【43】

氏名	山口　俊博
授与した学位	博　　士
専攻分野の名称	理　　学
学位授与番号	博　甲　第　１９３５号
学位授与の日付	平成１１年３月２５日
学位授与の要件	自然科学研究科システム科学専攻 （学位規則第４条第１項該当）
学位論文の題目	On the cohomologies of free loop spaces and rational cyclic cohomologies （自由ループ空間のコホモロジーと有理サイクリックコホモロジーについて）
論文審査委員	教授 三村　　護　教授 藤井　道一　教授 酒井　隆

学位論文内容の要旨

本論文は４つの章から構成される。

第０章では、以後の章の準備として、１節では、有理数体を係数とする、ある可換微分次数付き代数である Sullivan の極小モデルと、formal（といわれる有理ホモトピー的性質をもつ）空間の定義を与え、２節では、本論文の対象となる自由ループ空間 LX とそれへの１次元球面 S^1 の作用による Borel 空間 $ES^1 \times_{S^1} LX$ の、Sullivan の極小モデルを記述し、３節では、Eilenberg-Moore スペクトラル系列の基本的説明を与える。

第１章では、Eilenberg-Moore スペクトラル系列を用いて、LX の $\mathbf{Z}/p$ 係数のコホモロジー代数を計算する。２節では、この E_2-term は X の $\mathbf{Z}/p$ 係数のコホモロジー代数の Hochschild ホモロジーになっていることを示す。３節では、X の $\mathbf{Z}/p$ 係数のコホモロジー代数が次数付き完交環ときを扱い、４節では、とくにそれが、単項生成なときと２元生成外積代数のときの、LX の $\mathbf{Z}/p$ 係数のコホモロジー代数を（全てではないが）決定する。５節では、３節での考察を LX の有理係数のコホモロジーの Hodge 分解の次元の計算へ応用する。

第２章では、第１章の Hochschild ホモロジー代数の考察をさらに string 理論へ応用する。１節では、string 類を定義する。２節では、X の $\mathbf{Z}/p$ 係数のコホモロジー代数の Hochschild ホモロジー代数と比較することによって、LX の $\mathbf{Z}/p$ 係数のコホモロジー代数の３次元以下の構造を考察し、３節で、主定理を述べる。４節では、その応用として、階数１の等質空間や４次元多様体に対する string 類の消滅問題を考察する。

第３章では、$ES^1 \times_{S^1} LX$ の有理ホモトピー的性質を考察する。１節では、そのために normal という性質を考察し、２節では、$ES^1 \times_{S^1} LX$ が formal になるための必要十分条件を与える。３節では、X の有理サイクリックコホモロジーのある直和因子への Connes の周期写像 S の制限が自明になることを示す。

論文審査結果の要旨

本論文で扱う対象は主として単連結な空間 X の自由ループ空間 LX といわれる無限次元の空間である。

第 1 章では、X のコホモロジーが生成元の個数 ≤ 2 の外積代数であるとき、Eilenberg-Moore スペクトル系列を用いて、自由ループ空間 LX のコホモロジーを計算している。ただし、このスペクトル系列の E_2 項は Hochschild ホモロジーで与えられるが、L.Smith によれば、この Hochschild ホモロジーには、コホモロジーが同型になるような Koszul-Tate 複体が存在する。なお、この考察は自由ループ空間の有理コホモロジーの Hodge 分解の次元の計算に応用されている。

第 2 章は、上記 Hochschild 代数の string 理論への応用であり、階数 1 の等質空間および 4 次元多様体に対する特性類 (string 類) の消滅問題に言及している。

第 3 章では、次の定理

> 自由ループ空間 LX の Borel 空間が、Morgan-Sullivan の意味で、形式的であるための必要十分条件は、X が奇数次元の球面に有理ホモトピー同値である

という定理を証明している。

このように、本研究は代数的位相幾何学の主題の一つである有理ホモトピー論に寄与するところ大であり、博士 (理学) の論文に値いすると認める。