

二期間企業価値最大化モデル

宮 本 勝 浩

(関西大学)

第1節 はじめに

経済学では、「利潤最大化」が企業行動の基本原則である。その理論を費用の面から分析すると、「費用最小化原理」とも言える。しかし、経営学においては、このマイクロ経済学における「利潤最大化原理」以外のさまざまな企業行動原理が考察されている。特に最近では、「企業価値最大化原理」が経営学では企業行動原理の主流になってきている。本論文では、この現時点における企業価値最大化をはかる「企業現在価値最大化原理」に基づく企業行動を、二期間の数理モデルを用いて分析し、株主、経営陣、従業員のそれぞれの目的関数を最大化する均衡点は一致しないことを証明する。

第2節 経済モデル

本論文では、二期間にわたる企業行動を分析する。このモデルで用いられる記号は次のように定義される。

企業価値： V

生産関数： $Y = F(K, L)$ 、一次同次の生産関数を仮定する

労働： L

資本： K

投資： I

生産物価格： P

賃金率： w

利率： i

資本労働比率： k

従業員一人当たりの企業価値： $v = \frac{V}{L}$

第3節 株主の目的関数の最適化

モディリアーニ＝ミラーは、税の影響がないと仮定する場合には、株価総額と負債総額の和である企業価値 (V) が、ネット・キャッシュ・フロー (NCF) を市場利率で割り引いた現在価値に等しい

という「モディリアーニ＝ミラーの定理」を発見した。株主にとっての資産価値は株価総額のことであり、また負債総額は過去の負債発行・償還政策によりすでにその処理方法は決まっているので、株主にとっての企業価値最大化とは株価総額の最大化のことであり、それはネット・キャッシュ・フローの現在価値を最大化することを意味する。

企業価値は次式で表わされる。

$$V = P \cdot F(K, L) - w \cdot L - I \quad (1)$$

ここで、 $P = 1$ と基準化する。そして(1)式を L で割り、一人当たりの企業価値 v を求める。さらに、一人当たりの生産関数を $f(k)$ で表わすと、 v は次式で表わされる。

$$v = f(k) - w - \frac{k \cdot I}{K} \quad (2)$$

ここで、 $\frac{I}{K}$ は資本の増加率 $\left(\frac{\Delta K}{K}\right)$ の関数であると仮定する。

[ベンローズ効果]

企業の成長が早いときは、十分に経験を積んだ経営能力のある人材は不足しやすいので、この結果投資費用を高めていく必要があると指摘したのはベンローズであり、これを「ベンローズ効果」と呼び、宇沢弘文はこれを次式で表わした。

$$\frac{I}{K} = \Phi\left(\frac{\Delta K}{K}\right) = \Phi(g) \quad (3)$$

但し、 $g = \frac{\Delta K}{K}$, $\Phi' > 0$, $\Phi'' < 0$.

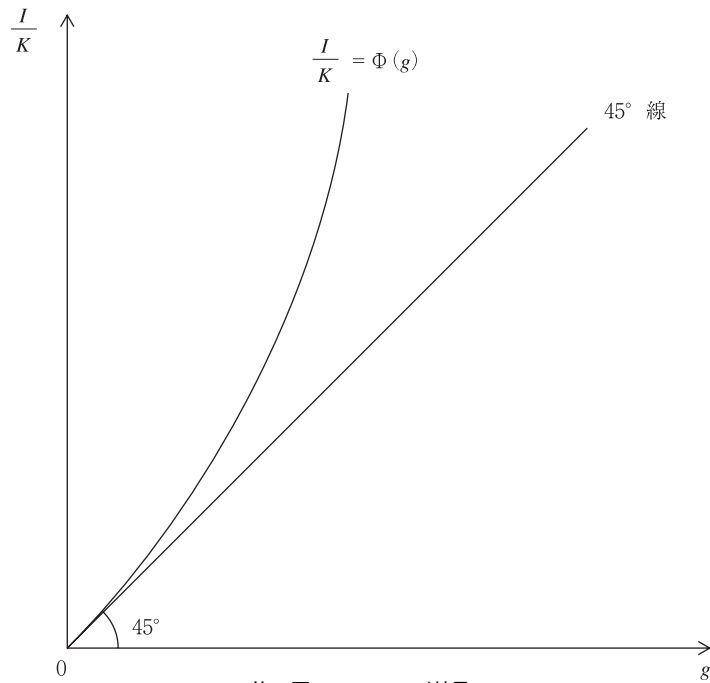
ここで、二期間の一人当たりの企業の現在価値を v 、一期目の v を $v(1)$ 、二期目の v を $v(2)$ で表わすと、二期間の従業員一人当たりの企業現在価値 v は次式で示される。

$$\begin{aligned} v &= v(1) + v(2) \\ &= f(k) - w - k \cdot \Phi(g) + \frac{1}{1+i} [f(k) - w - k \cdot \Phi(g)] \\ &= \frac{2+i}{1+i} [f(k) - w - k \cdot \Phi(g)] \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\Phi(g) = \Phi(n) = a$ と仮定する。つまり資本の成長率を一定の n と仮定して、その時の Φ の値を一定の値 a とする。

その結果、 v は次式で表わされる。

$$v = \frac{2+i}{1+i} [f(k) - w - a \cdot k] \quad (5)$$



第1図 ペンローズ効果

ここで、企業は損失のある時は生産活動を停止すると仮定すれば、生産活動を行っているときは次式が成立している。

$$f(k) - w - a \cdot k \geq 0 \tag{6}$$

この v の最大化の必要条件は次式で表わされる。

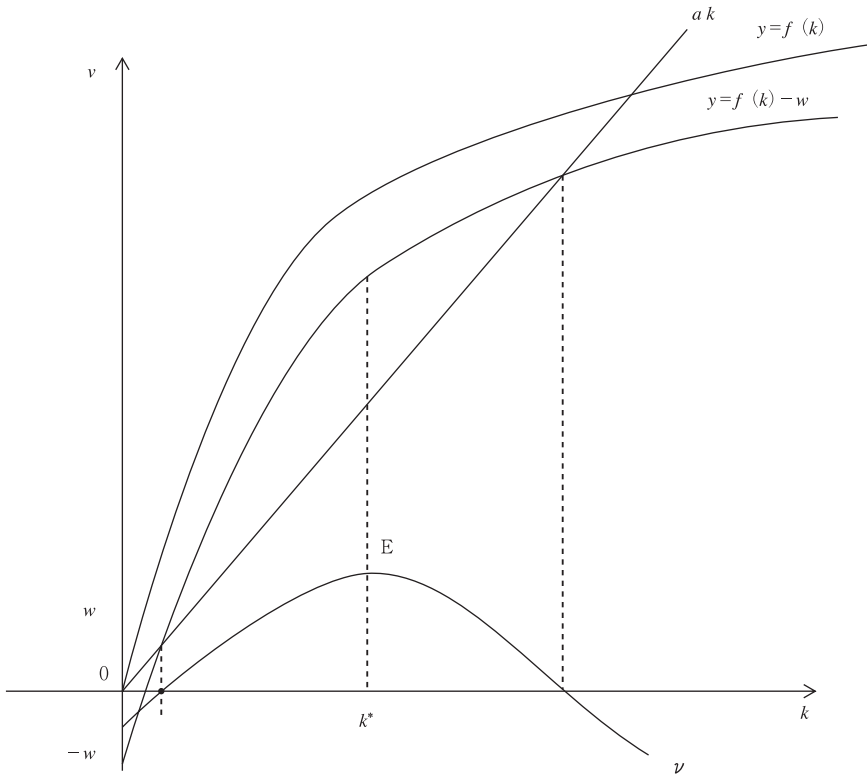
$$\frac{\partial v}{\partial k} = [f'(k) - a] \cdot \frac{2+i}{1+i} = 0 \tag{7}$$

ここで、 $f'(k) = a$ が成立する時の k は、一人当たり企業の現在価値を最大化する最適な k^* となる。この時、企業の現在価値最大 v^* が成立する。

$$k < k^* \text{ の時, } \frac{\partial v}{\partial k} > 0$$

$$k = k^* \text{ の時, } \frac{\partial v}{\partial k} = 0$$

$$k > k^* \text{ の時, } \frac{\partial v}{\partial k} < 0$$



第2図 一人当たり企業の現在価値最大値

(v と w の関係)

一人当たり企業の現在価値と賃金率の関係は次式で表わされる。このことから、賃金率が上昇すれば、一人当たり企業の現在価値は減少することになる。

$$\frac{\partial v}{\partial w} = -\frac{2+i}{1+i} < 0 \quad (8)$$

(w と k の関係)

賃金率と一人当たり資本の関係は次式で表わされる。

$$\frac{\partial w}{\partial k} = [f'(k) - a] \quad (9)$$

このことから、 k の値が v を最大にする最適な k^* より小さい時には、一人当たり資本の上昇は賃金率を引き上げるが、 k の値が k^* より大きいときには、一人当たり資本の上昇は逆に賃金率を引下げる。

$$k < k^* \text{ の時, } \frac{\partial w}{\partial k} > 0$$

$$k = k^* \text{ の時, } \frac{\partial w}{\partial k} = 0$$

$$k > k^* \text{ の時, } \frac{\partial w}{\partial k} < 0$$

(v と i の関係)

一人当たり企業の現在価値と利子率の関係は次式で表わされる。このことから、利子率が上昇すると一人当たり企業の現在価値は減少する。

$$\frac{\partial v}{\partial i} = -\frac{[f(k) - w - a \cdot k]}{(1+i)^2} < 0 \quad (10)$$

(i と k の関係)

利子率と一人当たり資本の関係は次式で表わされる。

$$\frac{\partial i}{\partial k} = \frac{(2+i) \cdot [f'(k) - a]}{[f(k) - w - ak]} \quad (11)$$

このことから、 k の値が v を最大にする最適な k^* より小さい時には、一人当たり資本の上昇は利子率を引き上げるが、 k の値が k^* より大きいときには、一人当たり資本の上昇は逆に利子率を引下げる。

$$k < k^* \text{ の時, } \frac{\partial i}{\partial k} > 0$$

$$k = k^* \text{ の時, } \frac{\partial i}{\partial k} = 0$$

$$k > k^* \text{ の時, } \frac{\partial i}{\partial k} < 0$$

第4節 経営陣の目的関数の最適化

経営陣は、自分たちの給与、地位などに基づく効用を最大にしたいと願っている。給与、地位などは、一人当たり企業の現在価値、企業収入の増加関数である。また、生産関数を考慮すれば、給与、地位などは、一人当たり企業の現在価値と一人当たり資本の増加関数であると考えられる。その結果、経営陣の効用を決定する経済変数として、企業の現在価値 (v) と売上げを規定する従業員一人当たり資本比率 (k) を取り上げる。そして、経営陣の効用 U は、 v と k の関数で、コブ=ダグラス型であると仮定する。

$$U = U(v, k) = A \cdot v^a \cdot k^{(1-a)} \quad (12)$$

ここで $0 < a < 1$ であると仮定する。

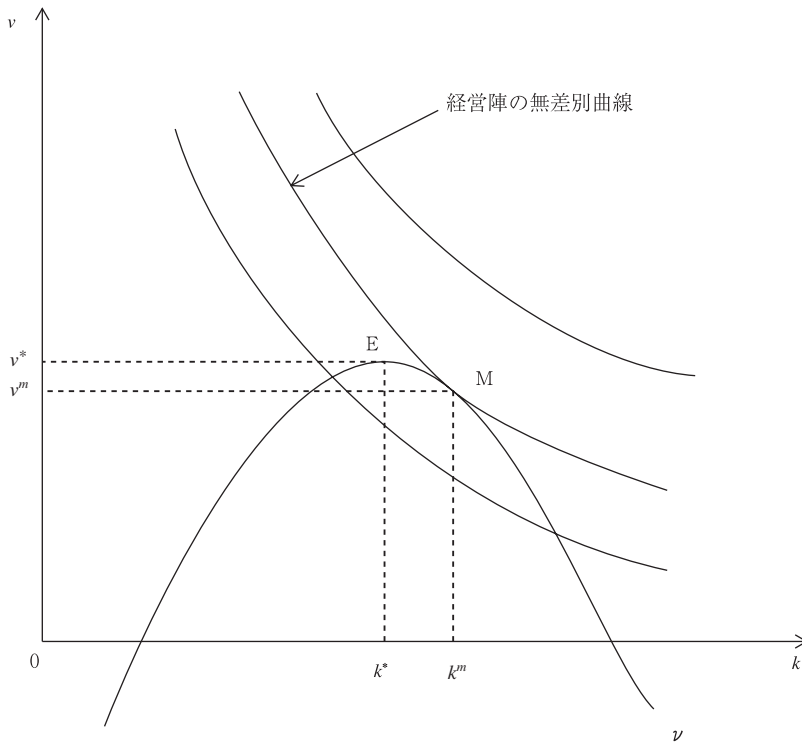
この経営陣の効用関数の限界代替率は次式で表わされる。

$$\frac{\partial v}{\partial k} = \frac{a-1}{a} \cdot \frac{v}{k} \quad (13)$$

(13)式より、経営陣の効用関数の限界代替率は $0 < a < 1$ であるから、マイナスの値である。それ故に、経営陣の無差別関数と企業価値関数との接点は、企業価値を最大化する k 点よりも右に来ることが理解できる。それ故、一人当たり企業の現在価値最大化をもたらす k^* 点と経営陣の効用関数最大をもたらす k 点の値 k^m とは異なることが証明される。そして、株主の満足を最大化する企業価値と v^* 経営陣の効用の最大化をもたらす企業価値 v^m は異なることも立証された。

(第4節の結論)

- (1) 第3図より、経営陣の効用最大化を満たす k の値 k^m は、 k^* より大きく、また企業の現在価値 v^m は v^* より小さくなる。つまり、経営陣の効用最大点では、一人当たり企業の現在価値は、株主



第3図 経営陣の効用最大値

の満足最大点の一人当たり企業の現在価値 v^* よりも少ない。

- (2) また、経営陣の効用最大点における一人当たり資本の値 k^m は、株主の満足最大点の一人当たり資本 k^* より大きくなることが示された。

第5節 従業員の目的関数の最適化

従業員は経営陣とバーゲニングを行う。そして、従業員は自己の効用の最大化をはかる。効用は賃金、勤務先のステイタス、昇進などに依存する。そして従業員の効用 U は高い賃金を得ることと、さらに企業価値が高まることにより効用を高めると仮定する。それ故に、本節では賃金は一定ではなく、変数として分析する。従業員の効用は賃金率 (w) と売上を規定する一人当たり資本 (k) の関数であり、この二変数の増加はともに効用を増加させると仮定する。

まず、企業の現在価値の等価曲線を求める。

$$v = \frac{2+i}{1+i} \cdot [f(k) - w - a \cdot k] \tag{4}$$

より、等価曲線の勾配を求めると次式が得られる。

$$\frac{\partial w}{\partial k} = [f'(k) - a] \tag{14}$$

(14)式より、企業価値等価曲線は第4図のようになる。

賃金率が上昇すると一人当たりの企業の現在価値は減少する。そして、一人当たり資本の上昇は一人当たり企業の現在価値を引き上げる。それ故に、一人当たり企業の現在価値等価曲線は第4図に描かれているように、上に凸となる。

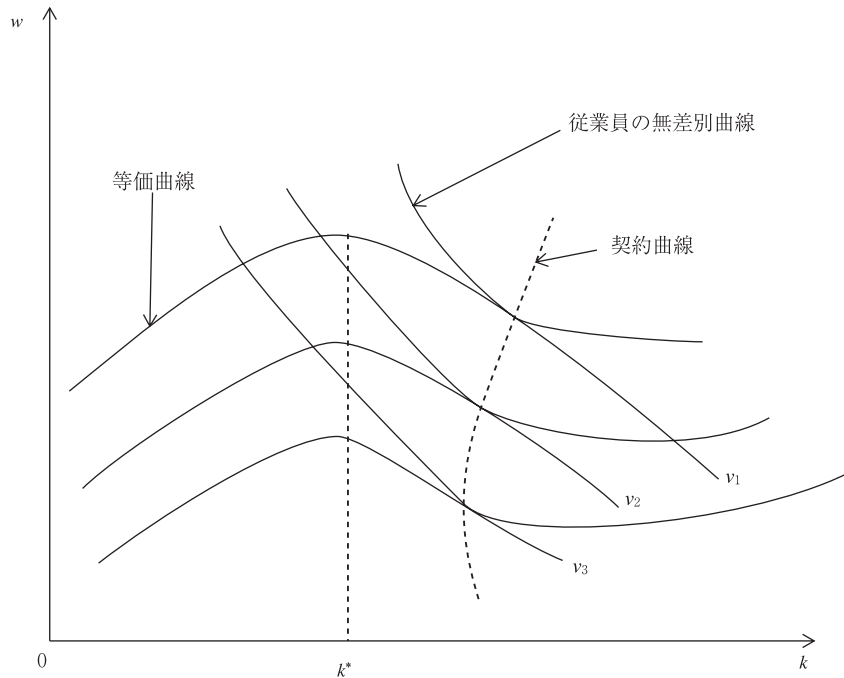
- $k < k^*$ の時は、等価曲線の接線の勾配は正
- $k = k^*$ の時は、等価曲線の接線の勾配は0
- $k > k^*$ の時は、等価曲線の接線の勾配は負となる。

他方、従業員の効用は、賃金 (w) と一人当たり資本 (k) により決まると仮定する。そして、コブ＝ダグラス型を仮定する。

$$U = U(w, k) = B \cdot w^\beta \cdot k^{(1-\beta)} \tag{15}$$

但し、 $0 < \beta < 1$ と仮定する。

従業員の無差別曲線の限界代替率を求めると、次式が得られる。



第4図 従業員の効用最大値

$$\frac{\partial w}{\partial k} = \frac{(\beta - 1)}{\beta} \cdot \frac{w}{k} < 0 \quad (16)$$

従業員の無差別曲線の限界代替率は、 $0 < \beta < 1$ であるので、マイナスの値となる。その結果、従業員の無差別曲線は等価曲線と k^* より右の領域で接する。つまり、その接点が従業員の効用最大の点であり、その時の k の値は株主の満足最大の k の値、つまり企業の現在最大価値最大の値をもたらす k^* よりも大きい値となる。つまり、株主の満足最大をもたらす k の値である k^* と従業員の効用最大の k の値は異なることが証明された。

(i と w の関係)

利子率と賃金率の関係を求めると次式が得られる。

$$\frac{\partial w}{\partial i} = -\frac{[f(k) - w - a \cdot k]}{(1+i) \cdot (2+i)} < 0 \quad (17)$$

利子率が上昇すると賃金率は減少する。しかし、企業の現在価値に対する影響は明確ではない。それは、利子率の上昇は先に分析したように、企業の現在価値を引下げるが、同時に賃金率を引下げる。その賃金率の引下げは企業の現在価値を引き上げる。その影響の大きさの比較により、利子率の企業の現在価値への影響が決まる。それを数式で分析する。

(v と i の関係)

一人当たり企業の現在価値と利率の関係は次式で表わされる。

$$\frac{\partial v}{\partial i} = - \frac{[f(k) - w - a \cdot k] - (1+i) \cdot (2+i) \cdot [f'(k) - a]}{(1+i)^2} \quad (18)$$

この(18)式の符号を求める。

$$k < k^* \text{ の時, } \frac{\partial v}{\partial i} < 0$$

$$k = k^* \text{ の時, } \frac{\partial v}{\partial i} \text{ 符号は不明}$$

$$k > k^* \text{ の時, } \frac{\partial v}{\partial i} \text{ 符号は不明}$$

このことから、 k の値が v を最大にする最適な k^* より小さい時には、利率の引き上げは一人当たり企業の現在価値を引下げる。しかし、 k の値が k^* より大きいときには、利率と一人当たり企業の現在価値の関係は不明である。

以上の分析から、 $k < k^*$ の時には利率が上昇すると、賃金率は引下げられ、さらに企業の現在価値は引下げられる。しかし、それ以外の時は利率の引き上げは、企業の現在価値に対してどのような影響を与えるかは数式から考えても不明である。

(第5節の結論)

- (1) 従業員の効用最大点の k の値は、株主の満足最大の値 k^* の値よりも大きい値となる。
- (2) 経営陣と従業員のバーゲニングによる均衡の k の値は、企業の現在価値最大の値 k^* の値よりも大きくなる。
- (3) 従業員組合の力が強いほど、均衡点は上に行く。その時、企業の現在価値は減少する。
- (4) 逆に、経営陣の力が強いと、均衡点は下に来る。その時、企業の現在価値は増加する。

(参 考 文 献)

1. 青木 昌彦, 『現代の企業』, 岩波書店, 1984.
2. 宮本 勝浩, 『移行経済の理論』, 中央経済社, 2004.
3. Modigliani, F. and Miller M., "The Cost of Capital, Corporation Finance, Theory of Investment," American Economic Review, June, pp.261-297, 1958.
4. Odagiri, H., The Theory of Growth in a Corporate Economy: Management Preference, Research and Development, and Economic Growth, Cambridge University Press, 1981.
5. 小田切 宏之, 『企業経済学』, 東洋経済新報社, 2000.
6. Uzawa, H., "Time Preference and the Penrose Effect in a Two-Class Model of Economic Growth," Journal of political Economy, Vol.77, PartII, pp.628-652, 1969.

The Maximization of Enterprise Value in a Two-Period Model

Katsuhiro Miyamoto

This article analyzed about the maximization enterprise value with two period. In the microeconomics theory, the principle of enterprise behavior is profit maximization.

But, the management theory has many kinds of principles of enterprise behavior. On this article, enterprise value maximization is assumed one of the most important principles of enterprise behavior. This article analyzed about the two-period model. Therefore, the enterprise value of two period is the present enterprise value.

On this article, we have three kinds of economic subjects. They are stockholder, management personnel and employee. The stockholder wants to maximize the present enterprise value. The management personnel wants to maximize his utility which depends on his income and position. The employee wants to maximize his utility which depends on his wage and the size of enterprise.

According to our analysis, this article proved that the equilibrium point of present enterprise value maximization is different from the equilibrium point of the management personnel's utility maximization, and the equilibrium point of present enterprise value maximization is also different from the equilibrium point of the employee's utility maximization.