子どものたし算ストラテジーについて
—指を用いたストラテジーとCOMPOSITEレベル—

平 井 安 久

1．はじめに

本研究では，小学校1年生の整数の加法計算の問題において，子どもにどのようなレベルのCOMPOSITE UNITが形成されているかを調べ，そのことと子供が用いる道具（具体物，指，暗算）およびストラテジーとの関連について考察することを目的とする。

既にCOMPOSITEのレベルについては，被加数と加数の認識の仕方を別々に考慮することで，具体物を用いたストラテジーでのCOMPOSITEレベル(平井，1992a)や発達によるCOMPOSITEレベルの変容(平井，1992b)について考えてきた。ここでは，指を用いた解法でのCOMPOSITEレベルとストラテジーとの関係を中心に述べることにする。

2．調査内容について

小学校1年生で学習する加法計算の内容にあわせて，20問からなる調査問題を作成し，個別にインタビューをしながら調査をおこなった。調査内容等については，平井（1992a）で述べられているので，その詳細については省略する。調査問題の各項目は表2以降に記す。

3．たし算におけるCOMPOSITEのレベル

3.1 COMPOSITEのレベル

子どもたちのおこなったストラテジーを分析することで，以下(a)~(d)のレベルのCOMPOSITEが存在すると考えられた。これらは被加数をどのように認識するかによって分類されたものである。その全体的概略については平井（1991）に述べたが，その後の修正も含めたものを以下に述べる。

(a) COMPOSITEが欠如しているレベル

このレベルでは，具体物を1個づつ数える以上のことはできない。
このレベルには［具，全］のストラテジーが対応する。

(b) 目に見える具体物がCOMPOSITEとなるレベル

このレベルでは，具体物の集まりを「～個のもの」として認識できる。ただし，それらの具体物は子どもにとって目に見える状態になくてはいけない。対応するストラテジーは［具，全］または［具，全（Ⅰ)］である。

(c) 消去された具体物がCOMPOSITEとなるレベル

このレベルでは，具体物の集まりを「～個のもの」として認識できる。さらにこの具体物の集まりは，指パターンのように次の動作のために消去されてもそのまま認識されている。この点が(b)のレベルと異なる。対応するストラテジーは加数の扱い方によって以下のように分かれる。

［指，全，FF］：被加数は指の曲げ伸ばしで1から順に数えて，そこの指の形が消去された後，加数分を指の曲げ伸ばしによって数え足す。

［指，Ⅰ，PF］（または［指，Ⅰ，PP]）：指パターンだけで被加数を表して，その指の形が

消去された後，加数分を指の曲げ伸ばし（または指パターンを数えること）によって数え足す。

(d) 抽象的なユニットがCOMPOSITEであるレベル

このレベルでは，被加数は具体物や指で表現されず，いわゆる念頭で抽象的に認識できる状態にある。対応するストラテジーは加数の扱い方によって以下のように分かれる。

[具*, Ⅰ] ：加数分を具体物に用いて数え足す。ただしこのストラテジーは加数の扱いについては，[具，全（Ⅰ)] と同じレベルにある。

[指, Ⅰ, -F]：加数分を指の曲げ伸ばしで数え足す。

[ア, Ⅰ] ：加数分の具体物を想い浮かべて数え足す。

[ア, Ⅰ] ：加数分を念頭で数え足す。この場合DOUBLE COUNTINGがおこなわれている。

[ア, 10] ：念頭で加数分解をする。

上記の方法については［道具，ストラテジー，その他の特徴］の順に記し，それらの意味は以下の通りである。

・用いた道具： ア＝暗算，指＝指，具＝具体物（オハジキ）

なお，既知の結果として答えた場合は道具の欄に“—”を入れた。

・ストラテジー

全＝被加数，加数の両方を数えたもの

Ⅰ＝数え足し。加数を数え足したもの。

ⅠB＝数え足し。被加数を数え足したもの。

Ⅱ＝他の演算結果を用いたもの

（例えば，7＋8の計算で，7＋7＝14であるから1大きくして15とすること。）

Ⅲ＝他の演算結果を用いたもの

（例えば，7＋8の計算で，8＋8＝16であるから1小さくして15とすること。）

10＝10の補数関係を用いたもの

記数法＝10進位取記数法に基づいたもの（4＋12などの場合）

なお，既知の結果として答えた場合はストラテジーの欄に“既”を入れた。

・その他の特徴

P＝は指パターンをつくったもの

F＝は指を順に曲げ伸ばししたもの

ただし次節以降ではこれらを組合せたものについても便宜上ストラテジーとよぶことがある。

なお，他の演算結果を用いて答えを求めるストラテジー（[ア，Ⅱ]，[ア，Ⅲ]）については，COMPOSITEレベルとの関係づけは現在のところ明確ではない。

3.2 COMPOSITEのレベルと用いる道具（暗算，指，具体物）との関係

被加数と加数を区別して調べることにより，表1のような関係が考えられる。ただし，表3での内容は，すべての問に共通するものではない。SUBTIZED NUMBER（4以下の数のように即座に認識されると考えられる数）を含む場合は，COMPOSITEのレベルに対して相対的に高いレベルのストラテジー使用が可能になると考えられるからである。すなわち，表1は道具（およびストラテジー）が各子どものもつCOMPOSITEのレベルと加数，被加数の大きさによって規定されることを示している。

表Ⅰ．COMPOSITEのレベルと道具・ストラテジーとの関係（8＋6の場合）

加数 6

加数 6 ＼ 被加数 8	COMPOSITEが欠如	目に見える具体物がCOMPOSITE	消去された具体物がCOMPOSITE	抽象的UNITがCOMPOSITE
抽象的UNITがCOMPOSITE				[ア,10] [ア,I]
空間ﾊﾟﾀｰﾝがCOMPOSITE				6の空間ﾊﾟﾀｰﾝを数える [ア,I]
指パターンを数える			8を指でつくり6を指で数える [指,I,PF] 8を指で数える6を指で数える [指,全,FF]	6を指で数える [指,I,-F]
具体物を数える		6を具で数える [具,全(I)]		6を具で数える [具*,I]
COMPOSITEが欠如	8と6を具で数える [具,全]			

被加数 8

3.3 指を使って解いた子どもの例

例1 COMPOSITEが欠如しているレベルの子ども

子ども022（註1）の各問についての解法をストラテジーで分類すると表2の通りである。表内で，“／”で区切られたものは答が出せないのでストラテジーを自発的に変更したことを示す。最終のストラテジーが右端に来るように整列した。これを見ると子ども022は半数以上の問で指を使って解き始めたことがわかる。しかし，結果的には指で解いて正しく答えを出した問は2＋5と3＋6のみであった。

表２．子ども022のおこなったストラテジー

７＋３	指,全 ,FF
７＋５	指,全,FF／指,全,FF／具,全
８＋６	指,全?,F?／具,全 ,V
９＋６	具,全 ,V
９＋７	具,全 ,V
１０＋７	具,全 ,V
１１＋６	指,全,／具,全 ,V
２＋５	指,全 ,数←FF
３＋６	指,全 ,FF
２＋８	指,I ,PF
４＋７	指,全 ,FF
３＋１０	指,全?,F?／指,全,FF／具,全 ,V
４＋９	指,全?,F?／具,全
５＋８	指,？／具,全 ,V
７＋８	具,全 ,V
４＋１２	具,全 ,V
６＋６	指,全,FF／指,全 ,FF
７＋７	指,全,F?／具,全 ,V
８＋８	指,全,F?／具,全 ,V
９＋９	具,全 ,V
誤答数	4
既	0
ア	0
指	6
具	14

問題は上から,「被加数＞加数」「被加数＜加数」「被加数＝加数」に３分した。3.1節で説明した以外の略号の意味は以下の通り。

数←＝加数，被加数の順に数えたもの，あるいは被加数を数え足したもの

Ｖ＝数えるときに同時に数詞を口から発声したもの

下線のあるものは誤答となった解答である。

２＋５での子ども022の解き方は以下の通りであった：

左手の親指，人差指，中指，薬指，小指の順に（無言で）曲げる。

右手の人差指，中指の順に（無言で）曲げて「７。」

この問で正しく答えが出たのは和が10未満であったことによる。そのことは，他の問での解き方を参照すると明らかになる。子ども022は和が10を超える問になると（最終的に）具体物を並べて全て数えることで解いた。つまり，子ども022には指の曲げ伸ばしをして５より大きい数を表現する行為が見られなかったので，指は具体物の集まり以上の働きをするものではないことがわかる。したがって，子ども022については，［指，全］というストラテジーと同じ意味をもつことがわかる。

COMPOSITEのレベルについては，子ども022は被加数，加数ともにCOMPOSITEが欠如しているレベルにあると考えられる。

例2．消去された具体物（註2）がCOMPOSITEとなるレベルの子ども

子ども033の各問についての解法をストラテジーで分類すると表3の通りである(表中での略号の意味は表2と同じ)。

表3．子ども033のおこなったストラテジー

7＋3	指，I　，PF
7＋5	指，I　，PF
8＋6	指，I　，PF
9＋6	指，I　，PF
9＋7	指，I　，PF
10＋7	指，全　，FF
11＋6	指，I　，PF
2＋5	指，IB，数←，PF
3＋6	指，IB，数←，PF
2＋8	指，IB，数←，PF
4＋7	指，IB，数←，PF
3＋10	指，全　，数←，FF
4＋9	指，IB，数←，PF
5＋8	指，IB，数←，PF
7＋8	指，IB，数←，PF
4＋12	指，全　，数←，FF
6＋6	指，I　，PF
7＋7	指，I　，PF
8＋8	指，I　，PF
9＋9	指，全　，FF
誤答数	0
既	0
ア	0
指	20
具	0

子ども033はほとんどの問で指による数え足しストラテジー（註3）を用いて解いた。そのうち7＋8では以下のようにいた：

右手を開いて，左手の人差指，中指，薬指をのせる［8をつくる]。
その指のパターンを解除する。
右手を開いて，左手の人差指，中指をのせる［7をつくる]。
そのまま左手の人差指，中指，右手の親指，人差指，中指，薬指，小指の順に曲げて「15。」

子ども033は7＋8を，被加数が8で加数が7［8＋7］という形で解いた。はじめ8を表す指パターンをつくったが，すぐにそれを解除して7を表すための指使いに移った。つまり被加数を表した指パターンは消去されてもまとまりとして認識されたと考えられる。他の問でも［指，I，FF］や［指，IB，数←，PF］というストラテジーで解いたものはすべてこの解き方であった。したがって子ども033の場合，被加数については消去された具

体物（註２）の集まりはCOMPOSITEになっていると考えられる。

例３．抽象的ユニットがCOMPOSITEとなるレベルの子ども
子ども013の各問についての解法をストラテジーで分類すると表４の通りである(表中での略号の意味は表２と同じ)。

表４．子ども013のおこなったストラテジー

７＋３	ア,?
７＋５	指,I ,-F,V
８＋６	ア,?
９＋６	指,I ,-F
９＋７	指,I ,PF,V
１０＋７	指,I ,-F,V
１１＋６	指,I ,-P
２＋５	ア,?
３＋６	ア,?
２＋８	ア,?
４＋７	指,I ,PF
３＋１０	ア,I B,数←
４＋９	指,I B,数←,-F,V
５＋８	指,I ,-F,V
７＋８	指,I ,-F
４＋１２	ア,?
６＋６	−,既
７＋７	指,I ,-F,V
８＋８	指,I ,-F,V
９＋９	指,I ,-F,V
誤答数	0
既	1
ア	7
指	12
具	0

子ども013は和が10をこえる問の多くで，指で数え足しをして解いた。そのうち７＋５は以下のように解いた：

左手の親指，人差指，中指，薬指，小指の順に曲げながら
「８，９，10，11，12」

子ども013はここでは被加数を指パターンで表されなくても数え足しができた。例２の子ども033の場合は（すぐに消去されるのだが）被加数を一度指パターンで表す必要があった。子ども013の場合その必要がなくなって被加数７は指パターン以外の方法で認識されたと考えられる。

さらに７＋７では子ども013は以下のように問いた：

左手を開いて「7。」
右手の人差指で，左手の親指，人差指，中指，薬指，小指の順に起こしなが
ら，「8，9，10，11，12。」
続けて右手の人差指で左手のヒラを2回押しながら，「13，14。」

ここでは被加数7は開いた左手に対応している。つまり指の本数に対応したのではなく，被加数の7を表すものとして左手が1個のユニットとして用いられたと考えられる（註4）。加数7については，指5本と2度の「手のヒラを押さえる行為」によって表現されている。加数については完全な［指，I，-F］のストラテジーではなく，目に見える具体物（ここでは指）への依存がなくなりかけていると考えられる。

子ども013の場合，被加数を表す抽象的なユニットがCOMPOSITEになっていると考えられる。

4．まとめと今後の課題

子どものおこなったストラテジー（指を用いるもの）をCOMPOSITEのレベルから見ることにより，以下のことがわかった。

(1) 子どものもつCOMPOSITEのレベルがストラテジーに大きく関わっている（道具とストラテジーを規定する）こと。これは具体物使用の場合にも言えたことである。

(2) 指によるストラテジー［指，全，FF］と具体物によるストラテジー［具，全］はCarpenter（1985），De Corteら（1987），Bergeronら（1990）のストラテジー分類では，同じ「Materialストラテジー」に属する（平井，1992a）。しかし，COMPOSITEのレベルから見ると異なるレベルにある。

1年生のくり上がりのあるたし算の指導では，具体的な絵を用いて加数分解（本稿ではストラテジー［ア，10］に相当）が指導される。そして通常は加数分解・被加数分解によるくり上がりのあるたし算ができるようになることが一般に望ましいとされる（志水，1983など）。ただし，この加数分解は子どものCOMPOSITEのレベルから見るとストラテジーとしてはかなり高いものである。即ち，このレベルに至るには被加数と加数の両方が抽象的なCOMPOSITEになっている必要がある。図や具体物を用いて解くなら「目に見える具体物がCOMPOSITEである」レベルの子どもにも可能であるが，暗算のみで解答するには，子どものCOMPOSITEのレベルを具体物のレベル以上にしておく必要があると考えられる。COMPOSITEのレベルを必要なところにまで上げるための指導について考えることが今後の課題である。

註

(1) 子ども022の例は平井（1992a）ですでに紹介し，COMPOSITEが欠如の状態であると述べた。ここでは，他の子どもの指を用いたストラテジーとの比較のために，ストラテジー表を再録した。

(2) 指による解法において「具体物の集まり」という表現は当初の分類（道具を具体物，指，暗算と3分した分類）上紛らわしいが，ここではオハジキが指かという観点からではなく，一旦8個（本）あることを確認した後ならその集まりが消去されても次の動作へ移ることができるかどうかという観点から見て「指パターン」というより「具体物の集まり」と表現した。指を使ってもこの「消去」ができない子どもが存在することは子ども022の例

で見た通りである。平井（1991）では指の「消去」ができないためにオハジキ使用へ転換する子どもの例を上げた。

(3) 根本氏（1991, p25）は，数える手続きについて述べた中で「被加数を確認する行為はすなわち一つひとつ数えていることになるので依然として'counting-all'であると考えられる。」とする。本論文中では「被加数を指で確認する行為」は［指，Ⅰ，PF（PP）］に対応し，「counting-all」は［指，全，FF］に対応している。3.2節の表2で分類したように，［指，全，FF］と［指，Ⅰ，PF（PP）］は被加数のCOMPOSITEレベルとしては「被加数の指パターンを消去できる」という意味では互いに近い（あるいは同等の）ストラテジーと考えられる。

(4) Steffe & Cobb（1988）にも同様の事例が調節（accommodation）の例として紹介されている。

参考文献

Bergeron,J.C. and Herscovics, N.(1990) Psychological Aspects of Learning Early Arithmetic. In P.Nesher and J.Kilpatrick(Eds.) Mathematics and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Cambridge University Press, 31-52.

Carpenter, T.P.(1985) Learning to Add and Subtract: An Exercise in Problem Solving. In A. Silver(Ed.) Teaching and Learning Mathematical Problem Solving, LEA, 17-40.

DeCorte, E. and Verschaffel, L.(1987) The Effect of Semantic Structure on First Graders' Startegies for Solving Addition and Subtraction Word Problems, Journal for Research in Mathematics Education, 18(5), 363-381.

Steffe,L.P. and Cobb,P.(1988) Construction of Arithmetical Meanings and Startegies, Springer.

志水　廣（1983）繰り上がりのあるたし算について　―なぜ加数分解を行うのか―，大阪教育大学・数学教育研究，13，49-67。

根本　博（1991）知的活動と反省的思考　―反省的思考に対する数学的認識―，愛知教育大学数学教育学会誌イプシロン，33，10-32。

平井安久（1991）子どものたし算ストラテジーに関する一考察　―Steffe's Composite Unitと用いる道具との関係―，日数教第24回論文発表会論文集，73-78。

平井安久（1992a）子どものたし算ストラテジーについて　―具体物がCOMPOSITEとなるレベルの子どもについて―，岡山大学教育学部研究集録，89，35-41。

平井安久（1992b）子どものたし算におけるCOMPOSITEレベルの変容について，筑波数学教育研究，11，105-114。

（平成5年4月15日受理）