

# 水路舗装材料上の最有利通水断面に関する研究

渡 辺 忠

## Studies on the Most Effective Cross-section of the Canal Lining Materials

Tadashi WATANABE

The canal design is composed of such elements as irrigation planning, field environment and structure. These elements have intricate relations with one another, and when designing, we find it difficult to determine each of them methodically, and we still depend upon the method of comprehensive estimation.

The economical factors are found in every process of canal designing, and we can design canal works economically by making clear the relations of these elements. The cross-section of canal works is small, and the length is long in comparison with other works. Therefore, we can largely cut down the expenses of the construction by determining the economical cross-section.

Thus, we can contribute to the economical canal designing, by making clear the relations of these elements, that is, the relations of the ratio between the canal bed width and the side wall height  $p$ , and inner and outer slopes of canal side wall  $m$ ,  $n$  were determined of the cross-section when the lining materials for the three-face lined plain concrete canal is most economized.

### 緒 言

計画された水量を水源地点から受益地へ運ぶための水路は、地形、地盤、あるいは道路、河川などの障碍によって、築造を制約される。したがって、このような水路をとりまく環境条件に対して、ある時はその障碍を排除し、また、ある時は逆に環境を利用し、しかも、導水の過程においては、あらゆる外力に対して抵抗し、水路の骨組を形成している部材の質点は、将来とも、力学的な静止の状態を維持しなければならないのである。

このように、水路の機能を維持し、環境条件に順応し、しかも、力の均衡を維持できるような施設を設計するに当って、これらの設計条件を調整する役割が、設計の工学的な経済性によって果される場合が非常に多いのである。特に、水路のような構造物は、ダム等に比べて、経済的な設計をすることが要求される。

一般に、設計作業の初期段階においては、環境条件について必要な要素に分解され、その個々について詳細に調査解明される。一方、一つの水路を設計するためには、施設の設計に関する個々の要素を求め、それらの各要素を組み立てることによって、はじめて一つの施設として

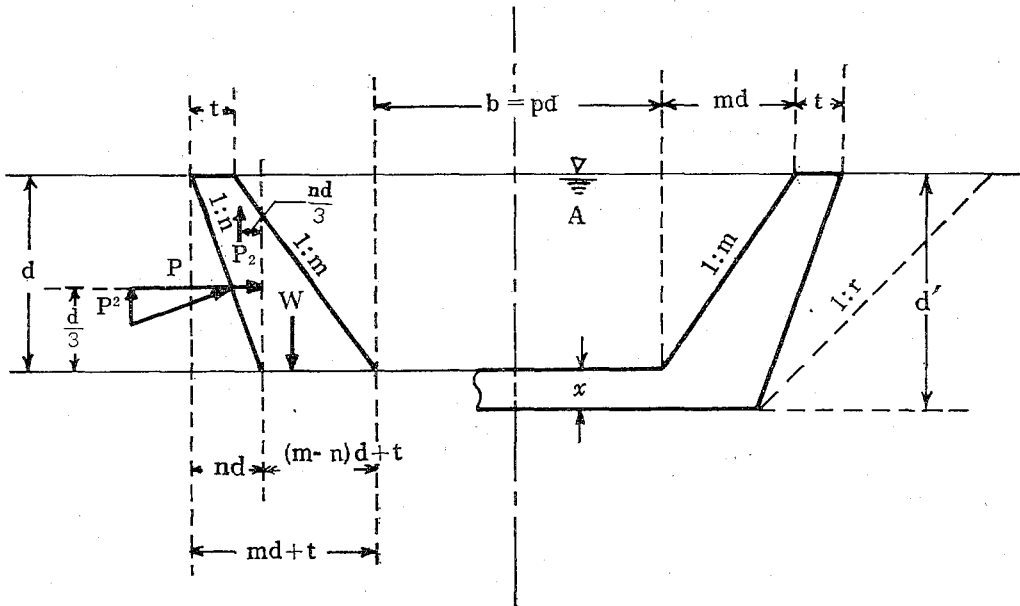
設計することが可能なのである。

このように、分解された環境要素と想定される設計要素をいかにして組み立てるかという、いわゆる設計方式の決め方は、非常に重要なことであるが、一般的には、設計作業の手順として設計の初期段階においては、各要素および各要素間の関係に関する広範囲なラフな認識に始まり、徐々に精度を上げて行く方式<sup>1)</sup>が採られており、水路設計もまた、いわゆる総合勘案の域を脱していないのである。

先述したように、経済的な水路設計の工学的な要因は、設計作業の過程において至るところに潜在し、結局、経済的な水路を設計することは、設計に用いられる各要素の関係を明らかにすること、すなわち、設計方式を確立することによって、達成されるのである。そして、このことによって、設計の手順を確立し、設計の精度を高めることが可能になるのである。

### I. 設計要素の記号

図1 水路(開渠)断面図



A=通水断面

Q=流量(必要水量決定の精度に対応する水量余裕および外部流入水に対する通水量の余裕を含むものとする。)

V=流速

N=粗度係数

l=水路延長

H=上下流端の水頭差

$S = \frac{H}{l}$  = こう配

d=水深(Aに水量余裕が含まれているから、d=側壁高さとなる。)

b=水路底幅

$p = \frac{b}{d}$  = 底幅水深比,  $m, n$  と同時に用いることによって, 断面型を表わす一つの指標である.

$m, n$  = 側壁の内法および外法

$t$  = 側壁頂幅

$\phi$  = 側壁の頂幅底幅比

$\psi$  = 側壁のコンクリート量を側壁高さ( $d^2$ )で表わす場合の係数

$x$  = 底版厚さ

$W_s, W_c$  = コンクリートおよび土の重量

$a = \frac{W_s}{W_c}$  = 土, コンクリート重量比

$c$  = 土圧係数 (側壁背面の地表面は水平であると仮定する)

$P$  = 土圧 ( $P_1$  = 水平土圧,  $P_2$  = 垂直土圧)

$R$  = 外力と自重の合力

$W$  = 自重の総和

$\sum V$  = 垂直力の総和

$\sum M$  = モーメントの総和

$y = \frac{x}{2}$  = 中立軸から縁応力までの距離

$I$  = 断面二次モーメント, 長方形の場合は,

$$I = \frac{Bax^3}{12}$$

$B$  = 水路の単位長さ

$\sigma_{ca}$  = コンクリートの許容曲げ直応力

$q_1, q_2$  = 底版の地盤反力

$z$  = 合力の底版上の位置

$e$  = 底版上における $z$ 点から版の midpoint までの距離

$M$  = カンティレバーの曲げモーメント

$V_c, V_g, V_f, V_s$  = 舗装材料, 栗石, 型枠, 土工の各数量

$E_c, E_g, E_f, E_s$  = 同上の各単価

$E$  = 上記各材料の必要量および単価のコンクリート単価への換算率

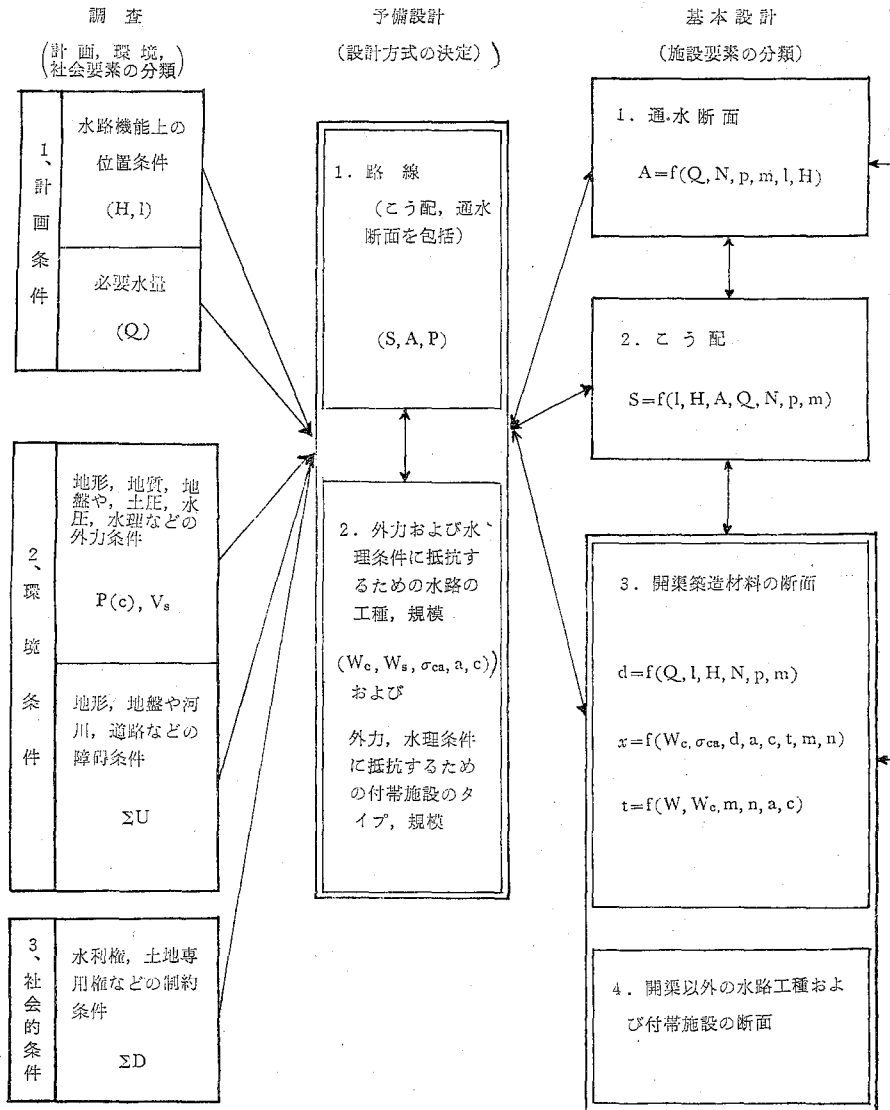
## II. 設計の手順と経済性

図2は, 水路を設計する際に用いる設計要素の相互の関係と, 設計要素が求められて行く過程, すなわち, 設計の手順について, その概要を示したものである.

必要な水量を運ぶという水路機能を果すには, 予定路線における地形, 地盤などの自然条件や, 水路, 道路, 鉄道その他の建造物などの人為的障碍条件, および, 水路敷地占用の可能性などの社会的条件によって, 制約を受けることになる. これらの制約を排除するには, 障碍物を避けて延長の長い開渠を施設することもできるが, 山地ではトンネルで抜き, 河川溪谷ではサイフォン, 水路橋で渡し, あるいは, 暗渠を用いて敷地占用の阻害条件を緩和したり, 落差工, 急流工を用いて水勢を減殺し, 流入水, 流入土砂に対しては, 流入工, 余水吐, 放水工, 沈砂池によって対抗し, また, 土圧, 水圧が大きい場合は土留壁をもって, 地盤が弱い場合は, 地盤強化工が基礎工を用いて荷重を支持する工法を採用するなど, 種々の方法によって, 制約条件に対して抵抗あるいは排除することが可能である.

図2でいう水路の工種とは, 開渠, 水路橋, トンネル, サイフォン, 暗渠などのことを言

図2 設計の手順と設計の要素



い、付帯施設とは、分土工、流入工、余水吐工、放水工、落差工、減勢急流工、土留工、地盤基礎工、地盤強化工などを言っている。

このように、水路築造を制約する外部条件に対しては、水路は、それぞれの工種および施設をもって分担抵抗するのであるが、各施設の分担の振り分け方法は、主として工学的な経済性をもって調整されるのである。図2においては、このような外部条件の各施設区分への振り分け分担の作業もまた、工学的に経済的な水路設計の一環であることを示すために、予備設計の二つの大分類の第2項に付記した。このような振り分け分担作業に基く水路の工学的な経済性に関し、こう配だけにポイントをあわせて統計的に処理した例<sup>3)</sup>はあるが、この理論的な解は、非常に複雑であるので、他日を期したい。

しかし、実用的には、水路の大部分が開渠で通される場合が多いので、本稿では、開渠だけを取り上げることにし、予備設計作業においては1, 2の大分類、基本設計においても開渠における施設要素を三分類し、付帯施設については付記する程度に止めた。したがって、設計要素の記号もまた開渠に関するものだけを挙げている。

さらに、この図は、計画、環境、社会条件は調査段階において個々の要素に分解され、想定される施設要素とあわせて総合判断されて、その結果、各施設要素の個々が決定されて、始めて一つの水路の設計が完成するものであり、また、各施設要素は相互に関連を持っていて、単独に切り離すことが困難であることを、矢印をもって図示したものである。

このようにして設計された水路の築造に要する費用  $C_{total}$  は、舗装材料、断面あるいは単価の異なる開渠の各区間工事量  $C$  の和、開渠以外の水路の各工種 および 付帯施設の工事費  $U$  の和、および用地補償など権利調整に要する費用 および 事務経費  $D$  の和の総和をもって表わされる。

$$C_{total} = \sum C + \sum U + \sum D$$

本稿では、開渠の工事費だけに限定し、特に、無筋コンクリート三面張水路において、側壁は仮定された土圧に抵抗し、側壁頂幅および底板厚さは施工上の最小厚さで足りるという仮定を設けることによって、水路工事費は次式<sup>2)</sup>で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} C &= V_c E \\ V_c &= d^2 \psi \\ \psi &= 2\phi^2 + (2+p)\phi + 2(m-n)\phi + (m-n) \\ \phi &= \frac{1}{2} \sqrt{5m^2 - 4n(a-1)(m-na) + 4ca} - \frac{1}{2}(3m - 2na) \\ d &= \frac{(2 + \sqrt{1+m^2+p})^{\frac{1}{4}} N^{\frac{3}{8}} l^{\frac{3}{8}} Q^{\frac{3}{8}} H^{-\frac{3}{16}}}{(p+m)^{\frac{5}{8}}} \dots\dots\dots(1) \\ E &= \psi \left\{ \frac{E_c}{\psi} + \phi(p+2\phi+m)E_g + \frac{2}{d}(1+\phi + \sqrt{1+m^2})E_f \right. \\ &\quad \left. + (1+\phi)(p+r+2m+2\phi)E_s \right\} \end{aligned} \right\}$$

(1)式は、水路工事費  $C$  と、その設計要素である流量  $Q$ 、水路延長  $l$ 、水頭差  $H$ 、水深すなわち側壁高さ  $d$ 、粗度係数  $N$ 、底幅水深比  $p$ 、側壁内外法  $m, n$ 、土圧係数  $c$ 、コンクリート土重量比  $a$ 、および換算係数  $E$  との関係を定量的に表わしたものである。したがって、他の要素を固定すれば、ある特定の要素の増減によって生ずる工事費の変化を直ちに求めることができる。また、(1)式的设计要素に、それぞれ数値を代入することによって、水路工事費を算出することができる。

水路工事費は、土工費、築造材料費、基礎工費、仮設費によって構成されており、係数  $E$  は、これらに要する材料費、労務費、および機械経費その他の諸経費を含むものであって、この式に関しては、材料の価格変動はなく、しかも、労務歩掛り、機械性能もまた一定とすることによって、 $E$  を定数と考えることができる。また、このような土木構造物の生産においては、会社施工における企業努力に類するものや生産技術への依存度合は、非常に大きいと考えられるが、このような要素も  $E$  に含まれており、(1)式に関する限り技術もまた一定であると考える。

2節で説明しているように、Eは、他の材料の量をコンクリート量 $V_c$ に換算するための係数であるから、Eを用いることによって、 $V_c$ は単にコンクリート量だけではなく、土木生産量全部を表わすものである。

このように定義することによって、土木構造物の生産費Cは土木生産量 $V_c$ の関数と考えることができることを、(1)式が表わしている。したがって、本稿において、(1)式を基礎にして水路設計の経済性を論ずる場合には、一定の生産量 $V_c$ を生産するために必要な最小経費ではなく、一定の生産量Qを生産するための生産費、すなわち、 $V_c$ の最小値を求めようとするものである。

(1)式の無筋コンクリート三面張水路における、工学的な経済性の要因は、主として、通水断面、こう配、舗装材料の断面に集約される。これらに関して、経済的なすなわち工学的に有利な通水断面の決め方としては、通水上の最有利断面および滲透上の最有利断面として、既に実用に供<sup>1)</sup>されている。さらに、無筋コンクリートを築造材料とする開渠について、側壁の断面形に関し、また、こう配の配分法に関して、既に著者<sup>2)</sup>が発表している。

水路は、比較的小さい断面で延長の長い構造物であるから、経済的な断面を決定することによって、水路の工事費を節約できる程度は極めて大きいのである。また、コンクリート水路においては、その工事費は、舗装材料を如何に節約できるかによって、大きく左右されるものである。

そこで、無筋コンクリート舗装水路において、その舗装材料を最も節約できる最有利通水断面について、通水断面形の指標である底幅水深比 $p$ および側壁内、外法、さらに、これらの指標と他の設計要素との関係を明らかにして、水路設計の経済化を工学的に追求しようとするものである。

### Ⅲ. 側壁高 $d$ と $p$ , $m$ の関係

$$\left. \begin{array}{l} \text{通水断面 } A = (p+m)d^2 \\ \text{潤辺 } p^1 = \frac{2\sqrt{1+m^2}+p}{\sqrt{p+m}} \sqrt{A} \\ \text{径深 } R^1 = \frac{\sqrt{p+m}}{2\sqrt{1+m^2}+p} \sqrt{A} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

(2)式を用いてマンニングの流速公式を適用すれば、Aは(3)式で表わされる。

$$A = Q^{\frac{3}{4}} N^{\frac{3}{4}} \frac{1}{(p+m)^{\frac{1}{4}}} (2\sqrt{1+m^2}+p)^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{8}} H^{-\frac{3}{8}} \dots\dots\dots(3)$$

(3)式から (4)式が得られる。

$$d = \sqrt{\frac{(2\sqrt{1+m^2}+p)^{\frac{1}{2}}}{(p+m)^{\frac{5}{4}}} N^{\frac{3}{4}} l^{\frac{3}{8}} Q^{\frac{3}{4}} H^{-\frac{3}{8}}} \dots\dots\dots(4)$$

一般に、N, l, Q, Hは既知として与えられるから、 $d$ は(4)式によって $p$ ,  $m$ の関数として表わされたことになる。

IV. 側壁厚さ  $t$  と  $d, m, n$  の関係

側壁の型はいろいろあるが、ごく一般的に重力式と考え、外力としては、水路内側の水圧はなく、背面の土圧のみが働き、土圧と自重の合力が底辺のミドルサードの趾側にあるものとして、踵における曲げモーメントに  $\sum M=0$ , の条件を与える。

外力	外力の大きさ	モーメントのアーム
水平土圧 $P_1$	$\frac{1}{2} W_s c d^2$	$\frac{1}{3} d$
垂直土圧 $P_2$	$\frac{1}{2} W_s n d^2$	$\frac{1}{3} n d$
自重 $W$	$\frac{2t+(m-n)d}{2} d W_c$	$\frac{1}{3} \frac{3t+3(m-2n)dt+(m-n)(m-2n)d^2}{2t(m-n)d}$
合力 $R$	$\frac{2t+(m-n)d}{2} d W_c$ $-\frac{1}{2} n d^2 W_s$	$\frac{2}{3} \{(m-n)d+t\}$

.....(5)

$$M_{P1} = \frac{1}{6} W_s c d^3$$

$$M_{P2} = \frac{1}{6} W_s n^2 d^3$$

$$M_W = \frac{1}{2} d W_c \left\{ t^2 + (m-2n)dt + \frac{1}{3} (m-n)(m-2n)d^2 \right\}$$

$$M_R = \frac{1}{3} d \left\{ 2W_c t^2 + 3(m-n)W_c dt - nd W_s t + (m-n)^2 W_c d^2 - n(m-n)W_s d^2 \right\}$$

(5)式を用いることによって、次式が得られる。

$$t^2 + (3m-3na)dt + (m^2+mn)d^2 + (n^2-mn-c)ad^2 = 0$$

$$\therefore t = \left\{ -(3m-3na) + \sqrt{5m^2-4mna+4n^2a(a-1)+4mn+4ca} \right\} \frac{d}{2} \dots\dots\dots(6)$$

(6)式において、 $a, c$ は既知として与えられるから、 $t$ は $m, n, d$ の関数として表わされる。

また、側壁厚さを定数としたときの、 $d$ と $m, n$ の関係は次式(7)で表わされる。

$$m = \frac{-(3dt-nd^2-n) + \sqrt{(3dt-nd^2-n)^2 + 4d^2(3nadt+cad^2-t^2-n^2)}}{2d^3} \dots\dots\dots(7)$$

V. 底版厚さ  $x$  と  $t, d, m, n$  の関係

小規模な三面張無筋コンクリート水路においては、コンクリート打設時の施工打継面は、側壁と底版の境界面におかないで、底版の中央におくことが望ましいので、底版厚さの算定に当たっては、L型壁の底版とし、底版の下方からは反力、上方からは版の自重を受けるカンティレバーとして計算する。

外力	外力の大きさ	モーメントのアーム
土 圧 P	$\frac{1}{2} W_s c d$	$\frac{1}{3} d$
側 壁 重 $W_1$	$\frac{2t+(m-n)d}{2} dW_c$	$\frac{3t+3(m-2n)dt+(m-n)(m-2n)d^2}{2t+(m-n)d}$
底 版 重 $W_2$	$x b W_c$	$\frac{1}{2} b$

$$M_p = \frac{1}{6} W_s c d^3$$

$$M_{w1} = \frac{1}{2} d W_c \left\{ t^2 + (m-2n)dt + \frac{1}{3} (m-n)(m-2n)d^2 \right\}$$

$$M_{w2} = \frac{1}{2} b^2 x W_c$$

(8)式を用い、 $\sum M = 0$  の条件を与えることによって、踵から合力の作用点までの距離  $z$  は次式のようになる。

$$z = \frac{\frac{1}{6} W_s c d^3 + \frac{1}{2} d W_c \left\{ t^2 + (m-2n)dt + \frac{1}{3} (m-n)(m-2n)d^2 \right\} + \frac{1}{2} b^2 x W_c}{\frac{2t+(m-n)d}{2} d W_c + x b W_c}$$

また、地盤反力  $q_1, q_2$  は、(9)式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{\sum V}{b_0} \left( 1 + \frac{6e}{b} \right) \\ q_2 &= \frac{\sum V}{b_0} \left( 1 - \frac{6e}{b} \right) \\ e &= z - \frac{b_0}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

カンティレバーのモーメント  $M$  は、(8)、(9)式を用いることによって、(10)式で示される。

$$\begin{aligned} M &= \frac{b_0^2}{6} + (2q_1 + q_2) - \frac{1}{2} b_0^2 x W_c \\ &= \frac{1}{6} W_c d \left\{ a c d^2 + 3t^2 + 3(m-n)dt + (m-n)(m-2n)d^2 \right\} \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

つぎに、無筋で均質なコンクリート材料における部材応力は、次式で表わされる。

$$\sigma = \frac{M}{I} y$$

したがって、 $x$  は、(11)式で表わされる。

$$x = \sqrt{\frac{6}{\sigma_{ca} B}} \sqrt{M} \dots\dots\dots(11)$$

(11)式に、(10)式の  $M$  を代入すれば、 $x$  は、(12)式で示される。

$$x = \sqrt{\frac{W_c d}{\sigma_{ca} B} \left\{ a c d^2 + 3t^2 + 3(m-n)dt + (m-n)(m-2n)d^2 \right\}} \dots\dots\dots(12)$$

底版厚さは、 $\sigma_{ca}, B, W_c, a, c$  を既知として、 $d, m, n$  の関数として表わされる。



VI. 最有利通水断面比, p

水路単位長さ当たりの舗装材料の量  $V_c$  は、側壁量  $V_s$  と底版量  $V_b$  で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} V_c &= V_s + V_b \\ V_s &= 2td + (m-n)d^2 \\ V_b &= x(pd + 2md - 2nd + t) \\ A &= (p+m)d^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

(13)式を解くと、次式(14)が得られる。

$$V_c = 2td + (m-n)d^2 + \left(\frac{A}{d^2} - m\right)xd + 2mxd - 2nxd + tx \dots\dots\dots(14)$$

$V_c$  の最小値は、 $A$  を一定とする  $\frac{dV_c}{dd} = 0$  なる条件を与えることに得られる。すなわち、

$$A = \frac{d^2}{x} \{ 2t + 2(m-n)d + (m-n)x \}$$

また、 $A = (p+m)d^2$  であるから

$$p = \frac{2}{x} \{ t + (m-n)d \} - 2n \dots\dots\dots(15)$$

水路のコンクリート量を最も節約できるときの通水断面における底幅水深比  $p$  は、(15)式をもって表わされる。

VII. 総括 (p, m, n の関係)

以上の結果を総括すると、 $p$  と  $m, n$  の関係は、次の連立方程式をもって表わされる。

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{2}{x} \{ t + (m-n)d \} - 2n \\ x &= \sqrt{\frac{W_c d}{\sigma_{ca} B}} \sqrt{acd^2 + 3t^2 + 3(m-n)dt + (m-n)(m-n2)d^2} \\ t &= \left\{ -(3m-2na) + \sqrt{5m^2 - 4mna + 4n^2a(a-1) + 4mn + 4ca} \right\} \frac{d}{2} \\ d &= \sqrt{\frac{(2\sqrt{1+m^2+p})^{\frac{1}{2}}}{(p+m)^{\frac{5}{4}}} N^{\frac{3}{4}} l^{\frac{3}{8}} Q^{\frac{3}{4}} H^{-\frac{3}{8}}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

(16)式において、

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\frac{W_c}{\sigma_{ca} B}} &= K_1 \\ N^{\frac{3}{4}} l^{\frac{3}{8}} Q^{\frac{3}{4}} H^{-\frac{3}{8}} &= K_2 \\ \frac{1}{2} \left\{ -(3m-2na) + \sqrt{5m^2 - 4mna + 4n^2a(a-1) + 4mn + 4ca} \right\} &= \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

とおけば、 $K_1, K_2$  はいずれも定数であり、また、 $K_2$  および  $\phi$  の値は、著者がかつて図表化<sup>2)</sup>しているから、これらの値は容易に求めることができる。

(17)式の  $K_1, K_2, \phi$  を用いると、

$$\alpha = 4K_1^2 K_2 \frac{ac + \frac{3}{4}\phi^2 + \frac{3}{2}\phi(m-n)(m-2n)}{\{\phi + 2(m-n)\}^2} \left. \dots\dots\dots (18) \right\} \\ \frac{(p+m)^{\frac{5}{8}}}{(p+2m)^2(2\sqrt{1+m^2+p})^{\frac{1}{4}}} = \alpha$$

pとm, nの関係は, (18)式をもって表わされる.

この式は,

$$\text{潤辺 } P' = A/d - md + 2d\sqrt{m^2+1}$$

$$\frac{dp'}{dd} = 0$$

をもって誘導される水理上の有利断面の式

$$p = 2(\sqrt{m^2+1} - m) \dots\dots\dots (19)$$

(19)式に比較すると, 非常に複雑であるが, 直立長方形断面においては, (19)式は簡単になって, (20)式で表わされる.

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{2t}{x} \\ x &= \sqrt{\frac{W_c d}{\sigma_{ca} B}} (acd^2 + 3t^2) \\ t &= d\sqrt{ca} \\ d &= \sqrt{\frac{(2+p)^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{5}{4}}}} N^{\frac{3}{4}} l^{\frac{3}{8}} Q^{\frac{3}{4}} H^{-\frac{3}{8}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

この式において, (17)式の  $K_1, K_2$  を用いると, (20)式で表わされる.

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \left( \frac{1}{K_1^2 K_2} \right)^8 \\ p^{11}(2+p)^2 &= \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

このように, 側壁頂幅や底版厚さあるいは側法が, 他の事情によって既知の数値として与えられる場合は, (16)式はさらに簡単に解くことができるのである.

また,  $t=x, m=n=0$ , すなわち, 側壁が直立長方形断面で側壁厚底版厚が等しいときに, (15)式は完全に水理上の有利断面の式(19)に一致し,  $t=x, m=n$ , すなわち, 側壁ののりを土の安定こう配に一致させて, 側壁, 底版とも同一厚さで舗装した水路では, (15)式は(19)式に極めて近似し, 実用上は, (19)式を用いて差支えない.

### Ⅷ. 摘 要

以上の計算は, 現地条件について, ごく一般的な場合を仮定し, 地形, 地質, 土質, および土工, 水圧, 地盤支持力, 水理上の諸条件や, 河川, 道路などの障害物および施工方法, 施工技術などの条件については, 具体的に触れていないし, また, 舗装材料を無筋コンクリートに限定している.

したがって, 現地環境条件が変化した場合や, 築造材料としてアース, アスファルト, 鉄筋コンクリートなどを使用する場合は, 勿論(16)式を用いることはできないが, このような考え方に立って(16)式を一部変更することによって適用することができる.

また、水路が住宅街を通り、用地、補償費が高額であるにもかかわらず開渠を施設しなければならない場合には、水路敷幅を小さくすることが有利になることがあるが、このような場合は、水路敷幅を考慮に入れて(16)式を変形すればよい。

いま、 $C$  = 水路工事費

$C_C$  = 舗装コンクリートの工事費

$C_F$  = 用地、補償費

$E$  = コンクリートの単価

$F$  = 用地、補償単価とすれば、

$$\left. \begin{aligned} C &= C_C + C_F \\ C_C &= E\{2td + (m-n)d^2 + x(pd + 2md - 2nd + t)\} \\ C_F &= F\{pd + 2(md + t)\} \\ A &= (p+m)d^2 \text{ or } p = \frac{A}{d^2} - m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

(22)式によって

$$C = 2tEd + (m-n)Ed^2 + xEAd^{-1} + mxEd - 2nxEd + xtE + AFd^{-1} + mFd + 2Ft$$

$\frac{dc}{dd} = 0$  なる条件を与えて、 $C$ の最小値を求める条件式は次式で示される。

$$\frac{dc}{dd} = 2tE + 2(m-n)Ed - xEAd^{-2} + mxE - 2nxE - AFd^{-2} + mF = 0$$

$$\therefore A = \frac{2d^2}{xE + F} \left\{ tE + (m-n)Ed - nxE \right\} + m \dots\dots\dots(23)$$

また  $p = \frac{2}{xE + F} \left\{ tE + (m-n)Ed - nxE \right\}$

すなわち、用地価格を経済設計に考慮した場合の断面形は(23)式をもって表わされる。このようなケースは、今後益々増えてくるものと思われる。

なお、これらの式は、一見非常に複雑であるから、(18)式を図表化したり、あるいは、近似式を誘導することによって、さらに実用の便を図りたいと思っている。

なお、(15)式は変数  $d$  について常微分で解いたが、 $d$ 、 $p$  を変数とする陰関数の極値を求めることによる偏微分法によって、同一結果が得られる。

すなわち、

$$V_c = (pd + 2md - nd + 2t)d - A + (pd + 2md - 2nd + 2t)xA = (pd + m)d \dots\dots\dots(13')$$

において、 $\phi(d, p) = 0$  のときの  $f(d, p)$  の極小値は、Lagrange の不定乗数法を用いて、

$u = f(d, p) + \lambda\phi(d, p)$  とおいて

$$\phi(d, p) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial d} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial p} = 0 \quad \text{の連立方程式を解いて得られる。}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} f(d, p) &= V_c \\ \phi(d, p) &= (pd + m)d - A \end{aligned} \right\}$$

であるから、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial d} &= 2pd + 4md - 2nd + 2t + px + 2mx - 2nx + 2\lambda pd + 2\lambda md \\ \frac{\partial u}{\partial p} &= d^2 + dx + \lambda d^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(14')$$

(14)'式から $\lambda$ を消去して(15)式が得られる.

$$p = \frac{2}{x} \{t + (m-n)d\} - 2n, \quad \text{or} \quad \frac{2}{x} \{t + (m-n)d - xn\} \dots\dots(15)$$

## 文 献

- (1) 渡辺 忠 (1964) ダムの設計. 開発局土木試験所報告 32: 78~80.
- (2) 渡辺 忠 (1960) 経済的な水路こう配, 土とコンクリート 19: 28~46.
- (3) 峯崎国男 (1961) 水路こう配の配分について. 水路 2: 9~19.
- (4) 農林省設計基準 (1954) 水路工 5~6.