

氏名	中村 力		
授与した学位	博士		
専攻分野の名称	理学		
学位授与番号	博甲第	5723	号
学位授与の日付	平成30年 3月23日		
学位授与の要件	自然科学研究科 数理物理学専攻 (学位規則第4条第1項該当)		
学位論文の題目	Localization and colocalization in derived categories (導来圏における局所化と余局所化)		
論文審査委員	教授 吉野 雄二	教授 橋本 光靖	教授 鳥居 猛
学位論文内容の要旨			
<p>Grothendieck が導入した局所コホモロジーは、代数幾何学の局所理論としての可換環論に大きな恩恵をもたらし、今日の研究には必要不可欠な道具である。また、Greenlees と May は可換ネーター環の導来圏において、局所コホモロジーの右随伴がイデアルによる完備化の左導来関手であることを示し、それを局所ホモロジーと呼んだ。本論文では、これら2つの概念を Bousfield(余)局所化の観点から考察する。</p> <p>第1章では、局所コホモロジーの自然な一般化である余局所化関手について研究を行う。まず、サポートの概念を用いて、余局所化に環のスペクトラムの部分集合を付随させる。そして、そのサポートの次元が0の場合に、余局所化が既存の関手の合成の直和で表せることを示す。さらに、一般の余局所化をサポートの次元に関する帰納的な議論で計算する方法を与える。最後に、局所コホモロジー論で重要かつ基本的である局所双対定理と Grothendieck 型消滅定理を、一般の余局所化に対してまで拡張する。</p> <p>第2章では、局所コホモロジーの自然な一般化として局所化関手の研究を中心に行う。まず、コサポート概念を用いて、局所化に環のスペクトラムの部分集合を付随させる。そして、余局所化の場合の類似として、コサポートの次元が0の場合に、局所化が既存の関手の合成の直積で表せることを示す。次に、局所(コ)ホモロジーに関する Mayer-Vietoris 型の完全三角を、一般の(余)局所化に対してまで拡張する。その完全三角を用いて、任意の平坦加群の射影次元は環の Krull 以下であるという Gruson と Raynaud による古典的な定理に単純な証明を与える。さらに、Čech 複体の概念を用いて、一般の局所化関手を計算する明確な方法を導入する。また、これを用いて pure-injective 分解を関手的に構成する方法を与える。</p> <p>第3章では、コサポートに関する問題を取り扱う。一般に環に対するコサポートを計算することは非常に難しく、あまり多くのことは知られていない。この章では、体上のアフィン環のコサポートが、環のスペクトラムと一致するという、今後基本的になると思われる結果を証明する。また、この事実を用いて、基礎体の濃度が \aleph_1 の場合に、アフィン環の極小 pure-injective 分解の各項を完全に特定する。さらに、Gruson によって提示された予想の一部の一部に対して、肯定的な解答を与える。</p> <p>第4章では、Herzog が導入した一般化局所コホモロジーを取り扱う。特に、Saremi と Mafi による 2013 年の結果を拡張し、証明の簡略化も与える。この局所コホモロジーの一般化は、第1章で考えるものとは異なるが、特別な場合に類似を見出すこともできることを章の最後に述べる。</p>			

論文審査結果の要旨

Grothendieckが導入した局所コホモロジーは代数幾何の局所理論としての可換環論に大きな恩恵をもたらし、今日の可換環研究には必要不可欠な道具である。また、GreenleesとMayは可換ネータ環の導来圏において局所コホモロジーの右随伴がイデアルによる完備化の左導来関手であることを示し、それを局所ホモロジーと呼んだ。本論文ではこれら局所コホモロジーと局所ホモロジーの概念をBousfield余局所化とBousfield局所化の観点から統一的に考察している。

R を可換ネータ環として固定し、 $D=D(\text{Mod-}R)$ は R 上の(一般的に非有界,無限生成コホモロジー加群を持つ)鎖複体の全てから構成される導来圏を表す。この D が本論文の研究対象である。 D 上のBousfield余局所化関手は冪等なendofunctorである。まず、この関手の形をそのサポートの次元が0の時に完全に決定したことは、この論文で初めて示されたことである。また、この論文の主結果の一つとして、このような余局所化関手に対してlocal duality principleと呼ぶ原則的な同型が証明されている。そしてこれを使って、局所コホモロジーに関するGrothendieck消滅定理と同じ結果が得られることを示したことは大きな結果である。

さらに余局所化関手の研究とは双対的議論によって局所化理論が展開される。これについても同様の議論を行い、Gruson-Raynaudの古典的定理がこれらの考察の元で自然に証明されることを示している。また、full cosupport problem という未解決問題を体上のアフィン代数の場合に証明を与えている。

本論文で与えられているこれらの結果は全てオリジナリティの高いものであり、三角圏としての D の研究に今後の基準となる一定の結果を与えていると言える。実際に、この論文の結果の一部であるlocal duality principleについては、国際的専門誌Journal of Pure and Applied Algebraに掲載が決まっている。また、本論文の後半部分についても2編以上の論文にまとめられる予定である。このように本論文の内容は、学位論文として期待される内容を大きく上回る成果を含んでいると判断できる。