氏　　　名	菅田　慶
授与した学位	博　士
専攻分野の名称	理　学
学位授与番号	博甲第３１２２号
学位授与の日付	平成１８年　３月２４日
学位授与の要件	自然科学研究科数理電子科学専攻 （学位規則第４条第１項該当）
学位論文の題目	On Homotopy Theory of Some Symmetric Spaces （対称空間のホモトピー論について）
論文審査委員	教授　島川　和久　　教授　清原　一吉　　助教授　吉岡　巌

学位論文内容の要旨

この論文は，二つの部で構成されている．

第一部では，ユニタリー群のホモトピー群における Samelson 積について考察する．ユニタリー群のホモトピー群における Samelson 積については, R. Bott の次の結果がよく知られている： 安定ホモトピー群の生成元 $\alpha \in \pi_{2r+1}(U(t)) \cong \mathbf{Z}$, $\beta \in \pi_{2s+1}(U(t)) \cong \mathbf{Z}$ $(t = r+s+1)$ の Samelson 積 $\langle\alpha,\beta\rangle$ は，最初の非安定ホモトピー群 $\pi_{2t}(U(t)) \cong \mathbf{Z}/t!\{\gamma\}$ の元であるが，関係式 $\langle\alpha,\beta\rangle = r!s!\gamma$ が成り立つ．第一部の主な目的は，最初の非安定ホモトピー群 $\pi_{2t}(U(t))$ におけるこの Bott の結果を, 次の非安定ホモトピー群 $\pi_{2t}(U(t-1))$ に引き戻すことである．

逆に，この結果を非安定ホモトピー群 $\pi_{2t}(U(t))$ に写したときに，Bott の結果が得られるので, ここでの結果は Bott の結果の拡張と言える．また, 第一部では, S^7 上の S^3 - バンドル X に対して，ホモトピー集合 [X,SU(4)] の群構造を計算する．このとき，上の非安定ホモトピー群 $\pi_{2t}(U(t-1))$ における Samelson 積の結果が鍵となっている．

第二部では，既約対称空間の Lusternik-Schnirelmann カテゴリー（略して L-S カテゴリー）について考察する．L-S カテゴリーは，多様体上の滑らかな実関数の臨界点の個数の下限を与える自然数として，L. Lusternik と L. Schnirelmann によって，1934 年に定義されたホモトピー不変量である．多様体の L-S カテゴリー，特に Lie 群の L-S カテゴリーは興味深いが，1975年，W. Singhof は，特殊ユニタリー群 SU(n) とユニタリー群 U(n) の L-S カテゴリーを決定した． 第二部の目的は，古典的な既約対称空間の L-S カテゴリーを計算することである．単連結な既約対称空間は８つのタイプに分類されることが，E. Cartan によって示されたが，この中で，Kahler 多様体であるものの L-S カテゴリーについては容易である．第二部の主な目的は，Singhof の特殊ユニタリー群 SU(n) の L-S カテゴリーの結果の証明のアイデアを用いて, Kahler 多様体でない既約対称空間 SU(n)/SO(n), SU(2n)/Sp(n)（Cartan の分類記号でそれぞれ AI, AII）の L-S カテゴリーを計算することである．

論文審査結果の要旨

この論文は，二つの部分からなっている．

第一部は，ユニタリー群のホモトピー群における Samelson 積に関する考察である．これに関しては，ユニタリー群 U(t) の最初の非安定ホモトピー群 $\pi_{2t}(U(t))$ において成り立つ Bott の関係式が有名であるが，本学位論文で申請者は，Bott の結果を次の非安定ホモトピー群 $\pi_{2t}(U(t-1))$ に引き戻した場合の結果を与えている．逆に，この結果を $\pi_{2t}(U(t))$ に写したときに，Bott の結果が得られるので，申請者の結果は Bott の結果の拡張であると見なすことができる．さらに，第一部では，S^7 上の S^3 束 X に対して，ホモトピー集合 [X,SU(4)] の群構造を決定している．その際，上に述べたユニタリ群のホモトピー群における Samelson 積の結果が重要な鍵となる．

第二部では，既約対称空間の Lusternik-Schnirelmann カテゴリー（略して L-S カテゴリー）に関する考察を行っている．L-S カテゴリーは，多様体上の滑らかな実関数の臨界点の個数の下限を与える自然数として，L. Lusternik と L. Schnirelmann により，1934 年に導入されたホモトピー不変量であるが，多様体の幾何学的性質を調べる上で極めて重要な役割を演じることが知られている．本論文の主要な考察対象である単連結な既約対称空間は八つのタイプに分類されることが，E. Cartan によって示されているが，このうち，Kahler 多様体であるものの L-S カテゴリーを決定することは容易である．一方，Kahler でないもののそれを決定することは多くの場合，難しい問題であるが，申請者は Singhof による特殊ユニタリー群 SU(n) の L-S カテゴリーの計算法を援用して，SU(n)/SO(n) および SU(2n)/Sp(n)（Cartan の分類記号ではそれぞれ，AI および AII）の L-S カテゴリーを計算することに成功している．

以上のように，本論文は多様体のホモトピー論的性質の研究における重要な結果を与えており，その内容は博士の学位に値するものであると判断される．