

# 二酸化炭素と水蒸気濃度変動に関する モニン・オブコフ相似則

牛川希望 (岡山大学大学院自然科学研究科)

岩田 徹・三浦健志 (岡山大学環境理工学部)

はじめに

野外観測期間中、気象要素のモニター記録には興味深い特徴が示されることがある。その典型的な例として、2003年8月1日12:00~12:05に水稲群落上で観測した鉛直風速変動 $w'$ 、二酸化炭素変動 $c'$ 、水蒸気変動 $q'$ の時間変化を図1に示す。 $c'$ と $q'$ は逆相関であるが非常によく似た変化を示し、 $w'$ と $c'$ 、 $w'$ と $q'$ の相関は、 $c'$ と $q'$ の相関ほどはっきりしていない。気象要素によって高い相関と低い相関が生じるのは

なぜかという疑問を明らかにすることが我々の研究動機である。同じような現象について、Hill (1989) はモニン・オブコフ相似則に基づいてスカラー量間の相関係数についての理論を展開し、Liu *et al.* (1998) は水蒸気変動と気温変動の相関係数を求めている。本報では、二酸化炭素変動と水蒸気変動の相関に関する特徴を、観測に基づいて、見いだそうとした。得られた結果を報告する。

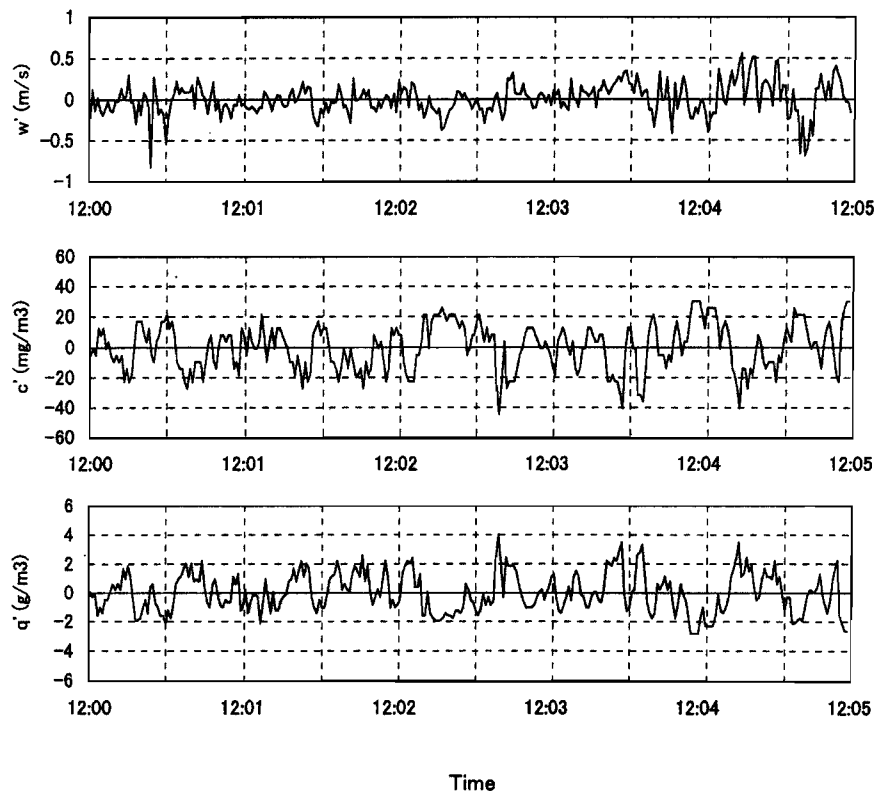


図1 水稲群落上で観測した鉛直風速変動 $w'$ 、二酸化炭素濃度変動 $c'$ 、水蒸気濃度変動 $q'$ のモニター記録  
(測定日時：2003年8月1日12:00~12:05)

## 基本式

### 1) 二つのスカラー量の相関係数

我々はモニン・オブコフ相似則が成立することを仮定する。すなわち、気象要素の統計量 $F$ が、 $F$ と同じ次元を持つスケーリングパラメータ $F_*$ で規格化されるとき、 $F/F_*$ は大気の安定度によって一義的に決まると仮定する。今、風速成分を $u$ と $w$ 、摩擦速度を $u_* = (-\overline{w'u'})^{1/2}$ 、スカラー量 $x$ の標準偏差を

$\sigma_x$ 、スケーリングパラメータを $x_* = (-\overline{w'x'})/u_*$ とすれば、 $\sigma_x/|x_*|$ は安定度のパラメータ $\zeta (= -kz(g/T) \overline{w'T'}/u_*^3)$ の普遍関数 $B_x \phi(\zeta)$ で表せる。ただし、 $\overline{\quad}$ は平均値、 $'$ は平均値からの偏差、 $z$ は測定高度、 $k$ はカルマン定数、 $g$ は重力の加速度、 $T$ は温度である。

$$\sigma_x/|x_*| = B_x \phi(\zeta) \quad (1)$$

ここで、 $B_x$ は $\zeta$ によらない定数である。式(1)の右辺の関数形は実測データで決まるものであるが、最も単純な系として、スカラー量の $\phi(\zeta)$ は同じ形の安定度関数で近似できると仮定する。 $x$ に二酸化炭素密度 $c$ や水蒸気密度 $q$ を代入すると、

$$\sigma_c/|c_*| = B_c \phi(\zeta) \quad (2)$$

$$\sigma_q/|q_*| = B_q \phi(\zeta) \quad (3)$$

となる。式(2)と式(3)から次式が得られる。

$$\sigma_c \sigma_q / |c_* q_*| = B_c B_q [\phi(\zeta)]^2 \quad (4)$$

また、 $c$ と $q$ の相関係数 $|R_{cq}|$ は次式で定義される。

$$|R_{cq}| = \overline{c' q'} / (\sigma_c \sigma_q) \quad (5)$$

式(4)、(5)から、

$$\overline{c' q'} / |c_* q_*| = |R_{cq}| B_c B_q [\phi(\zeta)]^2 = B_{cq} [\phi(\zeta)]^2 \quad (6)$$

ただし、

$$B_{cq} = |R_{cq}| (B_c B_q) \quad (7)$$

である。また、式(2)、(3)、(6)より、次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} [\phi(\zeta)]^2 &= [(\sigma_c/|c_*|)/B_c]^2 \\ &= [(\sigma_q/|q_*|)/B_q]^2 \\ &= (\overline{c' q'} / |c_* q_*|) / B_{cq} \end{aligned} \quad (8)$$

$\overline{c' q'}$ と $B_{cq}$ は、 $B_c \neq B_q$ のとき、次の二つの組み合わせが考えられる (例えば、De Bruin *et al.*, 1993)。

$$B_{cq} = B_c^2, \quad \overline{c' q'} = \sigma_c^2 |q_*| / |c_*| \quad (9)$$

$$B_{cq} = B_q^2, \quad \overline{c' q'} = \sigma_q^2 |c_*| / |q_*| \quad (10)$$

式(9)あるいは式(10)を式(7)に代入すると、相関係数が求まるが、相関係数は $|R| \leq 1$ と制限されているので、 $B_c > B_q$ あるいは $B_c < B_q$ により次のような組み合わせになる。

$$\left. \begin{aligned} |R_{cq}| &= B_c / B_q & (B_q > B_c) \\ |R_{cq}| &= B_q / B_c & (B_c > B_q) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$B_c = B_q$ のときは、式(11)より

$$|R_{cq}| = 1 \quad (12)$$

となる。これは、モニン・オブコフ相似則が二つのスカラー量に有効で、そのスカラー量の安定度の無次元関数が等しいとき、二つのスカラー量の相関係数が1になると論じたHill (1989)の結果と一致する。

## 2) 鉛直風速とスカラー量の相関係数

モニン・オブコフ相似則より、摩擦速度 $u_*$ で規格化した鉛直風速 $w$ の標準偏差 $\sigma_w/u_*$ は、安定度のパラメータ $\zeta$ の関数 $A_w \phi_w(\zeta)$ と表せる。

$$\sigma_w/u_* = A_w \phi_w(\zeta) \quad (13)$$

ただし、 $A_w$ は定数である。また、鉛直風速 $w$ とスカラー量 $x$ の相関係数は次式で定義される。

$$|R_{wx}| = \overline{w' x'} / (\sigma_w \sigma_x) \quad (14)$$

式(1)、(13)、(14)から次のように変形できる。

$$|R_{wx}| = 1 / [A_w B_x \phi_w(\zeta) \phi(\zeta)] \quad (15)$$

$x$ に二酸化炭素密度 $c$ や水蒸気密度 $q$ を代入すると、

$$|R_{wc}| = 1 / [A_w B_c \phi_w(\zeta) \phi(\zeta)] \quad (16)$$

$$|R_{wq}| = 1 / [A_w B_q \phi_w(\zeta) \phi(\zeta)] \quad (17)$$

となる。これらと式(11)を組み合わせると、次の関係式を得る。

$$|R_{wc}| = |R_{cq}| \cdot |R_{wq}| \quad (B_c > B_q) \quad (18)$$

$$|R_{wq}| = |R_{cq}| \cdot |R_{wc}| \quad (B_q > B_c) \quad (19)$$

## 観測方法

観測は2003年8月の晴天日（15日間）に、岡山大学農学部付属八浜農場の水稲群落上で実施された。実験農場は約300×300m<sup>2</sup>の面積をもち、周辺は同様の水稲群落が広がっている。吹走距離は500m以上である。卓越風は南東から南西であり、観測期における水稲群落の高さは約1mであった。水稲群落上1.65mの高さに、三次元超音波風速温度計（KAIJO, DA-600）、二酸化炭素-水蒸気センサー（LI-COR, LI-7500）を取り付けた。両測定器の取り付け間隔は約20cmであるが、主風向に直交する向きに設置している。これらの渦相関測定器からの出力信号をデジタル化し、10Hzでハードディスクに保存する。データ解析時には、(1)風速計の傾斜補正と風向方向への座標変換、(2)横風補正、(3)直線回帰によるトレンド除去を行った。乱流フラックスや他の乱流統計

値は30分データを使って計算した。ただし、弱風時のフラックスは乱れが大きいというMiyata（2001）の研究を参考にして、摩擦速度 $u_*$ が0.05ms<sup>-1</sup>未満のデータは排除した。

## 結果と考察

### 1) 無次元標準偏差

八浜農場の水稲群落上で得られた鉛直風速 $w$ の無次元標準偏差 $\sigma_w/u_*$ を安定度のパラメータ $\zeta$ の関数として図2に示す。安定成層時（ $\zeta > 0$ ）には、 $\sigma_w/u_*$ は $1.2(1+2.0\zeta)^{1/3}$ で表せる。 $\zeta \approx 0$ の中立成層時には $\sigma_w/u_* = 1.2$ である。この値は水平方向の一様性が保障された場所で観測した値に一致しており（e.g., Wyngaard *et al.*, 1971; Panofsky and Dutton, 1984; Maitani and Ohtaki, 1987）、八浜実験農場が野外観測に適した条件を備えていることを示唆している。不安定度（ $\zeta < 0$ ）が強くなるにつれ、 $\sigma_w/u_*$ も増加し、自由対流領域では、 $\sigma_w/u_* = 1.2(1-2.0\zeta)^{1/3}$ で表せる。このような結果も多くの研究者によって確認されている（e.g., Wyngaard *et al.*, 1971; Maitani and Ohtaki, 1987; Stull, 1988; De Bruin *et al.*, 1993）。

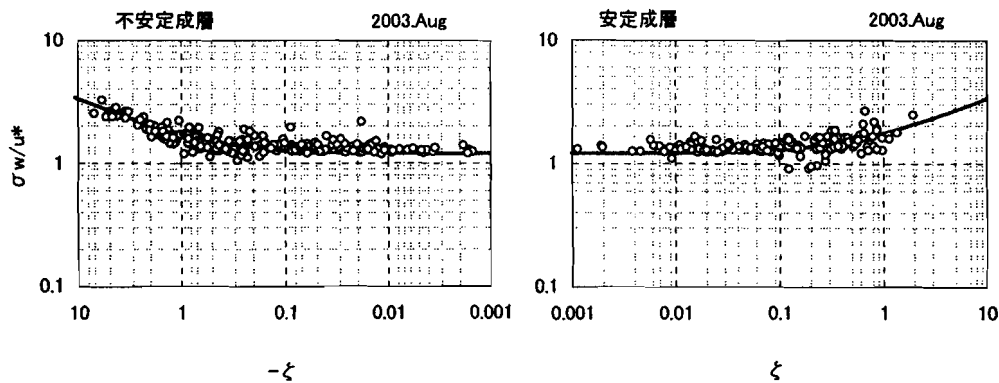


図2 鉛直風速の無次元標準偏差 $\sigma_w/u_*$ と安定度パラメータ $\zeta$ との関係

図3に $c$ 、 $q$ の無次元標準偏差 $\sigma_c/|c_*|$ 、 $\sigma_q/|q_*|$ を $\zeta$ の関数として示す。 $\sigma_c/|c_*|$ と $\sigma_q/|q_*|$ は中立成層時にはそれぞれ $B_c=3.0$ 、 $B_q=2.9$ の値をとる。これら中立成層時の値と、 $\sigma_c/|c_*|$ と $\sigma_q/|q_*|$ は不安定成層が強くなり自由対流領域になると $\zeta^{-1/3}$ に比例して減少し、安定成層では $\zeta^{1/3}$ に比例して増加すると仮

定して（e.g., Ohtaki, 1985; Ohtaki and Oikawa, 1991）、それぞれの係数を決めることにした。ただ、プロットした値が乱れているので（安定成層時に著しい）、値が集中している所を通るように係数を決めた。図中に実線で示した関数形は次の通りである。

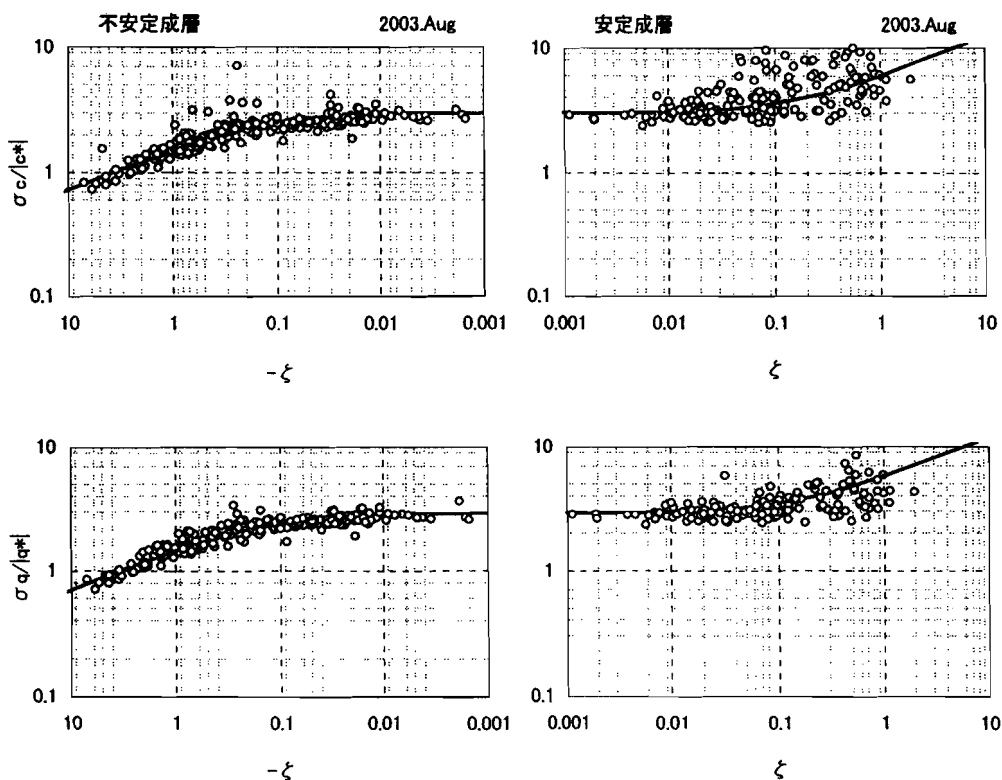


図3 二酸化炭素濃度、水蒸気濃度の無次元標準偏差  $\sigma_c/|c^*|$ 、 $\sigma_q/|q^*|$  と安定度パラメータ  $\zeta$  との関係

不安定時 ( $-10 < \zeta < 0$ )

$$\sigma_c/|c^*| = 3.0(1 - 7.0\zeta)^{-1/3}$$

$$\sigma_q/|q^*| = 2.9(1 - 7.0\zeta)^{-1/3}$$

安定時 ( $0 < \zeta < 2$ )

$$\sigma_c/|c^*| = 3.0(1 + 7.0\zeta)^{-1/3}$$

$$\sigma_q/|q^*| = 2.9(1 + 7.0\zeta)^{-1/3}$$

今回、水稻群落上で測定した  $\sigma_c/|c^*|$  と  $\sigma_q/|q^*|$  が同じような安定度依存性を示す結果となったが、 $c$  と  $q$  の変動が、主として水稻葉面での光合成・蒸散活動に律されていることを反映しているものと思われる。

ここでは示していないが、気温変動の標準偏差 ( $\sigma_T$ ) を摩擦温度  $T_* = -\overline{w'T'}/u_*$  で規格化した  $\sigma_T/|T_*|$  の特徴について触れておく。中立成層とみなせる  $|\zeta| < 0.03$  の範囲では、顕熱フラックス ( $\overline{w'T'}$ ) が小さくなるので摩擦温度  $T_*$  は小さくなり、 $\sigma_T/|T_*|$  が10より大きな値となる。しかし、大気が不安定成層である  $-10 < \zeta < -0.03$  の範囲では、 $\sigma_c/|c^*|$  や  $\sigma_q/|q^*|$  と同じような安定度依存性を示し、 $\sigma_T/|T_*| = 3.0(1 - 7.0\zeta)^{-1/3}$  で近似できる。この場合、気層が十分

な乱流状態にあるので、水稻群落上での温度、二酸化炭素、水蒸気の変動が相似的な振る舞いをしていえることができる。安定成層時 ( $0.03 < \zeta < 10$ ) には、 $\sigma_T/|T_*|$  は1~3の範囲で変化し、 $\sigma_c/|c^*|$  や  $\sigma_q/|q^*|$  は安定度変化に敏感ではない。我々は、この安定成層時の現象を調べることで、熱と物質(二酸化炭素、水蒸気)の変動特性の相似性・非相似性の条件を理解するヒントに繋がるのではないかと注目している。もう少しデータを蓄積し、その結果をまとめて報告する予定である。

## 2) 相関係数

$w$  と  $c$  の相関係数  $|R_{wc}|$ 、 $w$  と  $q$  の相関係数  $|R_{wq}|$ 、 $c$  と  $q$  の相関係数  $|R_{cq}|$  と  $\zeta$  の関係を図4に示す。 $|R_{wc}|$  と  $|R_{wq}|$  はよく似た安定度依存性を示す。中立成層時には、 $|R_{wc}| = 0.28$ 、 $|R_{wq}| = 0.29$  である。安定成層時には、安定度が増すにつれ  $w$  と  $c$ 、 $q$  の相関が低くなる。 $\zeta = 1$  のときには、 $|R_{wc}|$  と  $|R_{wq}|$  はともに0.1である。不安定成層時には、 $|R_{wc}|$  と  $|R_{wq}|$  は不安定度が増すにつれて増加するが、 $\zeta = -10$  程度で一定値となる。その値は  $|R_{wc}| = 0.42$ 、 $|R_{wq}| = 0.44$  である。

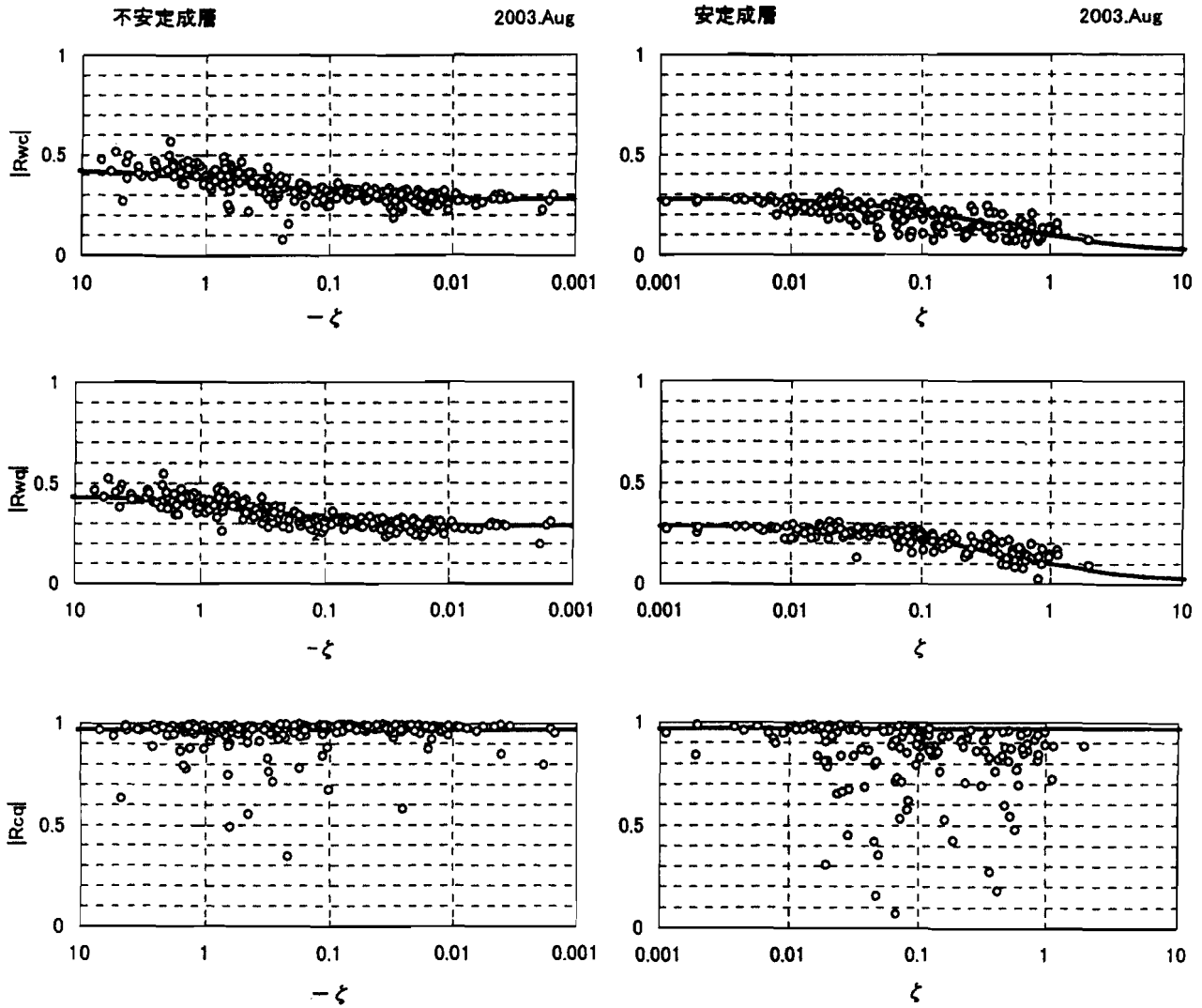


図4 相関係数  $|R_{wc}|$ 、 $|R_{wq}|$ 、 $|R_{cq}|$  と安定度パラメーター  $z$  との関係

一方、 $|R_{cq}|$  は多少乱れているが、安定成層時には0.90~0.98、不安定成層時には0.95~0.99の値を示す。この結果は、 $B_c=3.0$ 、 $B_q=2.9$ で与えられるときの式(11)で予想された値0.97と一致し、更に式(18)と(19)の正当性を支持している。水稻群落上では、二酸化炭素は、昼間下向き、夜間上向きに輸送される。日出直後と日没直前にその輸送の方向が変わる。しかし、水蒸気は、灌漑水や豊富な土壌水分のため、ほとんど終日、上向に輸送されている。 $|R_{cq}|$  の乱れは、二酸化炭素の輸送方向が変化する時間帯のデータによるものが多い。

温度変動と二酸化炭素や水蒸気変動との相関係数の特徴を略述しておく。不安定成層時 ( $-10 < z < -0.03$ ) には、気温と二酸化炭素、水蒸気間の相関は高い。 $|R_{tc}| = |R_{tq}| = 0.7 \sim 0.8$ である。中立成層 ( $|\zeta| < 0.03$ ) では、 $|R_{tc}|$  と  $|R_{tq}|$  はともに小さく0.1~0.2となる。安定度領域 ( $0.5 < z$ ) では、 $|R_{tc}|$  と  $|R_{tq}|$  は

0.5~0.9の範囲内で乱れている。この結果は、前節で述べたように、安定成層時の観測データが熱と物質(二酸化炭素、水蒸気)の輸送特性の相似性・非相似性を調べるための有効な手がかりとなる可能性を示唆している。

#### まとめ

2003年8月に岡山大学農学部附属八浜農場で測定された鉛直風速、二酸化炭素と水蒸気変動の統計量をモニン・オブコフ相似則の枠組で解析した。二酸化炭素と水蒸気の変動が、水稻葉面での光合成・蒸散活動に律されていると考えて、 $\sigma_c/|c_*|$  と  $\sigma_q/|q_*|$  が同じような安定度依存性を示すと仮定した。観測データは、この  $\sigma_c/|c_*|$  と  $\sigma_q/|q_*|$  の単純化した扱いが可能を示した。しかし、Hill (1989) が指摘しているように、研究対象とする物理量の発生源の位置の相違、熱か物質かという物性的な相違によ

り相関係数の値が異なることが予想される。我々は、安定成層時の観測データにHillの指摘に関する理解を深めるヒントが内在されているように感じている。もう少しデータを蓄積し、その結果をまとめて別の機会に報告する予定である。

最後に、不安定成層時と安定成層時に得られた鉛直風速、二酸化炭素変動、水蒸気変動の無次元標準偏差の関数形をまとめておく。

不安定時 ( $-10 < \zeta < 0$ )

$$\sigma_w / |u_*| = 1.2 (1 - 2.0 \zeta)^{1/3}$$

$$\sigma_c / |c_*| = 3.0 (1 - 7.0 \zeta)^{-1/3}$$

$$\sigma_q / |q_*| = 2.9 (1 - 7.0 \zeta)^{-1/3}$$

$$|R_{wc}| = 1 / [3.6 (1 - 2.0 \zeta)^{1/3} (1 - 7.0 \zeta)^{-1/3}]$$

$$|R_{wq}| = 1 / [3.5 (1 - 2.0 \zeta)^{1/3} (1 - 7.0 \zeta)^{-1/3}]$$

$$|R_{cq}| = 0.97$$

安定時 ( $0 < \zeta < 2$ )

$$\sigma_w / |u_*| = 1.2 (1 + 2.0 \zeta)^{1/3}$$

$$\sigma_c / |c_*| = 3.0 (1 + 7.0 \zeta)^{1/3}$$

$$\sigma_q / |q_*| = 2.9 (1 + 7.0 \zeta)^{1/3}$$

$$|R_{wc}| = 1 / [3.6 (1 + 2.0 \zeta)^{1/3} (1 + 7.0 \zeta)^{1/3}]$$

$$|R_{wq}| = 1 / [3.5 (1 + 2.0 \zeta)^{1/3} (1 + 7.0 \zeta)^{1/3}]$$

$$|R_{cq}| = 0.97$$

## 謝辞

本研究の一部は科学研究費補助金(13308027)を用いて行われた。また、野外観測を快く許可して下さった岡山大学農学部附属八浜農場多田正人主任に感謝します。

## 参考文献

De Bruin, H. A. R., Kosher, W. and Van Den Hurl, B. J. J. M. 1993: A verification of some methods to determine the fluxes of momentum, sensible heat,

and water vapor using standard deviation and structure parameter of scalar meteorological quantities. *Boundary-Layer Meteorol.* 63, 231-257.

Hill, R. J., 1989: Implications of Monin-Obukhov similarity theory for scalar quantities. *J. Atmos. Sci.* 46, 2236-2244.

Liu, X., Tsukamoto, O., Oikawa, T. and Ohtaki, E., 1998: A study of correlations of scalar quantities in the atmospheric surface layer. *Boundary-Layer Meteorol.* 87, 499-508.

Maitani, T. and Ohtaki, E., 1987: Turbulent transport processes of momentum and sensible heat in the surface layer over a paddy field. *Boundary-Layer Meteorol.* 40, 283-293.

Miyata, A., 2001: Observational study on methane exchange between wetland ecosystems and the atmosphere, *Bull. Nat. Inst. Agro-Environ. Sci.* 19, 61-183.

Ohtaki, E. 1985: On the similarity in atmospheric fluctuations of carbon dioxide, water vapor and temperature over vegetated fields. *Boundary-Layer Meteorol.* 32, 25-37.

Ohtaki, E. and Oikawa, T. 1991: Fluxes of carbon dioxide and water vapor above paddy fields. *Int. Biometeorol.* 35, 187-194.

Panofsky, H. and Dutton, J. A. 1984: *Atmospheric turbulence*, Wiley, New York, 397 pp.

Stull, R. B., 1988: *An introduction to boundary layer meteorology*, Kluwer Academic Pub., Dordrecht, 666 pp.

Wyngaard, J. C., Coté, O. R. and Izumi, Y., 1971: Local free convection, similarity, and the budgets of shear stress and heat flux. *J. Atmos. Sci.* 28, 1171-1182.