホモクリニック点の頑健性を利用し、過渡的なカオスの不変集合と周期アトラクターが共存することを示す。

続いて、経済モデルにおける余次元2分岐について、本稿では二つのモデルを取り扱う。

第3章では、二種類の生産技術を選ぶという1章のモデルの仮定を変更し、ある閉区間で表される連続的な技術からの技術選択という仮定をおいたモデルの分析を行う。このとき、モデルは適当な変数変換のもと、右下がりの曲線部分を含む単位区間上のpiecewise smoothな写像として表現できる。パラメータの違いにより、写像はV字型や逆V字型(単峰型)、あるいはN字型(双峰型)となることが分かる。モデルがV字型および逆V字型の場合、あるパラメータに対してモデルがBorder-collision分岐と呼ばれる余次元二の分岐を起こすことが示され、それらを分析することによって、モデル内の複雑な動学的挙動の詳細な特徴付けを行うことが可能になる。すなわち、安定な定常点からの周期 n のアトラクターへの分岐、および安定な定常状態から n 片のカオスのアトラクター(n -piece chaotic attractor)への分岐である。更に、モデルがN字型の場合、piecewise smoothという特徴を利用し、あるパラメータの元モデルがMarkov propertyという特殊な性質を持つことが示される。これにより、上記の分岐とは違う手法により、モデル内のカオスの挙動の特徴づけが行われる。第4章では、じゃんけんゲームを一種の進化動学である離散時間のロジット動学で記述し、その分析を

行う。まず、Neimark-Sacker分岐定理を用いて、ナッシュ均衡に対応する不動点を取り囲む漸近安定な閉不変曲線の存在を示す。より重要な結果として、本研究ではさらに、モデルが共鳴と呼ばれる余次元二の分岐を起こすことを突き止め、共鳴点と呼ばれるあるパラメータ空間の点の近くでのモデルの動学を詳細に分析する。結果、特殊なパラメータの近くで周期三の漸近安定な周期点と漸近安定な閉不変曲線が共存することを示し、さらに先端的な余次元二分岐の理論を用いて、これらアトラクターの共存を破壊する、大域的分岐であるヘテロクリニック分岐を発生させるパラメータ集合を特定する。これにより、従来あまり考えられてこなかった、周期パターンの移行過程といったメカニズムの一端が明らかとなる。

学位論文審査結果の要旨

梅月氏の学位論文は4編のほぼ独立した論文から構成される。これらの論文は、力学系理論あるいは分岐理論という数学的な手法を、経済学のいくつかの基礎的なモデル（技術選択を含む世代重複モデル、進化的ジャンケン系、インフレーション・モデル）の分析に応用したものである。特に、区分性（区分線形性や区分smooth性）の性質や余次元2分岐理論を使って、動的複雑性に関する、従来なされなかったような深い分析を行うところに特徴がある。2編の内容はすでに国際的学術専門誌（査読付き）である *Mathematical Social Sciences* および *Journal of Economic Dynamics and Control* 掲載されている。他の1編もすでに岡山大学経済学会のDiscussion Paper Seriesとして発表しており、投稿準備中である。審査会では論文の技術的側面について口頭で報告され、梅月氏の知識の深さや研究能力の高さが示された。また、予想される完成された博士論文は質的および量的に学位授与に十分であり、これらを踏まえ、審査委員会は全会一致で審査を合格と判定する。